

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

PH. D. ALEVIZOS

A. MORINEAU

Tests et valeurs-tests : application à l'étude de mastics utilisés dans la fabrication des vitraux

Revue de statistique appliquée, tome 40, n° 4 (1992), p. 27-43

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1992__40_4_27_0

© Société française de statistique, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

TESTS ET VALEURS-TESTS : APPLICATION À L'ÉTUDE DE MASTICS UTILISÉS DANS LA FABRICATION DES VITRAUX

Ph. D. Alevizos⁽¹⁾, A. Morineau⁽²⁾

(1) Université de Patras, Département de Mathématiques, Patras, Grèce

(2) Centre International de Statistique et d'Informatique Appliquées, Saint-Mandé, France

RÉSUMÉ

On dispose d'un tableau de données numériques concernant 56 vitraux. Ces vitraux sont mastiqués à l'aide de différents matériaux et sont soumis à des épreuves de vieillissement accéléré sous des conditions variées afin d'étudier la qualité des mastics. Les données recueillies pour chaque vitrail sont constituées de 30 couples de valeurs successives qui donnent d'une part la pression du vent exercée sur le vitrail et d'autre part la flèche résultante, c'est-à-dire la déformation subie sous l'effet de la pression. Une expérience sur un vitrail est donc une trajectoire reliant 30 points-observations dans le plan « flèche-pression » et son point moyen qui caractérise la *localisation* dans ce plan. Dans cet article on examine s'il y a une liaison entre la localisation des points dans le plan et les facteurs contrôlés de l'expérience. Dans un article ultérieur on analysera la forme des trajectoires en fonction de leur localisation et des facteurs expérimentaux.

Mots-clés : *Tests par simulations, Valeur-test.*

ABSTRACT

A numerical table concerns 56 stained glass windows in which different adhesive materials have been used for their joints. They have undergone an artificial ageing test under variable conditions. The collected data for each window make up 30 couples of successive values, which give the wind pressure and the deformation caused under the effect of the pressure. By representing the 56 average points in a two-dimensional plane "deformation-pressure" we try to explain the dispersion of the average points. In this paper we examine if there is a relationship between the position of the average points in the plane and the conditions of the artificial ageing test. A further paper will deal with the scattering of the points around their 56 mean-points.

Key-words : *Monte Carlo test, Test-value.*

1. Présentation du problème et des données

1.1 Introduction : Expérimentation et Mesures

L'emploi du mastic traditionnel (à base de carbonate de calcium et d'huile de lin) pour le masticage des panneaux de vitraux anciens peut être à l'origine de dégradations importantes. Ceci a conduit le L.R.M.H (Laboratoire de Recherche des Monuments Historiques) à entreprendre l'étude de mastics élastomères susceptibles de remplacer le mastic traditionnel (J.M. Bettembourg *et al.*, 1984).

Des essais de fatigue et de vieillissement des panneaux destinés à simuler l'action du vent sur les vitraux ont été définis de façon à ce qu'ils représentent d'une manière accélérée l'influence de l'environnement de ces œuvres sur leur conservation.

Pour simuler l'action du vent naturel, un banc comportant quatre caissons d'essai a été réalisé. Les vitraux sont soumis à une pression de forme sinusoïdale correspondant à différentes vitesses de vent. Le choix de la fréquence des sollicitations du vent simulé est un compromis entre la nécessité de simuler 300 ans environ en un temps relativement court (environ 4 mois ici) et l'obligation de se rapprocher du phénomène naturel sans que «l'accélération du temps» n'altère la nature des contraintes mécaniques.

Les 56 vitraux soumis à l'épreuve, reproduction d'un panneau des vitraux du XVI^e siècle de l'église de Saint-Vincent de Rouen, sont mastiqués au moyen de différents matériaux. Pour certains d'entre eux, une série de quatre panneaux est réalisée simultanément afin d'étudier les éventuelles disparités de fabrication. Les données recueillies au cours d'un essai sur un panneau sont constituées de 30 couples de valeurs successives :

a) la pression dans chaque caisson (mesurée par une capsule manométrique dont le signal électrique est envoyé à un galvanomètre incorporé dans un enregistreur).

b) la flèche, c'est-à-dire le déplacement sous l'effet de la pression (mesurée à l'aide d'un comparateur).

En principe les conditions de mesure sont identiques pour tous les essais : la même pression est appliquée, et les mesures sont prises aux mêmes intervalles de temps. On obtient donc pour chaque panneau de vitrail une courbe dessinée avec 30 points. Cette courbe, ou trajectoire, est le résultat final des quatre mois d'observation sur le vitrail.

1.2 Les facteurs expérimentaux

Les principaux facteurs sont :

- le *matériau* utilisé pour le masticage : l'expérimentation a mis en jeu 10 matériaux distincts pour le masticage des panneaux. Ces mastics sont classés en 4 catégories et il leur correspond un mode d'application particulier. Ces informations apparaissent dans le tableau 1 :

TABLEAU 1

Matériaux	Nombre	Types de matériaux	Modes d'application
1 Mastic Traditionnel	14	Mastic (lin)	Brosse
2 Rhodorçyl	2	Silicone	Pistolet
3 Silygutt	2	Silicone	Pistolet
4 LS 700	2	Acrylique	Pistolet
5 LC 1000	12	Acrylique	Pistolet
6 Utacryl	2	Acrylique	Pistolet
7 Seurabutyl	7	Butyl	Spatule
8 Seurabutyl dilué	5	Butyl	Brosse
9 M 50	5	Butyl	Spatule
10 M 50 dilué	5	Butyl	Brosse

Les *conditions du vieillissement accéléré* (ou types d'essai) : on distingue 7 types de vieillissement artificiel distincts appliqués aux divers panneaux. Les caractéristiques en sont brièvement données ci-dessous :

type 1 : réalisé à température ambiante (20°C),

type 2 : réalisé sur des vitraux soumis simultanément à des variations thermiques et hygrométriques,

type 3 : analogue au type 1, mais réalisé après un vieillissement « artificiel total »,

type 4 : analogue au type 1, mais réalisé après un vieillissement « brouillard salin »,

type 5 : analogue au type 1, mais réalisé après un vieillissement de type 2 accompagné de brouillard salin,

type 6 : analogue au type 1, mais réalisé après un vieillissement naturel de 20 mois, accompagné d'un essai type 1 après vieillissement naturel d'un an,

type 7 : analogue au type 1, mais réalisé après un vieillissement de même type et vieillissement naturel de 2 ans.

L'expérience met en jeu également d'autres facteurs dont on doit chercher à isoler les effets systématiques éventuels. En particulier chaque expérience s'effectue avec 4 caissons simultanément : le banc d'essai comporte 4 caissons et chaque caisson porte un panneau de vitrail soumis aux épreuves. D'autre part un groupe de 8 panneaux met en jeu des verres d'épaisseur double. On notera que le vieillissement de type 6 a été appliqué sur les vitraux en verre double.

1.3 Doublons, Répliques, Reprises

On appelle couple de *doublons* un couple de panneaux mastiqués avec le même matériau et soumis simultanément (dans 2 caissons distincts) à la même épreuve de vieillissement. On trouve 8 couples de doublons dans l'expérience.

On appelle couple de *répliques* un couple de panneaux mastiqués avec le même matériau et soumis à la même catégorie d'épreuve de vieillissement mais au cours d'essais distincts. Ainsi on trouve les couples de doublons dans des caissons différents du même essai alors que les répliques sont observées au cours de deux essais distincts. Il y a 12 couples de répliques.

Il faut s'attendre à ce que les observations diffèrent peu entre les doublons (seuls les 2 panneaux diffèrent matériellement) et un peu plus entre les répliques (puisque les mesures sont faites au cours d'essais distincts).

Par ailleurs certains vitraux subissent successivement plusieurs types de vieillissement et sont observés après chaque vieillissement. On parle alors de *reprises*.

2. Etude de la localisation dans le plan « flèche-pression »

2.1 Introduction

Les données recueillies au cours d'un essai sont constituées, comme on l'a vu, de 30 couples de valeurs successives flèche-pression dessinant une trajectoire, résultat final de quatre mois d'observations. On synthétise ces observations de la façon suivante : pour chacun des 56 vitraux, on calcule la flèche moyenne et la pression moyenne. Cès valeurs donnent la position moyenne du vitrail dans le plan « flèche-pression » défini par la flèche en abscisse et la pression en ordonnée. La figure 1 fournit la représentation des 56 points moyens dans ce plan.

On note que les 56 points ne sont pas répartis uniformément dans le plan. D'une façon globale, la flèche croît avec la pression et de plus la dispersion croît avec les valeurs de flèche ou de pression : le nuage des 56 points moyens s'élargit en éventail à partir de l'origine.

La dispersion des points moyens peut être due à plusieurs facteurs, ou combinaisons des facteurs, dont certains sont « contrôlés » au cours de l'expérimentation. Les facteurs influant sur la localisation des points peuvent être :

- 1) le matériau utilisé,
- 2) les conditions de vieillissement,
- 3) le panneau lui-même (défauts de fabrication par exemple, donc défaut d'étanchéité),
- 4) le caisson éventuellement,
- 5) effets aléatoires résiduels,
- 6) d'autres effets systématiques non identifiés.

On veut savoir si certains facteurs, ou combinaisons de facteurs, ont des effets systématiques et prévisibles. On va procéder alors à la description de la localisation des points en deux étapes :

a) Dans la première étape on essaie de répondre à la question : peut-on dire que la localisation des points est liée globalement aux facteurs de l'expérience ? (est-ce qu'il existe un effet « localisation » ?).

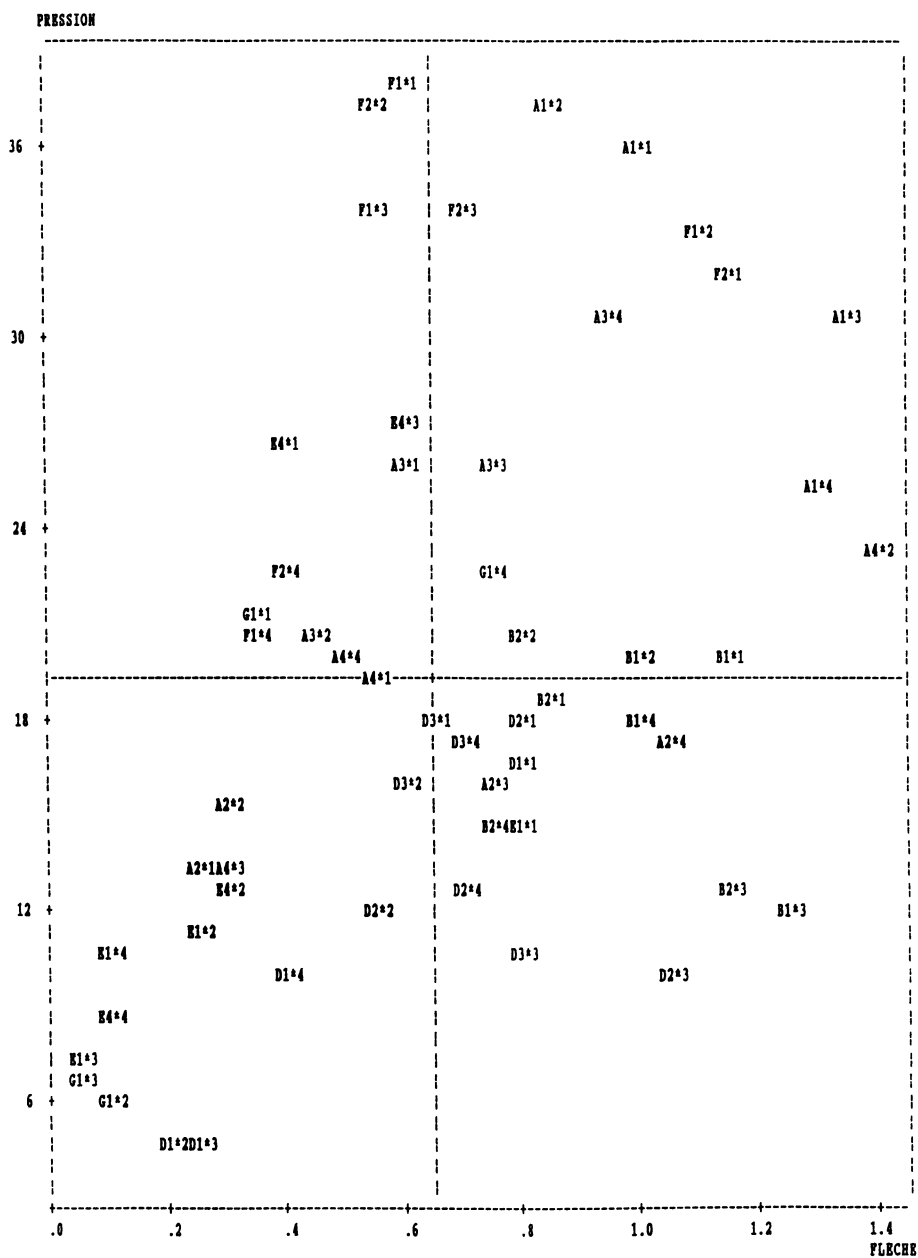


FIGURE 1
Les 56 points-moyens

b) Si oui, dans la deuxième étape on précisera les facteurs influant sur la localisation.

2.2 Première étape : Simulations et tests

L'inspection des localisations des doublons, des répliques et des reprises doit donner des renseignements sur la part des facteurs contrôlés et celle des aléas dans les résultats.

Considérons le nuage des 56 points moyens dans le plan flèche-pression. On marque avec une étiquette «D» les couples d'observations réalisées en «doublons», c'est-à-dire dans les mêmes conditions expérimentales (tous les facteurs contrôlés sont identiques). Les distances entre doublons sont alors attribuables aux seuls facteurs non contrôlés ; elles devraient être donc attribuables au «hasard» seul. La question est donc : ces distances sont-elles «significativement» plus petites que le reste des distances entre couples ?

Le problème peut être résolu en effectuant des simulations. On choisit comme statistique du test la moyenne des distances entre les couples de points marqués «D».

Considérons les 8 couples de doublons de l'expérience. On calcule les distances entre ces couples, et soit X_0 la distance moyenne. Pour savoir si cette distance est «significativement petite» on va la comparer à la moyenne des distances entre un même nombre de couples de points tirés au hasard parmi l'ensemble des points non marqués. On répétera cette opération de tirages un grand nombre de fois, et on comptabilisera combien de fois les distances «simulées» sont inférieures ou égales à la distance observée X_0 . Si ce nombre est très faible, on rejettera l'hypothèse que la valeur X_0 est due au hasard.

On calcule les distances entre couples de points à partir des variables centrées et réduites pour faire jouer le même rôle aux deux variables (en réalité on calcule ces distances en utilisant les coordonnées sur les deux axes de l'analyse en composantes principales des 56 points, effectuée avec les deux variables flèche et pression. La configuration des 56 points est exactement reconstituée dans le plan factoriel de cette analyse). La *figure 2* montre l'histogramme des $1540 = 56 \times 55/2$ distances entre couples calculées à partir des 56 points. La distance moyenne entre couples est 4,07. L'écart-type vaut 3,88. La distribution est très dissymétrique.

Dans la *figure 3* on représente les 56 points dans le plan «flèche-pression», en identifiant par : «D» les doublons, par «R» les répliques, par «RP» les reprises et par «*» les autres points. On a relié entre eux les doublons, répliques et reprises.

On a rassemblé les résultats des simulations dans le *tableau 2*. On remarque sur la *figure 3* que, sur les 8 couples de doublons, 7 sont très proches. La distance moyenne 1,173 est notablement inférieure à la distance moyenne générale 4,07 (*tableau 2*). Après 1000 tirages au hasard de 8 couples parmi les 1540 couples, on trouve seulement 5 cas où la distance moyenne est inférieure ou égale à 1,173. Après 4000 tirages on ne trouve que 12 cas (3 pour 1000). Ces résultats sont consignés dans la colonne «COMPTAGE» du *tableau 2*. Les simulations montrent que les doublons sont effectivement plus proches que des couples d'observations pris au hasard.

En ce qui concerne les couples de répliques, on observe que 10 des 12 couples sont très proches (*figure 3*). La distance moyenne des 12 couples vaut 1,07 (*tableau 2*). Après 4000 simulations, on n'observe aucun cas où la distance moyenne est

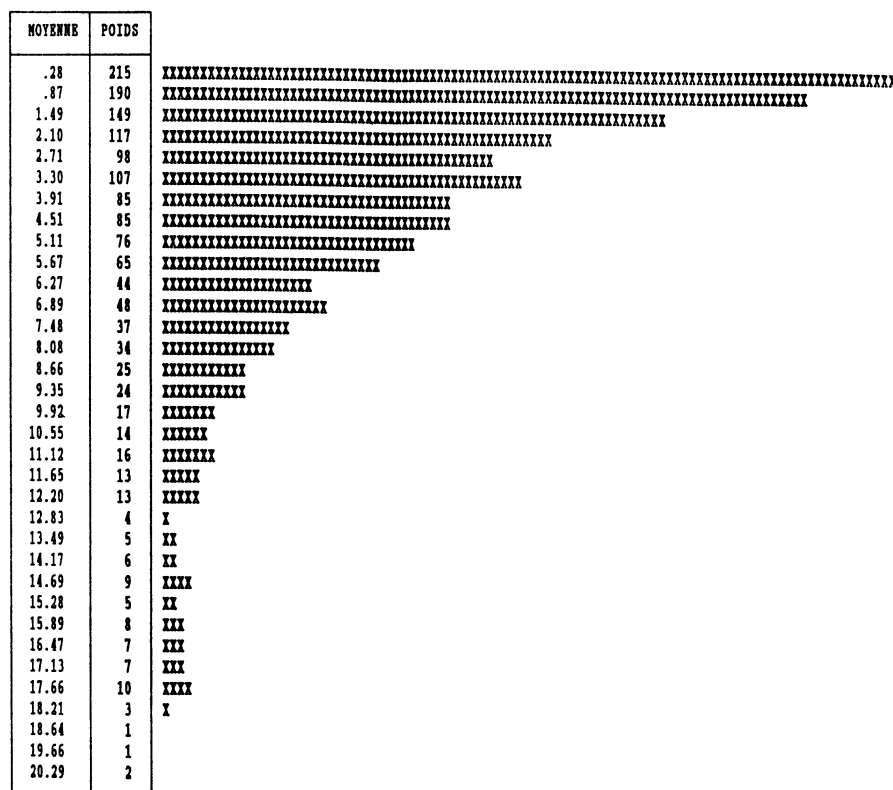


FIGURE 2

*Histogramme des 1540 distances entre les 56 courbes dans le plan flèche-pressure
Moyenne = 4,07. Ecart-type = 3,88.*

inférieure à 1,07. Ici encore les répliques apparaissent beaucoup plus proches que les couples tirés au hasard.

Dans le cas des 4 couples de reprises, les résultats sont analogues (tableau 2) et confirment l'hypothèse qu'une part essentielle de la localisation des courbes dans le plan « flèche-pressure » est due aux facteurs contrôlés de l'expérience (matériaux, types de vieillissement, etc...).

Pour les 4 couples de reprises, on a tracé sur la figure 3 une flèche indiquant le déplacement du point moyen des observations entre la première épreuve et la seconde. On remarquera que dans les 4 cas, la reprise conduit à une flèche moyenne plus petite au second passage. Ceci semble indiquer que la fatigue supplémentaire d'un panneau se traduit par une diminution d'ampleur de la flèche (sans doute le fait d'une perte de souplesse du panneau).

Ces simulations montrent que la localisation des points moyens des trajectoires dans le plan « flèche-pressure » ne peut pas être attribué au hasard.

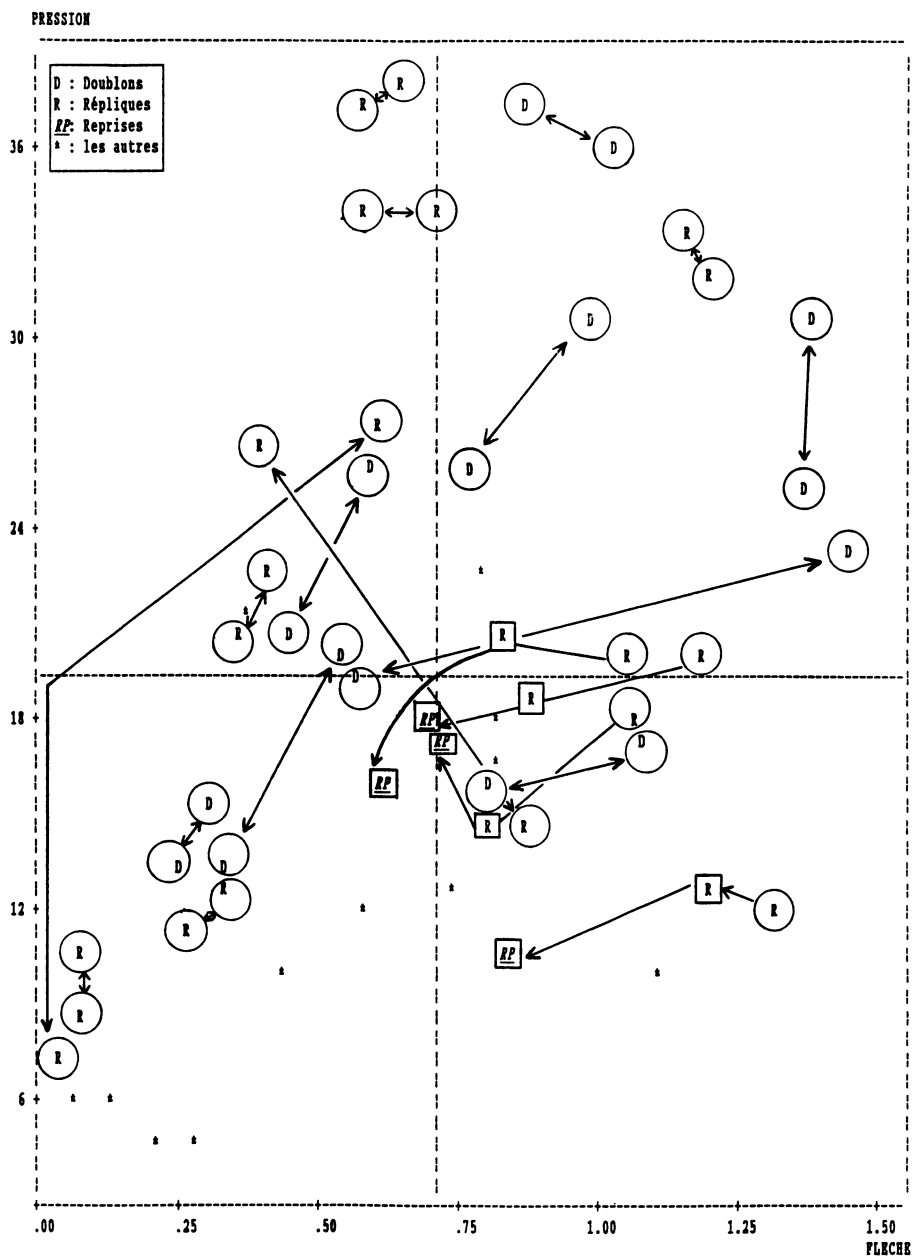


FIGURE 3
 Doublons, Répliques et Reprises (Plan : flèche-pression)

TABLEAU 2

*Tests sur les doublons, répliques et reprises**5/1000 signifie que la moyenne observée a été dépassée dans 5 des 100 tirages)*

Distances	Moyenne	Ecart-type	Comptage
1540 couples	4.073	(3.881)	–
DOUBLONS : 8 couples	1.173	–	–
1000 tirages de 8 couples	4.052	1.396	5/1000
4000 tirages de 8 couples	4.076	1.371	12/4000
REPLIQUES : 12 couples	1.075	–	–
1000 tirages de 12 couples	4.080	1.137	0/1000
4000 tirages de 12 couples	4.078	1.133	0/4000
REPRISES : 4 couples	0.527	–	–
1000 tirages de 4 couples	4.046	1.944	5/1000
4000 tirages de 4 couples	4.083	1.928	12/4000

2.3 Points-moyens et valeurs-tests

Les 56 observations constituées par les points moyens de localisation des trajectoires sont repérables selon les divers facteurs expérimentaux. Par exemple, le facteur «matériaux» définit une partition des 56 points en 10 groupes disjoints. Dans quelle mesure la moyenne de la flèche et de la pression dans chaque groupe diffère-t-elle de la moyenne générale? L'effet d'un facteur sur la localisation des trajectoires sera à la mesure de la non homogénéité de ces moyennes.

On procédera comme pour un test classique en choisissant comme statistique du test la moyenne. On va associer à chaque point moyen d'un groupe de points la valeur d'un critère qui permette d'apprécier dans quelle mesure la flèche et la pression diffèrent de leur moyenne générale.

Considérons le cas de la flèche par exemple. Soit X la moyenne empirique des 56 valeurs de flèches, et S^2 leur variance empirique. Soit X_k la moyenne des flèches associées à un facteur k , auquel correspond n_k points parmi les $n = 56$ points. L'hypothèse H_0 de travail d'un facteur «sans influence» est traduite par un tirage au hasard sans remise des n_k points parmi les 56 points. Sous cette hypothèse la variable aléatoire X_k a pour espérance mathématique et pour variance respectivement :

$$E_{H_0}(X_k) = X \quad \text{et} \quad \text{Var}_{H_0}(X_k) = S_k^2(n - n_k)/(n - 1)(S^2/n_k)$$

Si on approche la distribution de la moyenne X_k par une loi de Laplace-Gauss, on peut considérer la variable :

$$U = (X_k - X)/S_k$$

comme une variable de Laplace-Gauss centrée et réduite. Plus cette quantité est grande en valeur absolue, plus l'effet du facteur sur la flèche est vraisemblable (dans ce cas en effet l'hypothèse du tirage au hasard est incompatible avec la moyenne observée). On appellera «*valeur-test*» cette quantité (A. Morineau, 1987). Elle mesure en quelque sorte la distance entre les deux moyennes en nombre d'écarts-types, sous l'hypothèse H_0 . Si la valeur-test est positive (resp. négative), le groupe des n_k points est caractérisé par des valeurs plutôt supérieures (resp. inférieures) à la moyenne générale.

Dans le cas où l'hypothèse de travail est vraie (facteur sans influence), il faut s'attendre à trouver une valeur-test inférieure à 2 en valeur absolue dans 95 % des épreuves si on répète l'épreuve indéfiniment. Une valeur supérieure à 2 est donc présomption de facteur «significatif».

Dans le *tableau 3* on présente les résultats des calculs des valeurs-tests pour tous les groupes d'observations associées aux facteurs de l'expérience, ainsi que les moyennes de chaque groupe et les moyennes générales. Dans les deux colonnes de droite du tableau, les valeurs-tests permettent d'apprécier si un écart à la moyenne générale est «petit» (et attribuable au hasard seul), ou «grand» (donc attribuable au facteur).

On constate qu'il y a peu de «grands» écarts. L'écart le plus notable concerne la pression mesurée sur les verres d'épaisseur double : elle est considérablement plus forte que la pression moyenne générale (alors que la flèche reste moyenne). Ceci correspond au type d'essai 6. Il ne semble pas y avoir d'effet systématique dû au caisson. Certains des 14 essais sont assez dispersés sans être réellement très éloignés (à l'exception peut-être de l'essai 1, qui présente de fortes flèches et pressions, et des essais 7 et 9 caractérisés par de faibles valeurs). En ce qui concerne les matériaux, le *mastic traditionnel* est caractérisé par des pressions fortes (et des flèches légèrement supérieures à la moyenne) ; le *rhodorcyl* (silicone) est caractérisé par des flèches supérieures à la moyenne, et le M50 (butyl) par des flèches inférieures à la moyenne.

Pour interpréter la localisation des points moyens des principaux facteurs (matériaux, types de matériaux, types de vieillissement), il est commode de les représenter dans le plan «flèche-pression» à l'aide des valeurs-tests (figures 4 et 5). Les points «significatifs» sont hors du «carré» marqué sur la figure aux coordonnées égales à +2 ou -2.

Le *Mastic Traditionnel* est assez nettement caractérisé par une pression élevée. Les Silicones sont caractérisés par une flèche forte à cause du *Rhodorcyl*. Les *Butyls* sont assez bien caractérisés par des pressions et flèches faibles par le jeu des caractéristiques concourantes des quatre composantes : le M50 et le M50 dilué ont une flèche faible et le M50 une pression légèrement inférieure à la moyenne ; le *Seurabutyl* et le *Seurabutyl dilué* ont une pression assez faible et une flèche légèrement inférieure à la moyenne. Enfin les *Acryliques* sont mal caractérisés du fait des caractéristiques divergentes des trois composantes sur la flèche et de la faible caractérisation par une pression légèrement inférieure à la moyenne.

En ce qui concerne les types de vieillissement, le type 6 est constitué des essais 12 et 13, qui sont les seuls essais effectués avec des verres doubles. Ils sont caractérisés, comme on l'a vu, par des fortes pressions. Le type 2 est constitué des

TABLEAU 3
Analyse des localisations

		MOYENNES		VALEURS-TESTS	
Catégorie	Effectif	flèche	pression	flèche	pression
Numéros des caissons					
caisson A	14	.74	22.4	.28	1.46
caisson B	14	.70	18.8	−.19	−.23
caisson C	14	.74	17.3	.32	−.92
caisson D	14	.68	18.7	−.43	−.31
Numéros des essais					
essai num. 1	4	1.19	32.7	2.67	3.00
essai num. 2	4	.64	15.2	−.44	−.91
essai num. 3	4	.73	26.0	.07	1.52
essai num. 4	4	.74	18.9	.16	−.09
essai num. 5	4	1.18	17.2	2.61	−.47
essai num. 6	4	.96	16.6	1.34	−.62
essai num. 7	4	.33	10.7	−2.13	−1.94
essai num. 8	4	.38	18.9	−1.85	−.11
essai num. 9	4	.47	8.6	−1.41	−2.42
essai num. 10	4	.83	12.9	.66	−1.44
essai num. 11	4	.74	15.4	.13	−.87
essai num. 12	4	.70	31.6	−.04	2.76
essai num. 13	4	.75	31.8	.20	2.80
essai num. 14	4	.36	13.9	−1.98	−1.23
Type d'essai					
1. type 1	24	.67	20.3	−.79	.77
2. type 2	8	1.07	16.9	2.92	−.80
3. type 3	4	.47	8.6	−1.41	−2.42
4. type 4	4	.83	12.9	.66	−1.44
5. type 5	4	.74	15.4	.13	−.87
6. type 6	8	.72	31.7	.12	4.09
7. type 7	4	.36	13.9	−1.98	−1.23

essais 5 et 6, tous deux caractérisés par une flèche un peu forte. Les types 3, 4, 5 et 7 sont constitués chacun d'un seul essai. Le type 1 est constitué de 6 essais aux caractéristiques assez divergentes; en particulier opposition de l'essai 1 (flèche et pression fortes) et de l'essai 7 (flèche et pression faibles).

En fait les essais de type 1, correspondant aux conditions ambiantes, couvrent uniformément le domaine des variations des flèches et des pressions. Tous les types de matériaux ont été utilisés dans les essais du type 1. Pour les autres essais, les

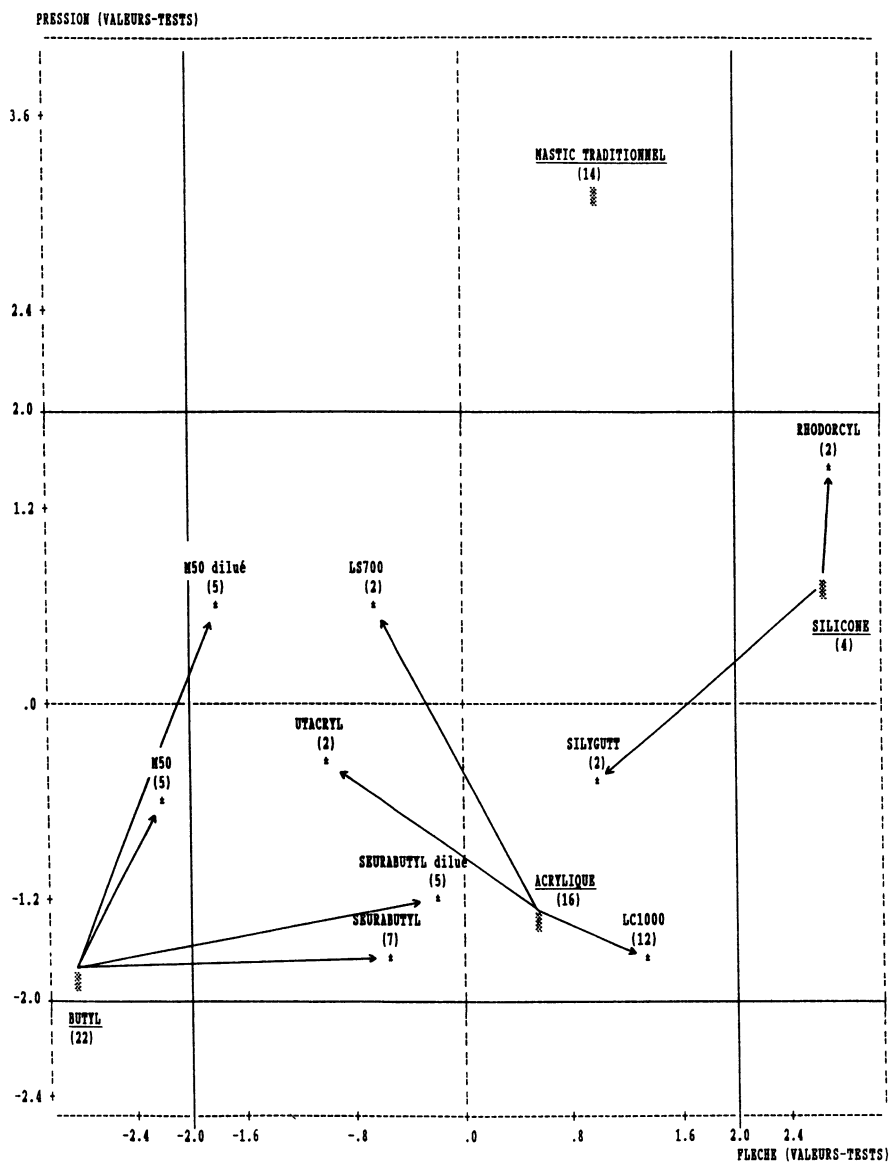
TABLEAU 3 (suite)
Analyse des localisations
(les types de matériaux sont définis dans le tableau 1)

		MOYENNES		VALEURS-TESTS	
Catégorie	Effectif	flèche	pression	flèche	pression
Matériaux					
mastic tradit	14	.80	25.8	1.03	3.02
rhodorcyl	2	1.40	28.4	2.67	1.42
silygutt	2	.97	16.5	.98	−.44
ls700	2	.55	23.5	−.65	.65
lc1000	12	.84	15.5	1.35	−1.61
utacryl	2	.46	16.7	−1.00	−.41
seurabutyl	7	.64	14.2	−.54	−1.56
seurabutyl dilué	5	.68	14.4	−.21	−1.24
m 50	5	.37	17.0	−2.18	−.59
m 50 dilué	5	.42	21.6	−1.80	.57
Types de matériaux					
mastic tradit	14	.80	25.8	1.03	3.02
silicone	4	1.18	22.4	2.62	.71
acrylique	16	.76	16.7	.55	−1.36
butyl	22	.54	16.6	−2.81	−1.79
Modes d'application					
brosse	14	.80	25.7	1.03	3.02
spatule	12	.52	15.4	−1.94	−1.67
pistolet	20	.84	17.8	1.93	−.90
brosse après dilut	10	.55	18.0	−1.50	−.50
Verre employé					
verre simple épaiss	48	.71	17.2	−.12	−4.09
verre double épaiss	8	.72	31.7	.12	4.09
MOYENNE GENERALE . . .	56	.71	19.3		

observations sont en général plus localisées, ce qui est à rapprocher du fait qu'ils ne mettent pas en jeu tous les types de matériaux. Il est probable que les observations obtenues résultent des effets combinés des types de vieillissement et des matériaux utilisés, sans qu'il soit possible d'explicitier encore cette combinaison.

3. Comparaison avec l'analyse de la variance

Afin d'effectuer des comparaisons avec les indications données par le critère des valeurs-tests, on a effectué des analyses de la variance. On a appliqué l'analyse



de la variance sur le tableau des points moyens plutôt que sur le tableau des 1680 observations (30 mesures de la flèche et de la pression pour chacun des 56 panneaux) car les mesures sur chaque panneau ne sont pas des répétitions faites pour étudier les dispersions des observations. Au contraire, à chaque nouvelle

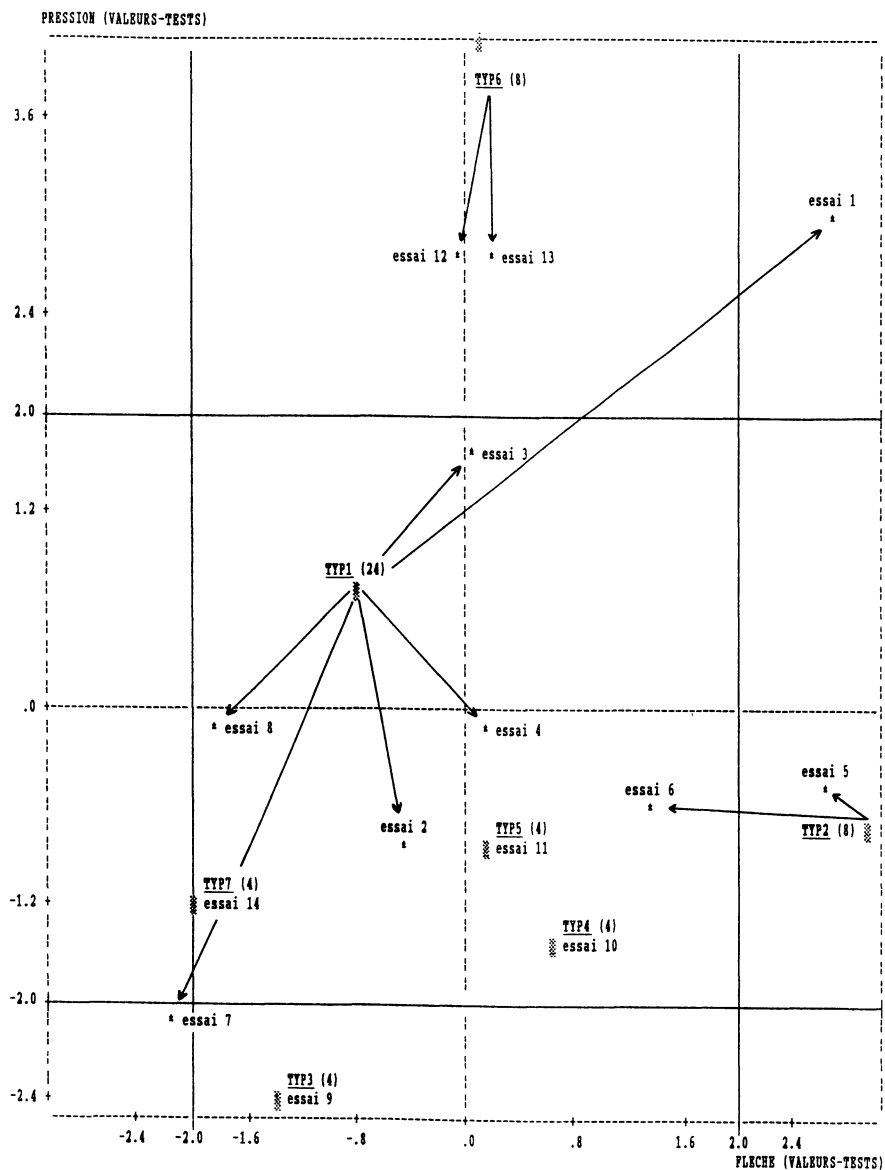


FIGURE 5
Plan des valeurs-tests pour les essais

observation on voit varier systématiquement la pression correspondant à une flèche différente.

Utilisant le modèle le plus simple, on a retenu les seuls facteurs qui se sont déjà révélés les plus importants et dont on a vu qu'ils «contiennent» les autres :

les types d'essais et les types de matériaux. On écrit un modèle des effets sur la flèche d'abord, puis sur la pression.

L'analyse de la variance donne des indications analogues à celles qui sont fournies par les valeurs-tests : ce sont les mêmes éléments qui paraissent avoir des effets significatifs. Il faut signaler qu'en utilisant les valeurs-tests, on se trouve dans un contexte non-paramétrique et on évite donc d'avoir à faire l'hypothèse de «normalité» du vecteur résiduel nécessaire dans le cadre classique de l'analyse de variance.

A titre d'exemple, on donne dans les tableaux 4 et 4-suite les résultats de l'analyse de la variance effectuée sur le tableau des 56 observations classées ici selon les deux critères les plus importants : les types d'essais et les matériaux.

TABLEAU 4
Analyse de variance pour la flèche
flèche = types d'essai + matériaux + constante

Variable	Coefficient	Ecart-type	Student (d.d.l. = 40)	Prob. critique	Valeur-test
Type 1	-0.12	0.08	1.6	.124	-1.5
Type 2	0.38	0.10	3.8	.001	3.5
Type 3	-0.23	0.13	1.8	.084	-1.7
Type 4	0.14	0.13	1.1	.281	1.1
Type 5	0.05	0.13	0.4	.726	0.4
Type 6	0.08	0.11	0.7	.465	0.7
Type 7	-0.29				
mastic tradit.	0.06	0.08	0.7	.502	0.7
rhodorcyl	0.77	0.19	4.1	.000	3.7
silygutt	0.33	0.19	1.8	.082	1.7
ls700	-0.09	0.19	0.5	.642	-0.5
lc1000	0.08	0.09	0.9	.388	0.9
utacryl	-0.18	0.19	1.0	.342	-1.0
seurabutyl	-0.18	0.12	1.6	.124	-1.5
seurabutyl dilué	-0.22	0.14	1.5	.132	-1.5
m 50	-0.31	0.13	2.4	.021	-2.3
m 50 dilué	-0.25				
Constante	0.76	0.06	11.9	.000	7.7
Source	Somme des carrés	Fisher	Degrés de liberté	Prob. Critique	Valeur-test
Ecarts résiduels	3.1		40		
Critère 1 : type d'essai	1.9	4.0	6 40	0.0029	2.7
Critère 2 : matériaux	2.6	3.8	9 40	0.0017	2.9

TABLEAU 4 (suite)
Analyse de variance pour la flèche
flèche = types d'essai + matériaux + constante

Variable	Coefficient	Ecart-type	Student (d.d.l. = 40)	Prob. critique	Valeur-test
Type 1	2.71	1.63	1.7	.104	1.6
Type 2	-1.00	2.10	0.5	.629	-0.5
Type 3	-9.31	2.68	3.5	.001	-3.2
Type 4	-4.95	2.68	1.8	.072	-1.8
Type 5	-2.42	2.68	0.9	.372	-0.9
Type 6	16.41	2.20	7.5	.000	5.9
Type 7	-1.43				
mastic tradit.	6.73	1.72	3.9	.000	3.6
rhodorcyl	8.75	8.86	2.3	.029	2.2
silygutt	-3.17	3.86	0.8	.417	-0.8
ls700	3.82	3.86	1.0	.328	1.0
lc1000	-3.41	1.85	1.8	.072	-1.8
utacryl	-3.01	3.86	0.8	.440	-0.8
seurabutyl	-0.84	2.39	0.4	.726	-0.4
seurabutyl dilué	1.21	2.97	0.4	.687	0.4
m 50	-7.33	2.69	2.7	.010	-2.6
m 50 dilué	-2.76				
Constante	16.94	1.33	12.8	.000	8.0
Source	Somme des carrés	Fisher	Degrés de liberté	Prob. Critique	Valeur-test
Ecarts résiduels	1332.9		40		
Critère 1 : type d'essai	2012.9	10.1	6 40	0.0000	4.8
Critère 2 : matériaux	1248.2	4.2	9 40	0.0008	3.2

4. Conclusions

Les tests effectués par simulation sur les observations réalisées en doublons, répliques et reprises nous assurent qu'il y a un effet significatif des facteurs contrôlés au cours de l'expérimentation. Construits sur la notion simple et intuitive de distance entre points, ils sont bien adaptés au problème et de plus sont non-paramétriques.

Pour apprécier l'effet séparé des facteurs contrôlés, le critère très simple des valeurs-tests permet de pointer rapidement les éléments influents et décrit simultanément la force et le sens de cette influence.

Lorsque l'analyse met en jeu comme ici deux variables jouant le même rôle, on notera qu'une représentation comme celle de la *figure 5* permet d'apprécier au premier coup d'œil la force et la nature des facteurs influant sur chaque paramètre. Les effets des interactions sont figurables de la même façon que les effets directs.

Il faut noter que chaque point correspond à l'effet du facteur *seul* (et non en cohabitation avec d'autres facteurs comme dans un modèle d'analyse de la variance). Tester les effets concomitants nécessite toujours d'introduire des hypothèses sur les effets, l'hypothèse traditionnelle la plus simple en analyse de variance étant l'additivité des effets.

On terminera cette note sur une remarque concernant le dispositif expérimental. On peut supposer que la variation de pression est due à des défauts d'étanchéité. Suivant le panneau, et peut être en fonction du mastic utilisé, des fissures peuvent se créer au cours de l'expérience (qui dure 4 mois environ). Au contraire, des déformations peuvent obturer certaines défauts d'étanchéité. La pression devrait en fait être contrôlée, constante et la même pour tous les panneaux soumis aux épreuves. Un dispositif expérimental « idéal » devrait assurer une pression indépendante de l'état du panneau (la pression du vent sur un vitrail réel n'est pas fonction du panneau sur lequel il s'exerce).

Bibliographie

- ALEVIZOS P. (1990). *Analyse Factorielle Conditionnelle et Analyse de la Structure*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI, Juin 1990, Paris.
- BETTEMBOURG J.M., BURCK J.J., DRIVIERE J., HENRY J.P. (1984). *Influence des Mastics sur le Comportement des Panneaux de Vitraux*, 10^e congrès international de l'IIC, Paris, Septembre 1984.
- LEBART L., MORINEAU A., FENELON J.P. (1982). *Traitement des Données Statistiques, Méthodes et Programmes*, Dunod, Paris (1^e édition 1979).
- MORINEAU A. (1987). *Inferential techniques following a Multivariate Descriptive Statistical Analysis*, actes du congrès d'Analyse des Données en Barcelone.
- SAPORTA G., HATABIAN G. (1986). *Régions de Confiance en Analyse Factorielle*, 4^e journées sur l'Analyse des Données et l'Informatique de l'INRIA, Versailles.
- SINGER B. (1979). *Distribution Free Methods for Non-Parametric Problems : A Classified and Selected Bibliography*, British J. Math. Stat. Psych., Vol.32, N°.1, pp.1-60.