REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. VESSEREAU

Efficacité et gestion des cartes de contrôle

Revue de statistique appliquée, tome 39, nº 4 (1991), p. 85-134
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1991__39_4_85_0>

© Société française de statistique, 1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Rev. Statistique Appliquée, 1991, **XXXIX** (4), 85-134

EFFICACITÉ ET GESTION DES CARTES DE CONTROLE

A. VESSEREAU

SOMMAIRE

Pages

1. GENERALITES 86
2. EFFICACITE DE LA CARTE DE CONTROLE DES MOYENNES. 89
   2.1. Relations Générales..... 89
      2.1.1. Relation entre la proportion de défectueux et les paramètres de déréglage..... 89
      2.1.2. Probabilité d'accepter le réglage à partir d'un prélèvement de n pièces 90
   2.2. Courbes d'efficacité pour le dérèglage de la moyenne .. 91
   2.3. Courbes d'efficacité pour le dérèglage de l'écart-type.. 93
3. EFFICACITE DE LA CARTE DE CONTROLE DES ETENDUES ET DE LA CARTE DES ECARTS-TYPES..... 94
4. EFFICACITE DANS LE CAS D'UNE SEULE LIMITE DE TOLERANCE..... 96
5. COMPARAISON DES EFFICACITES DES DIFFERENTS TYPES DE CARTES..... 97
   5.1. Efficacité pour un déréglage de la moyenne et pour un déréglage de l'écart-type..... 97
   5.2. Choix "à priori" d'un effectif d'échantillon 99
6. INTERPRETATION D'UN DEREGLAGE SIGNALE PAR LA CARTE DES MOYENNES..... 99
   6.1. Durée d'attente du premier point hors limites..... 99
   6.2. Limite supérieure de la proportion de défectueux entre deux points "hors limites" 100
      6.2.1. Cas d'un déréglage unique de la moyenne..... 100
      6.2.2. Cas d'un déréglage progressif de la moyenne .. 106

Pages

6.3. Limite supérieure de la proportion de défectueux dans la tranche qui contient le point "hors limites"..... 107

7. CHOIX DE L'EFFECTIF D'ECHANTILLON ET DECISION EN CAS DE DEREGLAGE..... 108

7.1. Choix de l'effectif d'échantillon..... 108

7.2. Décision en cas de dérèglage..... 110

TABLES..... 113

1. Valeurs de n telles que P (probabilité d'acceptation) $\leq 0,10$ 113

2. Valeurs de P telles que $\log P = \frac{\log \beta}{x}$ et $\bar{x} = \frac{1}{1-P}$ ($\beta = 0,10$ et $0,05$)..... 114

3. Valeurs de $\lambda_r = \frac{4,37}{\sqrt{n}} + \lambda'$ et valeurs de p_r en fonction de $\theta - \lambda_r$..... 115

ANNEXES..... 117

1. Courbes d'efficacité pour le déréglage de la moyenne 121

2. Courbes d'efficacité pour le dérèglage de l'écart-type 123

2.a. Carte des étendues 123

2.b. Carte des écarts-types 123

3. Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées (D_{max} et $D_{\overline{max}}$)..... 125

1 - GENERALITES

Le contrôle en cours de fabrication par cartes de contrôle et le contrôle de réception sont généralement présentés de façon distincte. Cependant lorsqu'un fabricant exécute une commande qui fera l'objet d'un contrôle de réception, ce sont les caractéristiques de celui-ci (courbe d'efficacité, niveau de qualité acceptable, qualité limite) qui devraient être prises en considération pour déterminer les conditions de contrôle de la fabrication. Dans la suite de cet exposé, on se placera dans le cas usuel où la distribution du caractère controlé est normale.

Supposons que les pièces doivent être inspectées par rapport à deux limites de tolérance, T_s et T_i, et que la machine soit capable de produire des pièces bonnes en proportion voisine de 100 % - ce qui se traduit par la condition pratique $T_s - T_i > 6\ \sigma_o$, σ_o désignant l'écart-type lorsque la machine fonctionne correctement. Si $T_s - T_i = 6\ \sigma_o$ (rigoureusement $6,18\ \sigma_o$), et si la machine est réglée à la moyenne $m_o = \frac{1}{2}(T_i + T_s)$, la production sera bonne, en l'absence de déréglage, dans la proportion de 99,8 %.

Le contrôle s'effectuant sur des prélèvements de n pièces, avec, pour la carte des moyennes, les limites classiques $m_o \pm 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$, tout déré-

glage, si minime soit-il - de la moyenne ou de l'écart-type - se traduit par l'apparition plus ou moins rapide, d'un point "hors limite" (des points "hors limite" apparaitront aussi, en l'absence de déréglage, dans la proportion de 0,2 %). Or le déréglage peut être sans conséquence pratique si le contrôle de réception - ou plus généralement si la "qualité recherchée" - "accepte" une proportion non négligeable de pièces défectueuses. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle il est conseillé, lorsqu'une machine est "trop précise pour la qualité recherchée", d'adopter des "limites de contrôle modifiées" tracées à partir des limites de tolérance. D'un autre côté, lorsqu'un point apparait hors des limites, cela peut être l'indication d'un déréglage important qui a pu se produire à un instant largement antérieur si la périodicité des prélèvements est faible, et il peut en résulter une proportion inacceptable de pièces défectueuses dans la fabrication. Les considérations précédentes s'appliquent également à la carte des étendues et à la carte des écarts-types.

Les courbes d'efficacité du contrôle de réception - qu'il soit par attributs ou par mesures - sont tracées en portant en abscisse la proportion p de défectueux (cf. MIL STD 105 D et MIL STD 414) et en ordonnée la probabilité d'acceptation P(p), qui a une signification bien concrète, puisqu'elle représente la proportion de lots de la qualité p qui seront acceptés.

Dans les courbes d'efficacité de la carte de contrôle par attributs, c'est aussi p que l'on porte en abscisse, et, dans les exemples que l'on donne pour illustrer l'efficacité de ce contrôle, les valeurs de p correspondant à une machine correctement réglée (probabilité d'acceptation 99,9 %) sont généralement de l'ordre de 1 %, 2 %, 5 %... : ce sont des valeurs courantes d'un NQA.

Par contre, pour définir l'efficacité de la carte de contrôle par mesures, on porte généralement en abscisse, non pas la proportion p de défectueux, mais un "paramètre de déréglage" :

$$\lambda = \frac{m - m_o}{\sigma_o}$$, pour la détection d'un déréglage de la moyenne,

$$\rho = \sigma / \sigma_o$$, pour la détection d'un déréglage de l'écart-type.

l'ordonnée étant la probabilité $P(\lambda)$ ou $P(\rho)$ d'"accepter le réglage".

L'avantage des courbes ainsi tracées est qu'elles ne dépendent que de l'effectif d'échantillon n - pour la carte des moyennes, la courbe $P(\rho)$ est même unique (indépendante de n). Si l'on se limite aux valeurs usuelles de n : 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, on a, pour la carte des moyennes 11 courbes $P(\lambda)$ et une courbe $P(\rho)$, pour la carte des écarts-types 11 courbes $P(\rho)$ et pour la carte des étendues (où $n \leq 12$) 8 courbes $P(\rho)$. Mais les inconvénients sont les suivants :

Les courbes d'efficacité du contrôle en cours de fabrication ne sont pas comparables à celles du contrôle de réception.

La signification concrète des probabilités $P(\lambda)$ et $P(\rho)$ dépend de l'importance de la tolérance par rapport à l'écart-type de la machine.

On ne peut pas tracer sur un même graphique -ou sur des graphiques directement comparables - les courbes $P(\lambda)$ et $P(\rho)$; et cependant leur intérêt pratique est le même : détection d'un déréglage producteur de défectueux, quelle qu'en soit l'origine.

L'attitude à adopter lorsque l'une ou l'autre des cartes signale un déréglage n'est pas définie : faut-il simplement procéder à un nouveau réglage, ou convient-il aussi de vérifier à 100 % une partie - et laquelle - des pièces antérieurement produites ?

Dans les § 2 à 4, on rappellera d'abord comment il est possible de construire les courbes d'efficacité du contrôle en cours de fabrication en fonction de la proportion p de défectueux (cf. Bibliographie [1], [2], [3],[4]) Les courbes dépendront de la tolérance, c'est-à-dire (dans le cas de deux limites de tolérance) du paramètre $\theta = \frac{1}{2\sigma_o}(T_s - T_i)$. Pour 11 valeurs de n et 10 valeurs de θ, il y aura théoriquement, pour la carte des moyennes, un réseau de 110 courbes $P(p ; \theta, n)$ correspondant au déréglage de la moyenne et un réseau de 10 courbes $P(p ; \theta)$ correspondant au déréglage de l'écart-type ; pour la carte des écarts-types il y aura un réseau de 110 courbes $P(p ; \theta, n)$ et pour la carte des étendues ($n \leq 12$) un réseau de 80 courbes. Faisons ici observer que les "MIL STD 105 D" contiennent 152 courbes d'efficacité et que les MIL STD 414 en contiennent 148.

On montrera ensuite qu'il suffit de deux graphiques (ou trois pour la commodité des lectures) - l'un pour le déréglage de la moyenne, l'autre pour le déréglage de l'écart-type - pour construire les courbes d'efficacité correspondant à des valeurs quelconques de θ et de n.

On traitera comme cas général (§ 2 et 3) celui où il y a deux limites de tolérance T_s et T_i, la machine étant initialement réglée à la moyenne

$$m_o = \frac{T_i + T_s}{2}$$

et on posera :

$$T = (T_s - T_i)$$

L'écart-type de la machine étant σ_o, on admettra que $T \geq 5\sigma_o$ (pour $T = 5\ \sigma_o$, la machine réglée au mieux produit 1,2 % de pièces défectueuses).

Le cas d'une seule limite de tolérance (T_s ou T_i) s'en déduira facilement (§ 4).

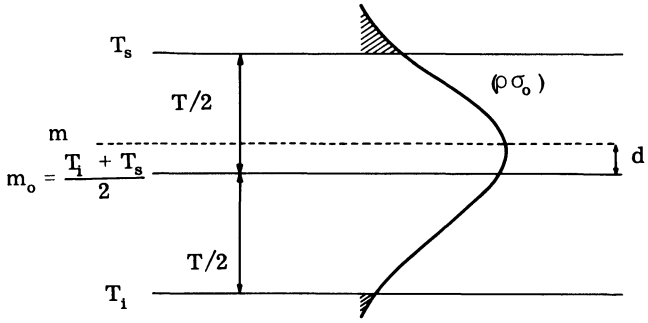
Dans le § 5 on constatera la faible efficacité des cartes de contrôle à l'égard des déréglages de l'écart-type, ce qui conduira à ne retenir, dans la suite, que les déréglages de la moyenne lus sur la carte des moyennes. Les courbes d'efficacité correspondantes permettent de choisir "à priori" l'effectif d'échantillon en vue d'une efficacité recherchée.

On introduira au § 6 la notion de "risque de ne constater le déréglage qu'après que celui-ci a été accepté sur un nombre donné de prélèvements". Cette notion sera utilisée au § 7 pour le choix de l'effectif d'échantillon compte tenu d'une information sur la stabilité du processus et sur l'importance du déréglage à craindre, ainsi que pour déterminer l'attitude à adopter lorsque la carte de contrôle signale un déréglage.

2 - EFFICACITE DE LA CARTE DE CONTROLE DES MOYENNES

2.1 - Relations générales

Dans le cas le plus général, la moyenne devient, par suite d'un déréglage $m = m_o + d$ ($d > 0$ ou < 0) et l'écart-type devient $\rho\sigma_o$ (on ne s'intéresse qu'aux valeurs de $\rho > 1$).



2.1.1 - Relation entre la proportion de défectueux et les paramètres de déréglage

La proportion de défectueux est

$$p = \int_{-\infty}^{-\frac{T}{2}+d} \frac{1}{\rho\sigma_o\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\rho^2\sigma_o^2}} dx + \int_{\frac{T}{2}+d}^{\infty} \frac{1}{\rho\sigma_o\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\rho^2\sigma_o^2}} dx$$

En désignant par F(u) la fonction de répartition de la loi normale réduite, on a :

$$p = F\left[\frac{-\frac{T}{2} + d}{\rho\sigma_o}\right] + F\left[\frac{-\frac{T}{2} - d}{\rho\sigma_o}\right]$$

D'où, en posant

$$\frac{d}{\sigma_o} = \frac{m - m_o}{\sigma_o} = \lambda \qquad \frac{T}{2\sigma_o} = \frac{1}{2\sigma_o}(T_s - T_i) = \theta$$

$$\boxed{p = F\left(\frac{-\theta + \lambda}{\rho}\right) + F\left(\frac{-\theta - \lambda}{\rho}\right)} \qquad (1)$$

Sous le réglage initial ($\lambda = 0$, $\rho = 1$), la proportion de défectueux est:

$$p_o = 2\,F(-\theta) = 2\,[1 - F(\theta)]$$

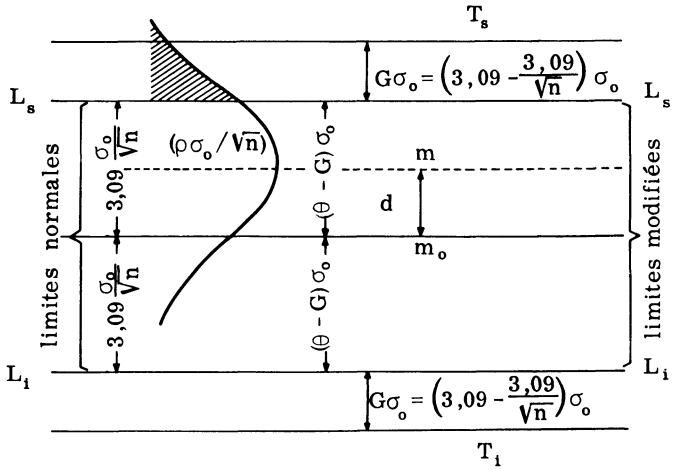
Si $\theta = 3{,}09$, $p_o = 0{,}2\ \%$.

2.1.2 - Probabilité d'accepter le réglage à partir d'un prélèvement de n pièces

a) Limites $m_o \pm 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$. Ces limites correspondent à une probabilité 0,998 lorsque la moyenne est égale à m_o et l'écart-type à σ_o. Des tables [5] donnent, tous calculés, les coefficients $A_c = 3,09/\sqrt{n}$. Pour un déréglage d, la probabilité que la moyenne du prélèvement tombe à l'intérieur des limites de contrôle s'obtient comme ci-dessus.

$$P = F\left[\frac{-d + 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}}{\rho\ \sigma_o/\sqrt{n}}\right] - F\left[\frac{-d - 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}}{\rho\sigma_o/\sqrt{n}}\right]$$

$$\boxed{P = F\left[\frac{-\lambda\sqrt{n} + 3,09}{\rho}\right] - F\left[\frac{-\lambda\sqrt{n} - 3,09}{\rho}\right]} \qquad (2)$$



b) Limites modifiées - Les limites modifiées généralement adoptées lorsque $\theta > 3,09$, sont tracées à $T_s - G\ \sigma_o$ et $T_i + G\ \sigma_o$, avec $G = 3,09 - 3,09/\sqrt{n}$. Les coefficients G sont donnés en fonction de n dans les tables [5]. Il suffit de remplacer dans l'expression (2) 3,09 par $\sqrt{n}(\theta - G) = \sqrt{n}(\theta - 3,09 + 3,09/\sqrt{n}) = 3,09 + \sqrt{n}(\theta - 3,09)$. D'où :

$$\boxed{P = F\left[\frac{-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - 3,09)] + 3,09}{\rho}\right] - F\left[\frac{-\sqrt{n}[\lambda + (\theta - 3,09)] - 3,09}{\rho}\right]} \qquad (3)$$

Pour un déréglage de la moyenne, l'efficacité est alors pratiquement la même que dans un contrôle avec les limites à $\pm\ 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$, et des tolérances T_i', T_s' telles que $\frac{T_s' - T_i'}{2\sigma_o} = \theta' = 3,09$ (cf. § 2.2 ci-après).

Plus généralement, on peut prendre pour G la valeur :

$$G_{\theta'} = \theta' - 3,09/\sqrt{n}$$

θ' ayant une valeur quelconque comprise entre 3,09 et θ. On aura alors :

$$\boxed{P = F\left[\frac{-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - \theta')] + 3,09}{\rho}\right] - F\left[\frac{-\sqrt{n}[\lambda + (\theta - \theta')] - 3,09}{\rho}\right]} \quad (4)$$

et l'efficacité sera la même que dans un contrôle avec les limites à $\pm\ 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$ et des tolérances T'_i, T'_s telles que $\frac{T'_s - T'_i}{2\sigma_o} = \theta'$ (cf. § 2.2).

Dans ce qui suit, on étudiera successivement le déréglage de la moyenne (λ variable, $\rho = 1$) et le déréglage de l'écart-type (ρ variable, $\lambda = 0$).

2.2 - Courbes d'efficacité pour le déréglage de la moyenne - Les relations (1), (2), (3) et (4) s'écrivent :

1a)	$p = F[-\theta + \lambda] + F[-\theta - \lambda]$
2a)	$P = F[-\lambda\sqrt{n} + 3,09] - F[-\lambda\sqrt{n} - 3,09]$
3a)	$P = F[-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - 3,09)] + 3,09] - F[-\sqrt{n}[\lambda + (\theta - 3,09)] - 3,09]$
4a)	$P - F[-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - \theta')] + 3,09] - F[-\sqrt{n}[\lambda + (\theta - \theta')] - 3,09]$

2a - Limites à $\pm\ 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$

3a - Limites modifiées avec $\theta' = 3,09$

4a - Limites modifiées, cas général : $3,09 < \theta' < \theta$.

Elles appellent les remarques ci-après.

Relation 1a - Le terme $F(-\theta-\lambda)$ est négligeable (inférieur à 0,0005, ou 0,05 %) lorsque $\theta + \lambda \geq 3,3$, ou $\lambda \geq 3,3 - \theta$. Il en est toujours ainsi lorsque $\theta \geq 3,3$. Alors $p = F(-\theta+\lambda)$ ne dépend que de $\lambda - \theta$. En désignant par u_p le quantile d'ordre p de la variable normale réduite $[Pr(u < u_p) = p]$ on a :

$$\theta = \lambda - u_p$$

Il en résulte que, dans le plan (λ, θ), les courbes à $p = C^{te}$ sont, dans la quasi-totalité de leur parcours, des droites parallèles ; les droites se courbent légèrement pour $\theta < 3,3$ et les petites valeurs de p.

Relation 2a - (limites à $\pm\ 3,09\ \sigma_o/\sqrt{n}$). Si l'on néglige le terme $F[-\lambda\sqrt{n} - 3,09]$, on a $u_p = -\lambda\sqrt{n} + 3,09$. Dans le plan (λ, P), si l'on gradue l'axe des abscisses arithmétiquement en λ, et l'axe des ordonnées suivant une "échelle gaussienne", les points de coordonnées $(\lambda\ P)$ décrivent un réseau de droites ne dépendant que de n. Pour les petites valeurs de $\lambda\sqrt{n}$, la relation exacte $P = F[-\lambda\sqrt{n} + 3,09] - F[-\lambda\sqrt{n} - 3,09]$ entraine une légère courbure à l'extrémité des droites, qui rejoignent toutes le point de coordonnées ($\lambda = 0$, $P = 99,8$ %).

Relation 3a - (limites modifiées avec $\theta' = 3,09$). Les limites modifiées supposent $\theta > 3,09$. Dans ces conditions, le terme $F[-\sqrt{n}[\lambda + (\theta - 3,09)] - 3,09]$ est négligeable : pour $\theta = 3,2$ et $n = 2$, il est au plus égal ($\lambda = 0$) à 0,0006 (0,06 %). La relation s'écrit :

$$P = F[-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - 3,09)] + 3,09]$$

ou encore :

$$u_p = [-\lambda\sqrt{n} + 3,09] + \sqrt{n}(\theta - 3,09]$$

Le terme $F(-\theta - \lambda)$ est aussi pratiquement négligeable dans la relation 1a.

L'efficacité est donc pratiquement la même avec les limites à $\pm 3,09\ \sigma_0/\sqrt{n}$ et $\theta = 3,09$ (pratiquement $\theta = 3,1$) et avec les limites modifiées, pour θ quelconque $> 3,1$.

Relation 4a - (limites modifiées, cas général). Le raisonnement précédent s'applique à fortiori lorsqu'on construit les limites modifiées à partir d'une valeur $\theta' > 3,09$. L'efficacité est alors celle que l'on obtient avec les limites à $\pm 3,09\ \sigma_0/\sqrt{n}$ lorsque θ est égal à la valeur θ' choisie.

Construction d'une courbe d'efficacité pour θ et n donnés.

Les remarques précédentes permettent de rassembler sur un même graphique les éléments nécessaires pour la construction d'une courbe d'efficacité quelconque $P = P(p\ ;\theta\ ,\ n)$.

1/ On se donne une "gamme utile" pour la proportion de défectueux p, par exemple p (%) = 0,1 ; 0,2 [0,2] 1 [0,5] 5 [1]... La relation (1a) donne, pour les valeurs de $\theta = 2,5$ [0,1] 5, les valeurs correspondantes de λ. Dès que $\theta \geq 3,3$, on a pratiquement $\lambda = \theta + u_p$.

On gradue l'axe des abscisses arithmétiquement en λ et l'axe des ordonnées arithmétiquement en θ (à droite sur le schéma ci-après) ; on trace le réseau de droites parallèles à $p = C^{te}$:

$$\theta = \lambda - u_p$$

2/ On calcule au moyen de la relation (2a) les valeurs de P pour $\lambda = 0$; 0,1 ; 0,2 ; .... et des effectifs d'échantillon n = 2, 3, 4,....,le deuxième terme du deuxième membre étant négligé dès que $\lambda\sqrt{n}$ n'est plus très petit.

Sur le même graphique que précédemment, et avec la même graduation arithmétique en λ, on prend une échelle gaussienne en ordonnée pour la probabilité d'acceptation P (à gauche sur le schéma ci-après) ; on trace le réseau des droites

$$u_p = -\lambda\sqrt{n} + 3,09$$

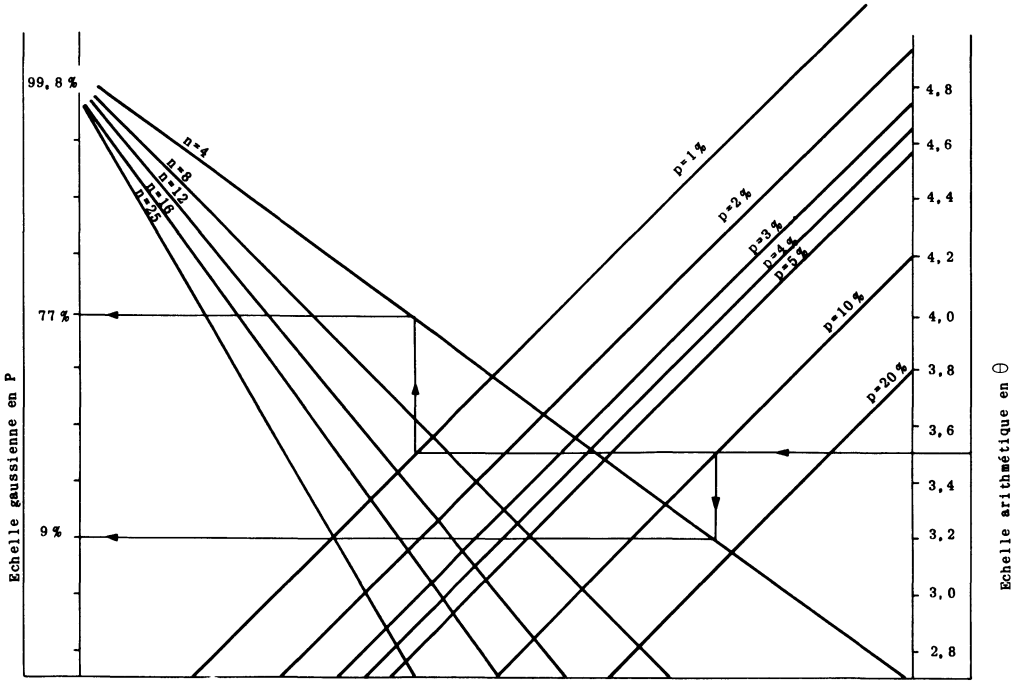
Les droites des deux réseaux sont corrigées, à leur extrémité, pour tenir compte de la légère courbure signalée plus haut - La graduation arithmétique en λ est ensuite supprimée.

Pour obtenir les points (p,P) de la courbe d'efficacité correspondant à une valeur θ et un effectif d'échantillon n donné, on procède de la façon suivante (sur le schéma ci-après, un exemple est donné pour $\theta = 3,5$ n = 4 ; détermination de P pour p = 1 % et p = 10 %.

- On coupe les droites du réseau en p par la droite d'ordonnée (θ).

- Pour chaque point d'intersection, on prend sur la droite (n) le point de même abscisse et on lit P sur l'échelle gaussienne.

Si on utilise des limites modifiées, la droite d'ordonnée θ' est substituée à la droite d'ordonnée θ.



La lecture du graphique peut être facilitée par l'emploi d'une réglette mobile pour les graduations en P et θ.

Le graphique ainsi décrit est celui qui figure à l'Annexe 1 "Courbes d'efficacité pour le déréglage de la moyenne - Carte des moyennes".

Les valeurs de n sont n = 2 [1] 6 [2] 16, 20, 25 et les valeurs de p = 0,1 ; 0,2 [0,2] 1 [0,5] 3 [1] 10 [2] 30.

2.3 - Courbes d'efficacité pour le déréglage de l'écart-type - Les relations (1), (2), (3) et (4) s'écrivent :

	1 b) $p = 2F\left(-\frac{\theta}{\rho}\right)$
(limites à $\pm 3,09\ \sigma_0/\sqrt{n}$)	2b) $P = 2\,F\left(\frac{3,09}{\rho}\right) - 1$
(limites modifiées avec $\theta' = 3,09$)	3b) $P = 2\,F\left[\frac{\sqrt{n}(\theta - 3,09) + 3,09}{\rho}\right] - 1$
(limites modifiées, cas général : $3,09 < \theta' < \theta$)	4b) $P = 2\,F\left[\frac{\sqrt{n}(\theta - \theta') + 3,09}{\rho}\right] - 1$

Limites à $\pm$ 3,09 $\sigma_0/\sqrt{n}$ - La construction des courbes d'efficacité pour toute valeur de θ (n quelconque) peut s'effectuer de façon tout à fait analogue à celle qui a été indiquée au § 2.2.

1/ Pour la même gamme de valeurs de p, on calcule (formule 1b) les valeurs de ρ correspondant à θ = 2,5 [0,1] 5,

$$\rho = -\theta/u_{p/2}\ , \text{ soit } \theta = -u_{p/2}\rho$$

Sur un graphique gradué arithmétiquement en ρ et θ, les courbes à p = c^{te} sont des droites (qui se coupent au point ρ = 0, θ = 0).

2/ Sur le même graphique, avec une échelle gaussienne en ordonnée, on trace la courbe

$$P(\rho) = 2\ F\left(\frac{3,09}{\rho}\right) - 1 \qquad \text{(formule 2b)}$$

(l'avantage de l'échelle gaussienne est de donner une courbure modérée).

Pour obtenir les points (p, P) de la courbe d'efficacité correspondant à une valeur θ donnée :

On coupe les droites du réseau en p par la droite d'ordonnée (θ).

Pour chaque point d'intersection, on prend sur la courbe P(ρ) le point de même abscisse, et on lit P sur l'échelle gaussienne.

(cf. schéma du § 2.2. où le réseau des droites à n = c^{te} est remplacé par une courbe unique, et où, naturellement, le réseau des droites à p = c^{te} est différent).

Ce graphique n'a pas été tracé. On constate en effet que l'efficacité obtenue est très voisine (légèrement meilleure) de celle de la carte des étendues (ou de la carte des écarts-types) pour n = 2.

Pour les besoins de la pratique il suffit donc (cf. § 3 ci-après) de se reporter à l'annexe 2 : Courbes d'efficacité pour le déréglage de l'écart-type - Carte des écarts-types (Annexe 2a) ou carte des étendues (Annexe 2b).

Limites modifiées - La probabilité P (formules 3b et 4b) dépend de n. Il n'y a plus une seule courbe P(ρ), mais un réseau de courbes P(ρ ; n). Nous n'avons pas calculé ce réseau, pour la raison suivante : l'efficacité, qui est déjà médiocre avec les limites normales, devient de plus en plus mauvaise à mesure que θ et n augmentent. Par exemple, pour θ = 3,5 :

en limites normales (quel que soit n) à p = 12 % correspond P = 82 %

en limites modifiées classiques avec n = 9, à p = 12 % correspond P = 94 %

3 - EFFICACITE DE LA CARTE DE CONTROLE DES ETENDUES ET DE LA CARTE DES ECARTS TYPES.

Pour chacune de ces cartes la valeur de ρ en fonction de la proportion de défectueux p ou la valeur de p en fonction de ρ - est encore donnée

par la relation 1b. On suppose d'autre part que la limite supérieure de contrôle est seule utilisée (probabilité de dépassement égale à 0,1 % quand la fabrication est sous contrôle).

Carte des étendues

Soit $F_n(w/\sigma)$ la fonction de répartition de l'étendue réduite pour des échantillons d'effectif n. Par définition, la limite supérieure de contrôle L_c est telle que :

$$F_n\left(\frac{L_c}{\sigma_o}\right) = 0,999$$

Des tables [5] donnent, en fonction de n, les coefficients $D_{c_2} = \frac{L_c}{\sigma_o}$ déduits de cette relation, qui permettent d'obtenir L_c connaissant σ_o.

Lorsque, par suite d'un déréglage, l'écart-type devient $\sigma = \rho\sigma_o$, la probabilité P d'accepter la fabrication est :

$$\boxed{P(\rho) = F\left(\frac{L_c}{\rho\sigma_o}\right) = F\left(\frac{D_{c_2}}{\rho}\right)} \qquad (5)$$

Les tables de la fonction $F_n(w/\sigma)$ permettent d'obtenir P en fonction de ρ pour $2 < n < 12$ [6].

Carte des écarts-types

La quantité $\sqrt{n}\,\frac{s}{\sigma}$, avec $s = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$ suit la loi de la variable χ à $(n-1)$ degrés de liberté. Soit $\chi_P(n-1)$ la valeur de cette variable telle que :

$$Pr\,[\chi(n-1) < \chi_P(n-1)] = P$$

Par définition, la limite supérieure de contrôle L_c est telle que :

$$\sqrt{n}\,\frac{L_c}{\sigma_o} = \chi_{0,999}(n-1)$$

Des tables [5] donnent, en fonction de n, les coefficients $B_{c_2} = \frac{L_c}{\sigma_o}$, déduits de cette relation, qui permettent d'obtenir L_c connaissant σ_o.

Lorsque, par suite d'un déréglage, l'écart-type devient $\sigma = \rho\sigma_o$, la probabilité d'accepter la fabrication est telle que :

$$\chi_P(n-1) = \sqrt{n}\,\frac{L_c}{\rho\sigma_o} = \sqrt{n}\,\frac{B_{c_2}}{\rho} \qquad (6)$$

Les tables de la variable χ^2 permettent, à partir de cette relation, d'obtenir P en fonction de ρ pour toute valeur de n [6].

La construction des courbes d'efficacité pour les cartes de l'étendue et de l'écart-type s'obtiendra donc à partir de graphiques établis sur les mêmes principes que précédemment.

1/ Le réseau des droites à p = c^{te} est le même réseau que pour le déréglage de l'écart-type sur la carte des moyennes.

2/ Une échelle gaussienne étant adoptée en ordonnée (pour obtenir une courbure modérée), on trace, pour les différentes valeurs de n, les réseaux de courbes définis par les formules (5) (carte des étendues) ou (6) (carte des écarts-types).

Le mode d'utilisation des graphiques est encore le même que précédemment. Pour obtenir les points (p, P) de la courbe d'efficacité correspondant à des valeurs θ et n données.

- On coupe les droites du réseau en p par la droite d'ordonnée (θ).

- Pour chaque point d'intersection, on prend sur la courbe (n) le point de même abscisse, et on lit P sur l'échelle gaussienne.

(Cf. schéma du § 2.2, où le réseau des droites à n = c^{te} devient un réseau de courbes, et où, naturellement, le réseau des droites à p = c^{te} est différent).

Là encore, la lecture des graphiques peut être facilitée par l'emploi d'une réglette mobile pour les graduations en P et θ.

Les graphiques ainsi décrits figurent :

pour la carte des étendues à l'Annexe 2b : "Courbes d'efficacité pour le déréglage de l'écart-type - Carte des étendues".

pour la carte des écarts-types à l'Annexe 2a : "Courbes d'efficacité pour le déréglage de l'écart-type - Carte des écarts-types".

Comme on l'a signalé plus haut, la courbe n = 2 permet d'obtenir, avec une bonne approximation (sur l'un ou l'autre des Annexes) l'efficacité de la carte des moyennes pour le déréglage de l'écart-type.

4 - EFFICACITE DANS LE CAS D'UNE SEULE LIMITE DE TOLERANCE

La moyenne de réglage étant m_o, on pose :

$$\theta = \frac{T_s - m_o}{\sigma_o} \text{ (cas d'une limite supérieure)}$$

$$\theta = \frac{m_o - T_i}{\sigma_o} \text{ (cas d'une limite inférieure)}$$

Déréglage de la moyenne - On n'utilise qu'une seule limite de contrôle (supérieure dans le cas d'une tolérance supérieure, inférieure dans le cas d'une tolérance inférieure). D'autre part, seules les valeurs positives de $\lambda = \frac{m - m_o}{\sigma_o}$ entrainent une augmentation de la proportion de défectueux.

Les relations 1a), 2a), 3a) et 4a) s'écrivent :

	$p = F(-\theta + \lambda)$
(limites à $\pm 3,09\ \sigma_0/\sqrt{n}$)	$P = F(-\lambda\sqrt{n} + 3,09)$
(limites modifiées avec $\theta' = 3,09$)	$P = F[-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - 3,09)] + 3,09]$
(limites modifiées, cas général $3,09 < \theta' < \theta$)	$P = F[-\sqrt{n}[\lambda - (\theta - \theta') + 3,09]$

La construction des courbes d'efficacité s'effectue comme dans le cas de deux tolérances, avec les seules modifications suivantes. Sur le graphique de l'annexe 1 les "pseudo-droites" à $n = C^{te}$ sont des droites sur tout leur parcours : elles se coupent au point d'ordonnée 99,9 % (le tracé n'a pas été figuré, car il correspond à une partie des courbes d'efficacité pratiquement sans intérêt). De même, le réseau à $p = C^{te}$ est constitué de droites dans la totalité de leur parcours : on doit éventuellement "rectifier" la partie légèrement courbe.

Déréglage de l'écart-type - Si l'on utilise l'Annexe 2 pour construire les courbes d'efficacité pour le déréglage de l'écart-type (malgré la faible efficacité des cartes à cet égard, cf. § 5.1) on devra observer qu'on a alors :

$$p = F\left(-\frac{\theta}{\rho}\right)$$

au lieu de :

$$p = 2\,F\left(-\frac{\theta}{\rho}\right)$$

On a la même probabilité d'acceptation pour une proportion de défectueux p, avec deux limites, et pour une proportion p/2 avec une seule limite. Le réseau des droites à $p = C^{te}$ doit être gradué avec des valeurs deux fois plus petites.

5 - COMPARAISON DES EFFICACITES DES DIFFERENTES CARTES

5.1 - Efficacité pour un déréglage de la moyenne et pour un déréglage de l'écart-type

Les tableaux ci-après, qui peuvent être déduits des graphiques annexes, ou, pour plus de précision, des formules, permettent, dans le cas de deux limites de tolérance, de comparer pour 3 proportions de défectueux p = 1 %, 5 %, 10 %, la probabilité d'acceptation suivant que les défectueux proviennent d'un déréglage de la moyenne (carte des moyennes) ou de l'écart-type (carte des moyennes, carte des étendues et carte des écarts-types) et cela pour 3 effectifs d'échantillon n = 4, 9, 16 et 3 valeurs de la tolérance $\theta = 2,5$, $\theta = 3,1$, $\theta = 4$ (la carte des moyennes étant utilisée avec les limites à $\pm 3,09\ \sigma_0/\sqrt{n}$).

p = 1 %

		n = 4			n = 9			n = 16		
		θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4
Déréglage de la moyenne		-	93,9 %	40,1 %	-	78,2 %	2,7 %	-	50,4 %	0,02 %
Déréglage de l'écart-type	carte des écarts-types	-	98,9 %	92 %	-	98,2 %	78,9 %	-	96,2 %	59,3 %
	carte des étendues	-	99 %	92,4 %	-	98,3 %	84,3 %	-	-	-
	carte des moyennes	-	98,9 %	95,2 %	-	98,9 %	95,2 %	-	98,9 %	95,2 %

p = 5 %

		n = 4			n = 9			n = 16		
		θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4
Déréglage de la moyenne		91,8 %	57,5 %	5,4 %	70,5 %	10,4 %	0,004 %	37,8 %	0,3 %	≪0,001 %
Déréglage de l'écart-type	carte des écarts-types	98,1 %	91 %	72,8 %	95,8 %	76,8 %	38,3 %	91,9 %	55,4 %	12,5 %
	carte des étendues	98,2 %	91,8 %	74,6 %	96,9 %	83 %	48,8 %	-	-	-
	carte des moyennes	98,4 %	95 %	87 %	98,4 %	95 %	87 %	98,4 %	95 %	87 %

p = 10 %

		n = 4			n = 9			n = 16		
		θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3,1	θ = 4	θ = 2,5	θ = 3 1	θ = 4
Déréglage de la moyenne		74,2 %	29,1 %	0,9 %	28,4 %	0,9 %	≪ 0,001 %	3,7 %	0,002 %	≪0,001 %
Déréglage de l'écart-type	carte des écarts-types	92,9 %	79,5 %	56,8 %	81,4 %	50,2 %	18,3 %	63,9 %	22 %	2,7 %
	carte des étendues	93,5 %	81,1 %	58,9 %	86,8 %	60,7 %	26,4 %	-	-	-
	carte des moyennes	95,8 %	90 %	79,7 %	95,8 %	90 %	79,7 %	95,8 %	90 %	79,7 %

De ces tableaux on tire les conclusions suivantes :

1/ La carte des moyennes peut avoir une efficacité excellente lorsque les défectueux proviennent d'un déréglage de la moyenne, à condition que l'échantillon soit suffisamment important et la tolérance suffisamment élevée (c'est-à-dire "à condition que la machine ait un écart-type suffisamment petit par rapport à la tolérance").

2/ Cette carte à une efficacité très faible lorsque les défectueux proviennent d'un déréglage de l'écart-type : avec $\theta = 4$ (l'écart-type de la machine est 1/8ème de la différence $T_s - T_i$) une proportion de 10 % de défectueux à 80 chances sur 100 d'être acceptée.

3/ La carte des étendues (déréglage de l'écart-type) a une faible efficacité. Dans des circonstances favorables, $\theta = 4$, $n = 9$ (le maximum étant 12) 5 % de défectueux sont acceptés avec une probabilité d'environ 50 % et 10 % de défectueux avec une probabilité d'environ 25 %.

4/ La carte des écarts-types est plus efficace que la carte des étendues. Mais l'efficacité ne devient vraiment bonne que si la tolérance est large et l'effectif d'échantillon élevé.

Pour cette raison nous ne nous occuperons plus par la suite (sauf incidemment) que des déréglages de la moyenne lus sur la carte des moyennes. Ceci ne signifie pas, bien évidemment, que les déréglages de l'écart-type sont sans importance. Mais ils seront mieux détectés par une étude globale des étendues (ou des écarts-types) constatées sur un assez grand nombre de prélèvements - ou encore, si on se dispense des cartes de contrôle d'éten-

due ou d'écart-type, en mesurant la dispersion, de temps à autre, sur un prélèvement suffisamment important. Un déréglage de l'écart-type ne peut d'ailleurs pas être toujours corrigé par un simple réglage, mais peut nécessiter une révision de la machine ou des conditions de fabrication.

5.2 - Choix "à priori" d'un effectif d'échantillon

L'effectif d'échantillon peut être choisi à partir des courbes d'efficacité de la carte des moyennes. Plus commodément, la table 1 déduite de l'Annexe 1, donne, pour différentes combinaisons de p % et de θ, l'effectif n à prélever (limité à n = 25) pour qu'un déréglage donnant la proportion p de défectueux n'ait qu'une faible probabilité ($P < 0,10$) d'être accepté au premier prélèvement qui le suit. Par exemple, pour p = 2 %, si $\theta = 2,8$, il faut $n > 25$; si $\theta = 3$, $n = 22$; si $\theta = 3,6$, $n = 9$ et si $\theta = 4,4$ il suffit de $n = 4$.

Si toute valeur de p au plus égale à celle qui a été ainsi prise en considération pour le choix de n correspond à une qualité acceptable, on aura une garantie suffisante que cette qualité est respectée en adoptant la règle suivante : lorsque, sur la carte de contrôle, un point apparait en dehors des limites, vérifier à 100 % la tranche de fabrication débutant au prélèvement précédent (le point correspondant étant naturellement entre les limites).

La règle précédente peut n'être pas applicable, compte tenu de la précision de la machine et de l'effectif maximal d'échantillon pratiquement admissible. Elle a d'autre part l'inconvénient d'ignorer, dans la décision à prendre, lorsqu'un déréglage est détecté par la carte de contrôle, le nombre de prélèvements acceptés avant l'apparition du prélèvement "inacceptable". Une règle plus nuancée résultera de l'étude faite au § 6.

6 - INTERPRETATION D'UN DEREGLAGE SIGNALE PAR LA CARTE DES MOYENNES

6.1 - Durée d'attente du 1er point hors limites

Si pour un déréglage (de la moyenne, éventuellement de l'écart-type) la probabilité d'acceptation donnée par la courbe d'efficacité est P, le rang moyen du 1er point hors limites est :

$$\bar{x} = \frac{1}{1 - P}$$

Par exemple, si $P = 0,75$, $\bar{x} = 4$.

La probabilité que x points successifs restent entre les limites est P^x ($x = 1, 2, \ldots$) : c'est la probabilité pour que, un déréglage s'étant produit, on s'en aperçoive au plus tôt au $(x + 1)^{eme}$ prélèvement.

Soit β une probabilité faible donnée (par exemple $\beta = 0,10$ ou $\beta = 0,05$), et définissons x_β comme le nombre entier donnant pour P^{x_β} la valeur la plus voisine de β (ou immédiatement inférieure à β). On aura :

$$x_\beta \# \log \beta / \log P$$

β est le "risque de ne constater le déréglage qu'après avoir accepté le réglage sur x prélèvements consécutifs". Par exemple, avec $\beta = 0,10$, si $P = 0,75$, $x_\beta = 8$ et si $P = 0,32$, $x_\beta = 2$.

Inversement, pour x = 1, 2 ..... donné, la relation :

$$\boxed{\log P = \frac{\log \beta}{x}} \tag{7}$$

permet de calculer P ; à P correspond (courbe d'efficacité) une proportion p de défectueux. A toute valeur p' > p correspond P' < P et - x étant donné - un risque $\beta' < \beta$. Ainsi, pour toute valeur x, la relation (7) permet de calculer une limite supérieure de la proportion de défectueux produits par le déréglage.

Le tableau 2 donne, pour $\beta = 0{,}10$ et $\beta = 0{,}05$, les valeurs de P correspondant à x = 1 [1] 25 ainsi que la valeur de $\bar{x} = \frac{1}{1 - P}$

6.2 - Limite supérieure de la proportion de défectueux entre deux points "hors limites".

On suppose que les prélèvements sont faits à intervalles de temps réguliers. Admettant que la machine est parfaitement réglée (réglage initial, ou nouveau réglage après un prélèvement "hors limites") on divise la fabrication en tranches égales, chaque tranche contenant un prélèvement.

On suppose par ailleurs que N prélèvements (N > 0) ont donné un point "entre limites" (N tranches acceptées) et que le (N + 1)ème point est "hors limites". La tranche contenant le point hors limite sera laissée de côté dans ce §, pour être étudiée au § 6.3.

La figure ci-après donne les notations utilisées. Le problème est de déterminer la proportion maximale de défectueux dans l'ensemble des N tranches acceptées.

6.2.1. Cas d'un déréglage unique de la moyenne.

Si le déréglage s'est produit dans la tranche où a été effectué le prélèvement numéroté x, il lui est associé une proportion maximale (au risque β) de défectueux que l'on désigne par p(x). La proportion maximale de défectueux dans l'ensemble des N tranches est :

$$D(x) = \frac{1}{N}\,[x\,p(x) + (N - x)\,0] = \frac{x}{N}\,p(x)$$

On a donc à rechercher le maximum (par rapport à x = 1, 2,..... N) de :

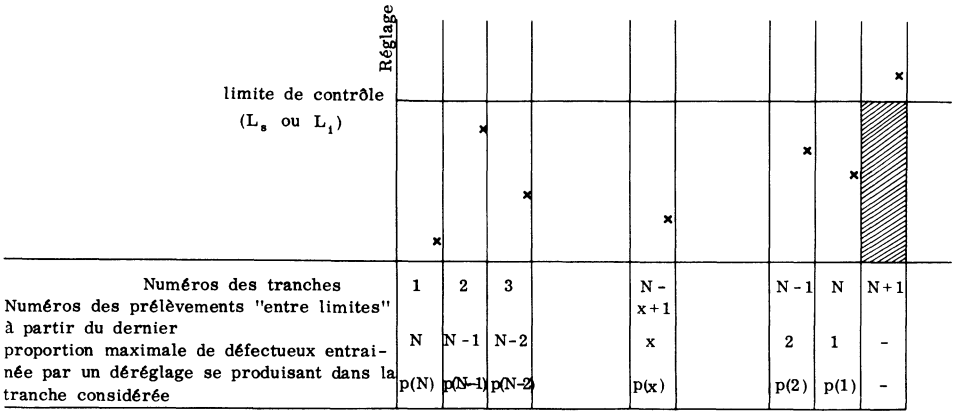
$$\boxed{D(x) = \frac{x}{N}\,p(x)} \tag{8}$$

A p(x) correspond une probabilité d'acceptation P(x) donnée par la formule (7).

$$P(x) = 10^{K/x} \qquad \text{avec } K = \log \beta$$

(si $\beta = 0{,}10, K = -1$; si $\beta = 0{,}05, K = -1{,}30103$)

Tranches de fabrication



Si l'on exprime le déréglage par le paramètre $\lambda_x = \frac{m_x - m_o}{\sigma_o}$, on a d'autre part, dans le cas de deux limites de tolérance et les limites normales de contrôle (formules 1a et 2a) :

$$p(x) = F(-\theta + \lambda_x) + F(-\theta - \lambda_x)$$

$$P(x) = F[-\lambda_x\sqrt{n} + 3,09] - F[-\lambda_x\sqrt{n} - 3,09] \sim F[-\lambda_x\sqrt{n} + 3,09]$$

On en déduit :

$$\lambda_x = \frac{3,09 - U_{P(x)}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}}[3,09 - U_{10^{K/x}}]$$

puis

$$p(x) = F\left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{K/x}})\right] + F\left[-\theta - \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{K/x}})\right]$$

On a finalement l'expression générale :

$$\boxed{D(x) = \frac{x}{N} F\left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{K/x}})\right] + \frac{x}{N} F\left[-\theta - \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{K/x}})\right]} \quad (9)$$

dont on doit rechercher le maximum pour - N étant fixé - x = 1, 2, ..., N.

<u>Expression approchée</u> - Le 2ème terme du 2ème membre de (9) est nul lorsqu'il n'y a qu'une limite de tolérance. Cherchons, dans le cas de deux limites, dans quelles conditions il peut être négligé.

Lorsque x augmente, $10^{K/x}$ ($K < 0$) augmente ; $U_{10^{K/x}}$ augmente, donc le 2ème terme augmente. Sa valeur maximale a lieu pour x = N ; elle est alors égale à

$$F\left[-\theta - \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{K/N}})\right]$$

et sa contribution à D(x) sera au plus égale à 0,001 (0,1 %) si

$$\theta + \frac{1}{\sqrt{n}} (3,09 - U_{10^{K/N}}) \geq 3,1$$

$$U_{10^{K/N}} \leq 3,09 + \sqrt{n} \ (\theta - 3,1)$$

$$10^{K/N} \leq F[3,09 + \sqrt{n}(\theta - 3,1)]$$

D'où pour N la condition :

$$N \leq \frac{K}{\log \{F[3,09 + \sqrt{n}(\theta - 3,1)]\}}$$

Si $\theta = 3,1$, on trouve, avec $K = -1$ ($\beta = 0,10$) $N \leq 2\,300$ et avec $K = -1,30103$ ($\beta = 0,05$) $N \leq 3\,000$. La condition est donc toujours réalisée - et elle l'est naturellement aussi pour $\theta > 3,1$.

Pour $\theta < 3,1$, le tableau ci-après donne les valeurs maximales de N remplissant la condition précédente.

K = -1 (β = 0,10)

θ \ n	4	9	16	25
2,5	77	22	8	3
2,6		40	15	7
2,7		77	32	15
2,8	>100		77	40
2,9		>100		
3,0			>100	>100

K = - 1,30103 (β = 0,05)

θ \ n	4	9	16	25
2,5		28	10	4
2,6		52	20	9
2,7	>100		42	20
2,8		>100		52
2,9			>100	
3,0				>100

Sauf dans le cas d'un processus très instable, N ne doit pas être très petit - disons par exemple $N > 5$. D'autre part, les grandes valeurs de N sont sans intérêt, car elles correspondent à une probabilité d'acceptation élevée, donc à un réglage normalement acceptable (par exemple, pour $N = 25$, la table 2 donne, pour $\beta = 0,10$, $P = 91,2$ % et pour $\beta = 0,05$, $P = 88,7$ %).

Dans les cas intermédiaires - qui sont les seuls intéressants - la condition recherchée est donc pratiquement toujours remplie. Lorsqu'elle ne l'est pas (valeurs élevées de n, faibles valeurs de θ et de N) l'erreur introduite en négligeant le 2ème terme du 2ème membre de la relation (9) reste peu importante.

Nous prendrons donc la forme plus simple :

$$D(x) = \frac{x}{N} F \left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}} (3,09 - U_{10^{K/x}}) \right] \qquad (10)$$

$(x = 1,2 \ldots . N)$

La loi de variation de D(x) dépend de θ, de n, et aussi de la valeur de K. Nous nous limiterons à $K = -1$ (qui correspond à $\beta = 0,10$), et pour

N aux valeurs au plus égales à 40. Dans ces conditions, l'étude de la fonction D(x) - illustrée pour 3 valeurs de θ et 2 valeurs de n sur le graphique ci-après - montre que :

Lorsque $\theta \leq 3,2$, D(x) croît avec x, quel que soit n. - Le maximum est atteint pour x = N

$$D_{max} = p(N) = F\left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{-1/N}})\right] \qquad (11)$$

Lorsque $\theta = 3,3$, D(x) croît avec x si n = 2 ou $n \geq 6$, et dans ces conditions le maximum est donné par la formule (11).

Lorsque $\theta > 3,3$, D(x) croît avec x si n est au moins égal à une valeur minimale qui est d'autant plus élevée que θ est plus grand. Ces valeurs minimales sont :

pour	$\theta = 3,4$,	n = 7
"	$\theta = 3,6$,	n = 9
"	$\theta = 3,8$,	n = 11
"	$\theta = 4,0$,	n = 11
"	$\theta = 4,2$,	n = 12

A partir de ces valeurs minimales de n, D_{max} est donc encore donné par la formule (11).

Dans les autres cas, D(x) commence par décroître, passe par un minimum, puis croît. Pour les petites valeurs de N, le maximum de D(x) est alors obtenu pour x = 1 ; c'est :

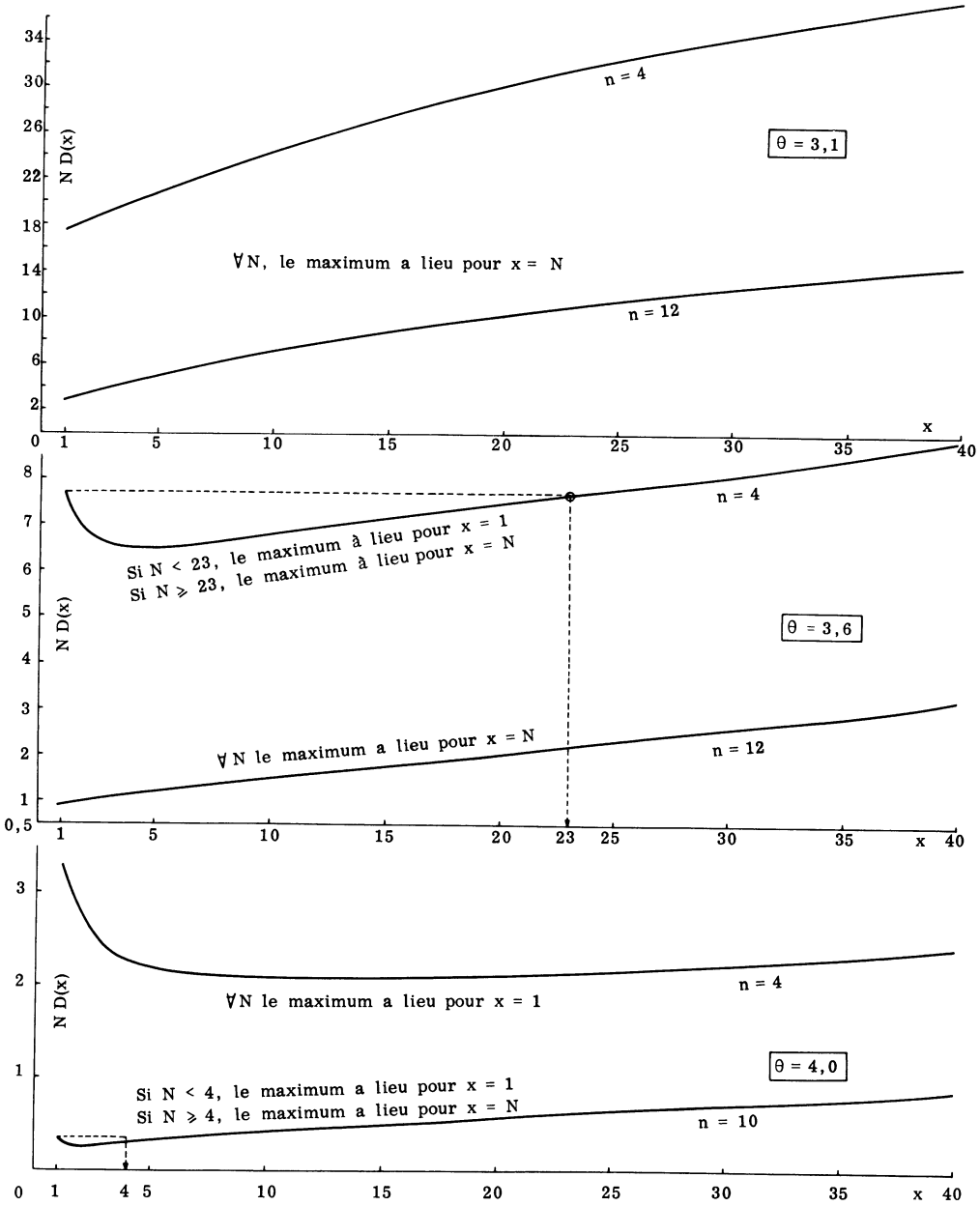
$$D_{max} = \frac{1}{N}\, p(1) = \frac{1}{N}\, F\left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}}(3,09 - U_{10^{-1}})\right]$$

avec $U_{10^{-1}} = U_{0,1} = -1,282$ - D'où :

$$D_{max} = \frac{1}{N}\, p(1) = \frac{1}{N}\, F\left(-\theta + \frac{4,372}{\sqrt{n}}\right) \qquad (12)$$

Lorsque dans sa partie croissante D(x) atteint ou dépasse la valeur D(1), D_{max} est de nouveau donné par la formule (11). Ceci n'arrive dans les conditions étudiées que si la valeur x, telle que $D(x) \geq D(1)$ est au plus égale à 40.

Variations de $N\,D(x) = x\,F\left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}}(3{,}09 - U_{10^{-1/N}})\right]$



Ces situations sont résumées dans le tableau ci-après qui donne les valeurs de N pour lesquelles la formule 12 s'applique (au delà - c'est la formule 11).

n	θ < 3,2	θ = 3,3	θ = 3,4	θ = 3,6	θ = 3,8	θ = 4,0	θ = 4,2
2			N < 30	∀ N	∀ N	∀ N	∀ N
3		N < 6	N < 14	∀ N	∀ N	∀ N	∀ N
4		N < 4	N < 7	N < 23	∀ N	∀ N	∀ N
5		N < 3	N < 5	N < 12	N < 27	∀ N	∀ N
6			N < 4	N < 7	N < 16	N < 25	N < 31
7				N < 4	N < 9	N < 15	N < 22
8				N < 3	N < 6	N < 9	N < 12
9					N < 4	N < 6	N < 9
10					N < 4	N < 4	N < 6
11							N < 4
>11	FORMULE 11						

Un extrait en est donné ci-après pour 4 valeurs de la tolérance (2,8 ; 3,1 ; 3,6 ; 4,0) et 4 effectifs d'échantillon (4, 8, 16, 25) ; les valeurs de D_{max} (en %) correspondent à un nombre de "tranches acceptées" N = 2, 5, 10, 15, 20, 25.

θ = 2,8

N \ n	4	8	16	25
2	15,5	6,2	2,8	1,9
5	7,8	3,4	1,7	1,2
10	4,8	2,3	1,3	0,95
15	3,7	1,8	1,1	0,83
20	3,1	1,6	0,97	0,75
25	2,7	1,4	0,90	0,70

θ = 3,1

N \ n	4	8	16	25
2	9,4	3,3	1,4	0,85
5	4,3	1,7	0,80	0,54
10	2,5	1,1	0,56	0,40
15	1,8	0,85	0,48	0,35
20	1,5	0,72	0,42	0,32
25	1,3	0,65	0,38	0,30

θ = 3,6

N \ n	4	8	16	25
2	3,9	1,0	0,34	0,19
5	1,6	0,43	0,18	0,12
10	0,79	0,26	0,12	0,08
15	0,52	0,19	0,10	0,07
20	0,39	0,16	0,09	0,06
25	0,32	0,14	0,08	0,06

θ = 4,0

N \ n	4	8	16	25
2	1,7	0,35	0,09	0,05
5	0,70	0,14	0,05	0,03
10	0,35	0,07	0,03	0,02
15	0,23	0,05	0,03	0,02
20	0,17	0,04	0,02	0,01
25	0,14	0,04	0,02	0,01

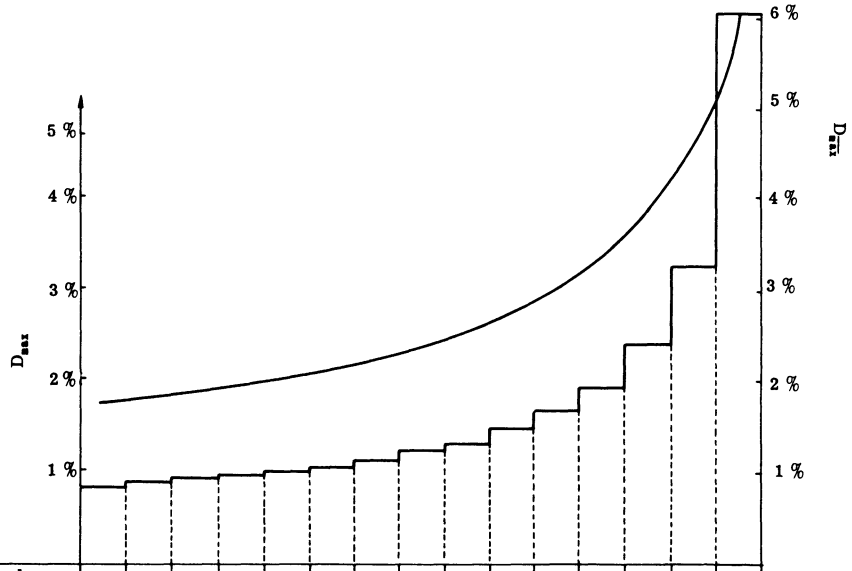
Les graphiques de l'Annexe 3 ont été établis compte tenu de ce qui précède. Ils permettent d'obtenir la valeur de D_{max} en fonction de l'effectif d'échantillon n et du nombre N de prélèvements acceptés N = 1, 2 ... 40 avant l'apparition du point "hors limites", pour θ = 2,6 ; 2,8 ; 3,0 ; 3,1 ; 3,2 [0,2] 4,2.

6.2.2. - Cas d'un déréglage progressif de la moyenne

Le cas étudié au § précédent suppose que la moyenne fait un seul "saut" brusque susceptible d'entrainer une proportion inacceptable de défectueux.

Nous nous placerons maintenant dans le cas d'une "dérive" continue, commençant immédiatement après le réglage.

La proportion de défectueux dans la dernière tranche acceptée est au maximum égale à la valeur de p(x) pour x = 1, soit p(1) ; dans la tranche immédiatement antérieure on aura au maximum la proportion p(x) correspondant à x = 2, soit p(2), et ainsi de suite. La dérive "la plus défavorable" pour la proportion de défectueux - qui est aussi la situation la plus défavorable pour des variations de la moyenne quelles qu'elles soient - se présentera comme il est indiqué sur la figure ci-dessous (courbe en escalier) qui correspond à $\theta = 3{,}1$, $n = 8$, $N \leq 15$. Ce raisonnement, dans lequel les proportions p(x) sont calculées indépendamment pour chaque tranche, ne permet pas d'associer un risque à la proportion maximale $D_{\overline{max}}$ définie ci-après. Il est en fait très peu probable que la dérive "la plus défavorable" soit effectivement réalisée.



$D_{\overline{max}}$ Nombre de tranches acceptées	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
D_{max} N° des tranches acceptées (à partir de la dernière)	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

D'une façon générale, la proportion maximale de défectueux dans l'ensemble des N tranches acceptées sera prise égale à :

$$D_{\overline{max}} = \frac{1}{N} \sum_{x=1}^{N} p(x)$$

$$\boxed{D_{\overline{max}} = \frac{1}{N} \sum_{x=1}^{N} F \left[-\theta + \frac{1}{\sqrt{n}} (3,09 - U_{10^{-1/x}}) \right]} \qquad (13)$$

Les graphiques de l'Annexe 3 donnent, en même temps que les valeurs de D_{max} celles de $D_{\overline{max}}$. Le tableau ci-après donne les valeurs de D_{max} et de $D_{\overline{max}}$ pour l'exemple choisi ; les valeurs de $D_{\overline{max}}$ sont représentées par la courbe continue de la figure ci-dessus.

$\theta = 3,1 \quad n = 8 \quad \beta = 0,10$

N° des tranches acceptées (à partir de la dernière)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D_{max} (%)	6,05	3,30	2,41	1,96	1,68	1,48	1,35	1,23	1,15	1,08	1,02	0,96	0,92	0,89	0,85

$D_{\overline{max}}$ (%)	6,05	4,67	3,92	3,43	3,08	2,81	2,60	2,43	2,29	2,17	2,06	1,97	1,89	1,82	1,76
Nombre de tranches acceptées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Ainsi :

pour 5 tranches acceptées, la proportion de défectueux dans ces tranches est comprise entre D_{max} (un seul déréglage) = 1,7 % et $D_{\overline{max}}$ (dérive continue) = 3,1 %

pour 10 tranches acceptées, les limites sont : D_{max} = 1,1 % et $D_{\overline{max}}$ = 2,2 %

pour 15 tranches acceptées, les limites sont : D_{max} = 0,85 % et $D_{\overline{max}}$ = 1,8 %

6.3 - Limite supérieure de la proportion de défectueux dans la tranche qui contient le point "hors limites".

On l'estime en prenant un risque β - on choisira $\beta = 0,10$- que la proportion réelle soit supérieure à l'estimation.

Soit R le point "hors limites", et $\lambda'\sigma_0$ la distance à la limite de contrôle ; λ' sera appelé le "dépassement". Soit d'autre part le point M tel que $RM = 1,28\ \sigma_0/\sqrt{n}$. On aura :

$$m_r - m_o = \frac{3,09\ \sigma_o}{\sqrt{n}} + \lambda'\sigma_o + \frac{1,28\ \sigma_o}{\sqrt{n}}$$

$$\lambda_r = \frac{m_r - m_o}{\sigma_o} = \frac{4,37}{\sqrt{n}} + \lambda'$$

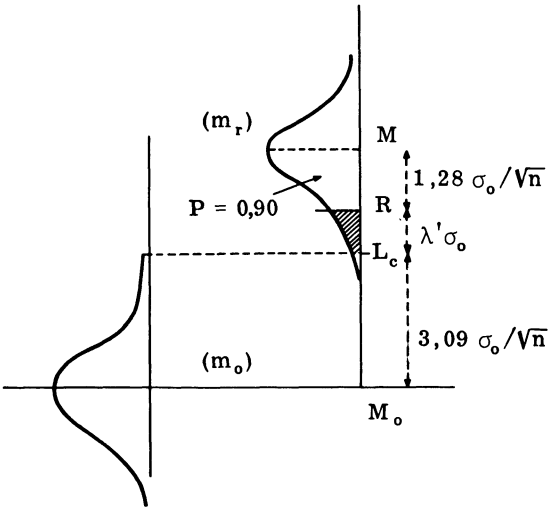
Si la moyenne de la fabrication était supérieure ou égale à m_r, il y aurait une probabilité au moins égale à 0,90 que le prélèvement donne un point "plus haut" que le point R observé.

A λ_r correspond une proportion de défectueux

$$p_r = F(-\theta + \lambda_r)$$

p_r est, au risque $\gamma = 0,10$, la limite de la proportion de défectueux dans la fabrication, sachant que le dépassement est égal à λ'.

La table 3 donne, d'une part les valeurs de λ_r en fonction de λ' et n, d'autre part les valeurs de p_r en fonction de $\theta - \lambda_r$.



Le tableau ci-après donne quelques valeurs de p_r.

	$\lambda' = 0$ (ou ε)			$\lambda' = 0,2$			$\lambda' = 0,4$			$\lambda' = 0,6$		
n \ θ	2,8	3,1	3,6	2,8	3,1	3,6	2,8	3,1	3,6	2,8	3,1	3,6
4	26,8	27,9	7,8	33,7	23,6	11,1	41,3	30,1	15,4	49,2	37,4	20,6
8	10,4	5,9	1,95	14,5	8,7	3,15	19,5	12,3	4,85	25,5	16,8	7,2
12	6,2	3,3	0,95	9,0	5,1	1,6	12,7	7,5	2,6	17,4	10,7	4,1
16	4,35	2,2	0,6	6,6	3,5	1,05	9,5	5,4	1,75	13,3	7,9	2,8
25	2,7	1,3	0,3	4,2	2,1	0,55	6,3	3,35	1,	9,2	5,2	1,65

7 - CHOIX DE L'EFFECTIF D'ECHANTILLON ET DECISION EN CAS DE DEREGLAGE

Les résultats donnés au § 6 sont susceptibles d'applications diverses dont on commentera les deux principales. Dans tout ce qui suit, on suppose connu l'écart-type σ_o - donc la valeur de θ.

7.1 - Choix de l'effectif d'échantillon

On suppose que l'expérience a montré qu'il est peu probable d'avoir moins de N_o tranches acceptables après un réglage du processus. On suppose, d'autre part, qu'une proportion de défectueux supérieure à une valeur p_r donnée est peu probable, - ou qu'une telle proportion ne peut pas passer inaperçue (dans ce deuxième cas, la tranche de fabrication correspondante est en principe éliminée, ou inspectée à 100 %).

On veut obtenir une production ne comprenant pas plus de p % de défectueux.

Soit p_a la proportion maximale de défectueux dans N_o tranches acceptées. On doit avoir :

$$\frac{N_o\, p_a + p_r}{N_o + 1} \leq p$$

d'où

$$p_a \leq p - \frac{p_r - p}{N_o}$$

Les graphiques de l'annexe 3, lus pour la valeur convenable de θ, permettent d'obtenir, pour l'effectif d'échantillon, une "limite courte" n' et une "limite longue" n".

La limite courte est obtenue pour $D_{max} = p - \frac{p_r - p}{N_o}$, et la limite longue pour $D_{\overline{max}} = p - \frac{p_r - p}{N_o}$.

Si, après avoir choisi un effectif d'échantillon n compris entre n' et n", et commencé la fabrication, on constate un point "hors limites" après N tranches acceptées, le "dépassement" ayant la valeur λ', on peut s'assurer, comme il est indiqué au § 7.2, que la production ne comporte pas plus de p % de défectueux. Cette vérification n'est utile que dans les cas suivants :

N inférieur à N_o

λ' tel qu'au paramètre de déréglage λ_r corresponde une proportion de défectueux supérieure à p_r (table 3).

Dans les exemples qui suivent, n_{max} désigne l'effectif d'échantillon permettant (sans information sur N_o et p_r) d'avoir 90 chances sur 100 de constater au premier prélèvement un déréglage donnant p % de défectueux (choix "à priori", Cf. Table 1).

Exemple 1 - $\theta = 3,1$

Information utilisée		Qualité désirée		Effectif d'échantillon		
N_o	p_r %	p %	p_a %	n'	n"	n_{max}
5	5	2	1,4	10	14	18
10	10	2	1,2	8	13	18
10	5	1	0,6	15	25	> 25
20	10	2	1,6	4	8	18
20	5	1	0,8	8	14	> 25

Exemple 2 - $\theta = 3,6$

Information utilisée		Qualité désirée		Effectif d'échantillon		
N_o	p_r %	p %	p_a %	n'	n''	n_{max}
5	5	2	1,4	5	7	9
10	10	2	1,2	4	6	9
10	5	1	0,6	5	8	12
20	10	2	1,6	2	4	9
20	10	1	0,55	4	7	12
20	5	1	0,8	3	6	12
20	5	0,5	0,28	5	10	19

On voit que, même en prenant la valeur la plus élevée de la fourchette (n', n''), une connaissance à priori du processus (N_o, p_r) conduit à une économie généralement importante par rapport à l'effectif d'échantillon n_{max} choisi à priori. Naturellement, si la différence p_r - p est grande par rapport à N_o, la règle indiquée peut être en défaut.

7.2 - Décision en cas de déréglage

L'effectif d'échantillon n a été fixé - suivant la règle précédente, ou d'après toute autre considération - Un déréglage se traduisant par un dépassement $\lambda'\sigma_o$ apparait après N points acceptés.

Les graphiques de l'annexe 3 lus pour la valeur convenable de θ donnent pour la proportion de défectueux p dans les tranches acceptées, une fourchette p_a' (correspondant à D_{max}), p_a'' (correspondant à $D_{\overline{max}}$). D'autre part, à λ' correspond un dérèglage λ_r et à λ_r une proportion de défectueux p_r (table 3).

La proportion maximale de défectueux dans les N + 1 tranches est :

$$p = \frac{Np_a + p_r}{N + 1}$$

d'où pour p une fourchette p' (correspondant à p_a'), p'' (correspondant à p_a'').

Si la fourchette (p_a', p_a'') est inacceptable, compte-tenu de la qualité désirée, les N + 1 tranches devraient être éliminées ou inspectées à 100 %. Cela peut être l'indication que le processus est insuffisamment stable, ou que sa dispersion est trop élevée compte-tenu de la tolérance : une révision des conditions de fabrication peut être nécessaire.

Si la fourchette (p_a', p_a'') est acceptable, mais non la fourchette (p', p'') un réglage est nécessaire, et la tranche refusée devrait être éliminée ou inspectée à 100 %.

Si la fourchette (p', p'') est acceptable, il suffit d'envisager un simple réglage.

Exemples

Condition de fabrication		Constatations			Fourchette pour p_a		Fourchette pour p	
θ	n	N	λ'	p_r %	p'_a %	p''_a %	p' %	p'' %
3,1	10	10	ε	4,25	0,85	1,65	1,15	1,90
		20	0,2	6,45	0,60	1,15	0,90	1,40
		30	0,2	6,45	0,50	0,95	0,70	1,15
3,6	4	10	ε	7,80	0,80	2,10	1,45	2,60
		20	0,2	11,10	0,40	1,30	0,90	1,75
		30	0,2	11,10	0,25	0,95	0,60	1,30
		30	0,4	15,40	0,25	0,95	0,75	1,40
3,6	8	10	ε	1,95	0,25	0,60	0,40	0,70
		10	0,2	3,15	0,25	0,60	0,50	0,85
		10	0,4	4,85	0,25	0,60	0,65	1,00
		20	0,2	3,15	0,15	0,40	0,30	0,55
		20	0,4	4,85	0,15	0,40	0,35	0,60
		20	0,6	7,20	0,15	0,40	0,50	0,70
		30	0,6	7,20	0,15	0,30	0,40	0,50
		30	0,8	10,4	0,15	0,30	0,50	0,65
		30	1,0	14,5	0,15	0,30	0,60	0,75

Ces exemples confirment que si l'on veut obtenir une production de bonne qualité sans avoir à éliminer, ou à inspecter à 100 %, des parties de la fabrication, il faut :

- une dispersion relativement faible (θ suffisamment grand)
- un effectif d'échantillon pas trop petit (toutefois, il pourra être réduit dans la mesure où θ est plus élevé).
- un processus stable (N grand).

Si le processus est très stable, un déréglage accidentel, même important, a peu de conséquences sur la qualité d'ensemble de la fabrication.

BIBLIOGRAPHIE

[1] CAVE R. - Le contrôle statistique des fabrications (Editions EYROLLES) 1966.

[2] CAVE R. - Nouvelle méthode de contrôle statistique par mesures - Revue de statistique appliquée, Vol. I n° 3-4 (1954).

[3] CAVE R. - L'efficacité des méthodes classiques de contrôle statistique - Revue de statistique appliquée, Vol. I n° 3-4 (1953).

[4] ROUZET G. - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle par mesures en fonction du pourcentage de pièces défectueuses. Revue de statistique appliquée, Vol. V n° 2 (1957).

[5] Centre de Formation aux applications industrielles de la statistique - Tables statistiques.

[6] PEARSON E.S. et HARTLEY H.O. - Biometrika tables for statisticians Cambridge University Press - (1954).

Tableau 1

Valeurs de n telles que P (probabilité d'acceptation) ≤ 0,10.

p % \ θ	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	24	19	16	14	12	10	9	8	7	6	6
0,2	-	-	-	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	24	19	16	14	12	10	9	8	7	6	6	5	5
0,3	-	-	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4
0,4	-	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4
0,5	-	-	-	-	x	x	x	x	x	x	24	19	16	13	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4
0,6	-	-	-	x	x	x	x	x	x	25	20	17	14	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4
0,8	-	-	x	x	x	x	x	x	25	20	17	14	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3
1,0	-	x	x	x	x	x	x	x	21	18	15	12	11	9	8	7	7	6	5	5	5	4	4	4	3	3
1,5	x	x	x	x	x	x	23	19	16	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3
2,0	x	x	x	x	x	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3
2,5	x	x	x	x	23	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3
3,0	x	x	x	24	19	16	13	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2
3,5	x	x	25	20	17	14	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2
4,0	x	x	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2
4,5	x	24	19	16	13	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2
5,0	x	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2
6,0	22	18	15	13	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
7,0	19	16	13	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2
8,0	17	14	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2
9,0	15	13	11	10	8	7	7	6	5	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
10	13	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2

- Impossibilité

x n > 25

Tableau 2

Valeurs de P telles que $\log P = \frac{\log \beta}{x}$ et $\bar{x} = \frac{1}{1 - P}$

$\beta = 0,10$		
x	P(%)	$\bar{x}$
1	10,0	1,11
2	31,6	1,46
3	46,4	1,87
4	56,2	2,28
5	63,1	2,71
6	68,1	3,13
7	72,0	3,46
8	75,0	4,00
9	77,4	4,43
10	79,4	4,86
11	81,1	5,29
12	82,5	5,73
13	83,8	6,16
14	84,8	6,59
15	85,8	7,03
16	86,6	7,46
17	87,3	7,89
18	87,9	8,26
19	88,6	8,76
20	89,1	9,20
21	89,6	9,63
22	90,1	10,07
23	90,5	10,49
24	90,9	10,93
25	91,2	11,36

$\beta = 0,05$		
x	P(%)	$\bar{x}$
1	5,0	1,05
2	22,4	1,29
3	36,8	1,58
4	47,3	1,90
5	54,9	2,22
6	60,7	2,54
7	65,2	2,87
8	68,8	3,20
9	71,7	3,53
10	74,1	3,86
11	76,2	4,19
12	77,9	4,53
13	79,4	4,86
14	80,7	5,19
15	81,9	5,52
16	82,9	5,86
17	83,9	6,20
18	84,7	6,52
19	85,4	6,85
20	86,1	7,18
21	86,7	7,52
22	87,3	7,86
23	87,8	8,19
24	88,3	8,53
25	88,7	8,86

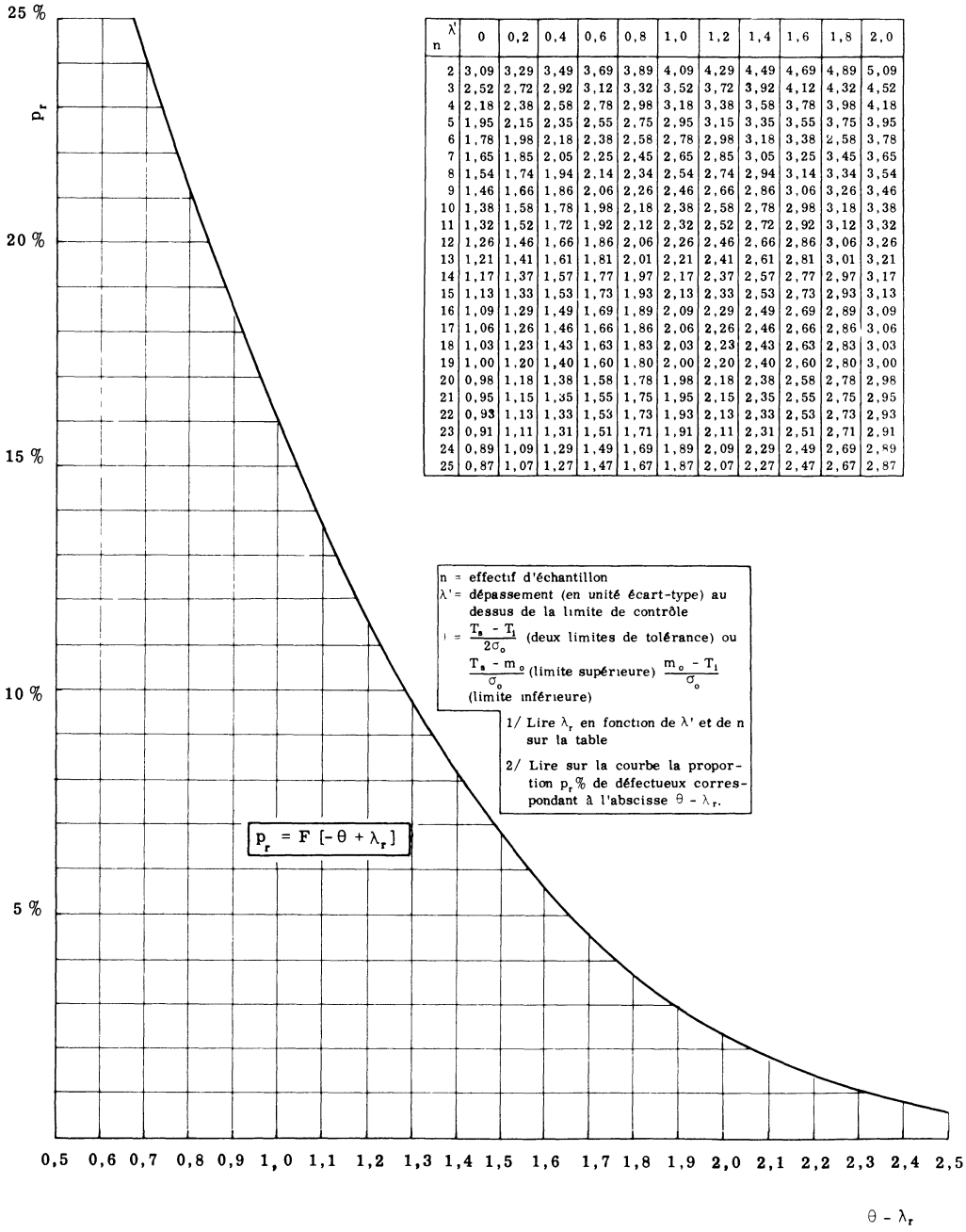
Exemple - x = 3. Pour $\beta = 0,10$, $P = 46,4\,\%$, $\bar{x} = 1,87$.

Si, pour un certain déréglage (de la moyenne ou de l'écart-type) la probabilité d'acceptation est P = 46,4 %, il n'y a que 10 chances sur 100 pour que le 1er point "hors limites" apparaisse après plus de 3 prélèvements postérieurs au déréglage ; le rang moyen du 1er point "hors limites" est $\bar{x} = 1,87$.

Table 3

Valeurs de $\lambda_r = \frac{4,37}{\sqrt{n}} + \lambda'$

n \ λ'	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
2	3,09	3,29	3,49	3,69	3,89	4,09	4,29	4,49	4,69	4,89	5,09
3	2,52	2,72	2,92	3,12	3,32	3,52	3,72	3,92	4,12	4,32	4,52
4	2,18	2,38	2,58	2,78	2,98	3,18	3,38	3,58	3,78	3,98	4,18
5	1,95	2,15	2,35	2,55	2,75	2,95	3,15	3,35	3,55	3,75	3,95
6	1,78	1,98	2,18	2,38	2,58	2,78	2,98	3,18	3,38	2,58	3,78
7	1,65	1,85	2,05	2,25	2,45	2,65	2,85	3,05	3,25	3,45	3,65
8	1,54	1,74	1,94	2,14	2,34	2,54	2,74	2,94	3,14	3,34	3,54
9	1,46	1,66	1,86	2,06	2,26	2,46	2,66	2,86	3,06	3,26	3,46
10	1,38	1,58	1,78	1,98	2,18	2,38	2,58	2,78	2,98	3,18	3,38
11	1,32	1,52	1,72	1,92	2,12	2,32	2,52	2,72	2,92	3,12	3,32
12	1,26	1,46	1,66	1,86	2,06	2,26	2,46	2,66	2,86	3,06	3,26
13	1,21	1,41	1,61	1,81	2,01	2,21	2,41	2,61	2,81	3,01	3,21
14	1,17	1,37	1,57	1,77	1,97	2,17	2,37	2,57	2,77	2,97	3,17
15	1,13	1,33	1,53	1,73	1,93	2,13	2,33	2,53	2,73	2,93	3,13
16	1,09	1,29	1,49	1,69	1,89	2,09	2,29	2,49	2,69	2,89	3,09
17	1,06	1,26	1,46	1,66	1,86	2,06	2,26	2,46	2,66	2,86	3,06
18	1,03	1,23	1,43	1,63	1,83	2,03	2,23	2,43	2,63	2,83	3,03
19	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	2,20	2,40	2,60	2,80	3,00
20	0,98	1,18	1,38	1,58	1,78	1,98	2,18	2,38	2,58	2,78	2,98
21	0,95	1,15	1,35	1,55	1,75	1,95	2,15	2,35	2,55	2,75	2,95
22	0,93	1,13	1,33	1,53	1,73	1,93	2,13	2,33	2,53	2,73	2,93
23	0,91	1,11	1,31	1,51	1,71	1,91	2,11	2,31	2,51	2,71	2,91
24	0,89	1,09	1,29	1,49	1,69	1,89	2,09	2,29	2,49	2,69	2,89
25	0,87	1,07	1,27	1,47	1,67	1,87	2,07	2,27	2,47	2,67	2,87



n = effectif d'échantillon

λ' = dépassement (en unité écart-type) au dessus de la limite de contrôle

$= \frac{T_s - T_i}{2\sigma_o}$ (deux limites de tolérance) ou

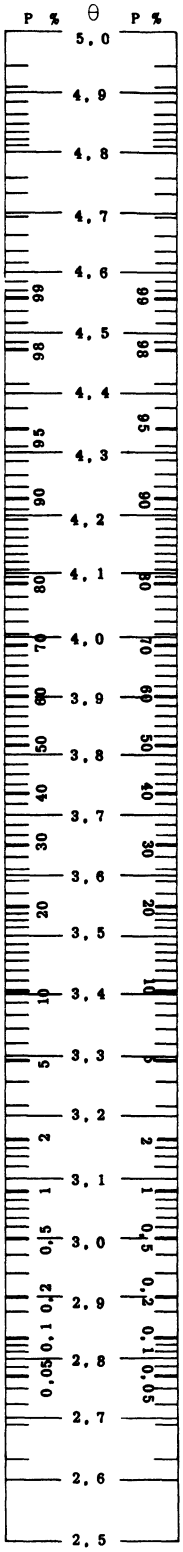
$\frac{T_s - m_o}{\sigma_o}$ (limite supérieure) $\frac{m_o - T_i}{\sigma_o}$ (limite inférieure)

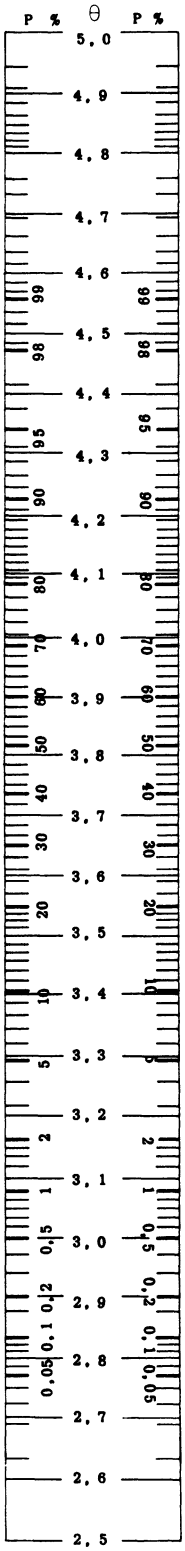
1/ Lire λ_r en fonction de λ' et de n sur la table

2/ Lire sur la courbe la proportion p_r% de défectueux correspondant à l'abscisse $\theta - \lambda_r$.

ANNEXES

DETERMINATION DE L'EFFICACITE EN FONCTION DU DEREGLAGE


P %
θ
P %
5,0
4,9
4,8
4,7
4,6
4,5
4,4
4,3
4,2
4,1
4,0
3,9
3,8
3,7
3,6
3,5
3,4
3,3
3,2
3,1
3,0
2,9
2,8
2,7
2,6
2,5


P %
θ
P %
5,0
4,9
4,8
4,7
4,6
4,5
4,4
4,3
4,2
4,1
4,0
3,9
3,8
3,7
3,6
3,5
3,4
3,3
3,2
3,1
3,0
2,9
2,8
2,7
2,6
2,5

ANNEXE I

COURBES D'EFFICACITE POUR LE
DEREGLAGE DE LA MOYENNE

1 - COURBES D'EFFICACITE POUR LE DEREGLAGE DE LA MOYENNE

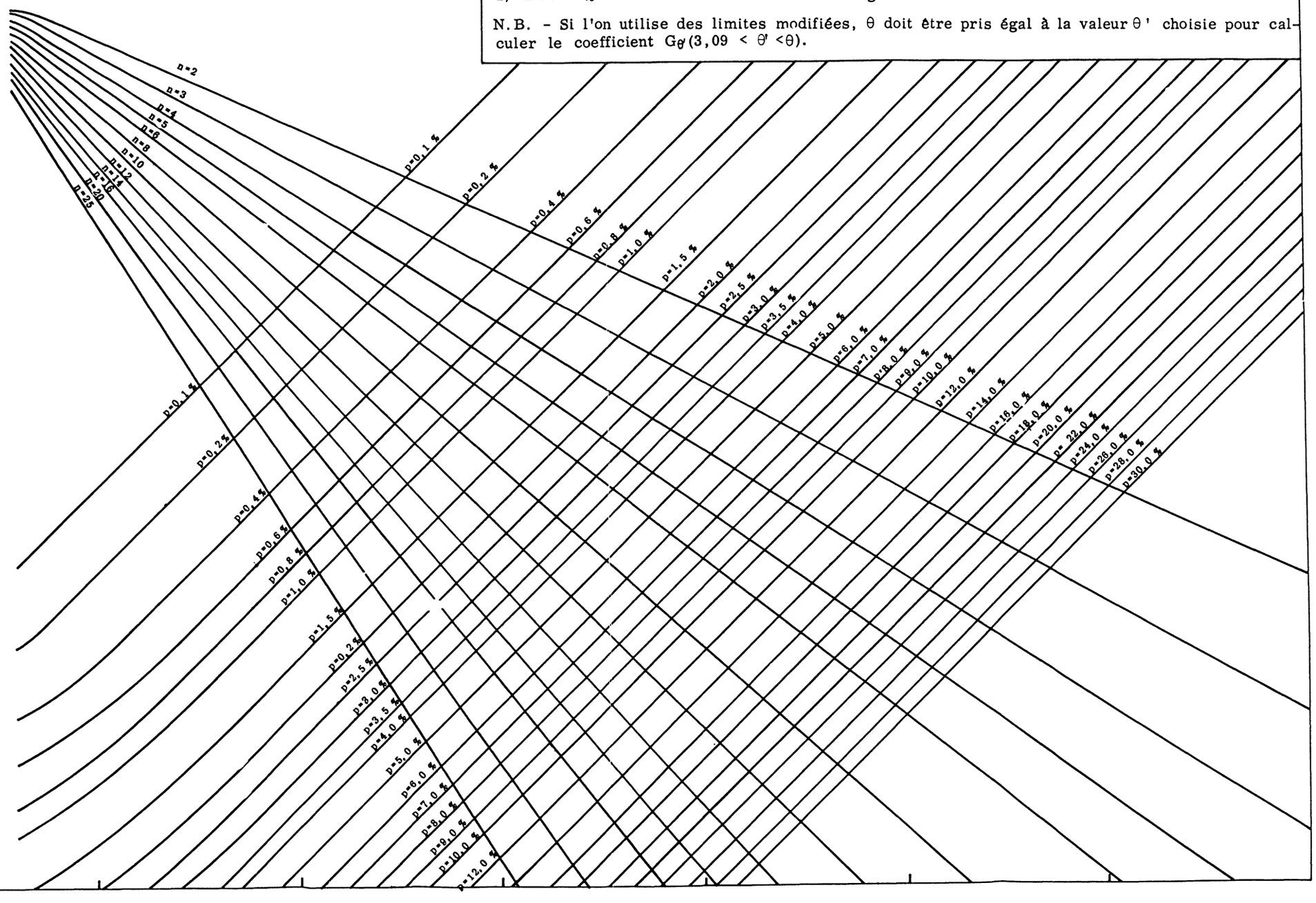
CARTE DES MOYENNES

Une tolérance θ étant donnée, et un effectif d'échantillon n choisi, la probabilité P d'acceptation correspondant à une proportion de défectueux p s'obtient de la façon suivante :

1/ Déplacer la réglette parallèlement à elle-même de manière que la ligne θ coupe la courbe p % sur l'un des bords de la réglette.

2/ Lire P % à l'intersection du bord de la réglette et de la courbe n.

N.B. - Si l'on utilise des limites modifiées, θ doit être pris égal à la valeur θ' choisie pour calculer le coefficient $G_{\theta'}$ $(3,09 < \theta' < \theta)$.



ANNEXE 2

COURBES D'EFFICACITE POUR
LE DEREGLAGE DE L'ECART-TYPE

2 - COURBES D'EFFICACITE POUR LE DEREGLAGE DE L'ECART TYPE

Une tolérance θ étant donnée, et un effectif d'échantillon n choisi, la probabilité P d'acceptation correspondant à une proportion de défectueux p s'obtient de la façon suivante :

1/ Déplacer la réglette parallèlement à elle-même de manière que la ligne θ coupe la courbe p % sur l'un des bords de la réglette. Dans le cas d'une seule limite de tolérance, les valeurs de p % sont à diviser par deux.

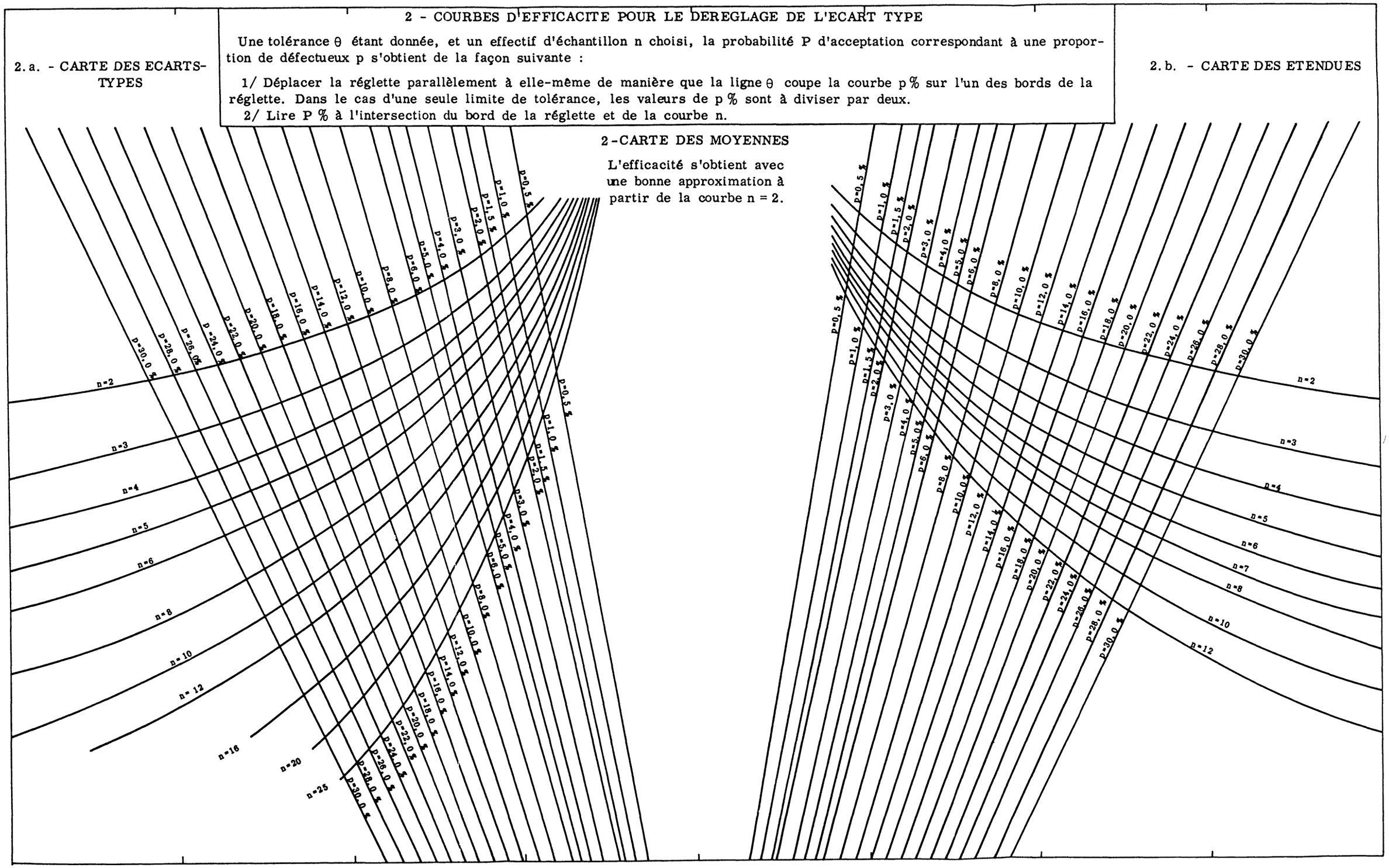
2/ Lire P % à l'intersection du bord de la réglette et de la courbe n.

2.a. - CARTE DES ECARTS-TYPES

2.b. - CARTE DES ETENDUES

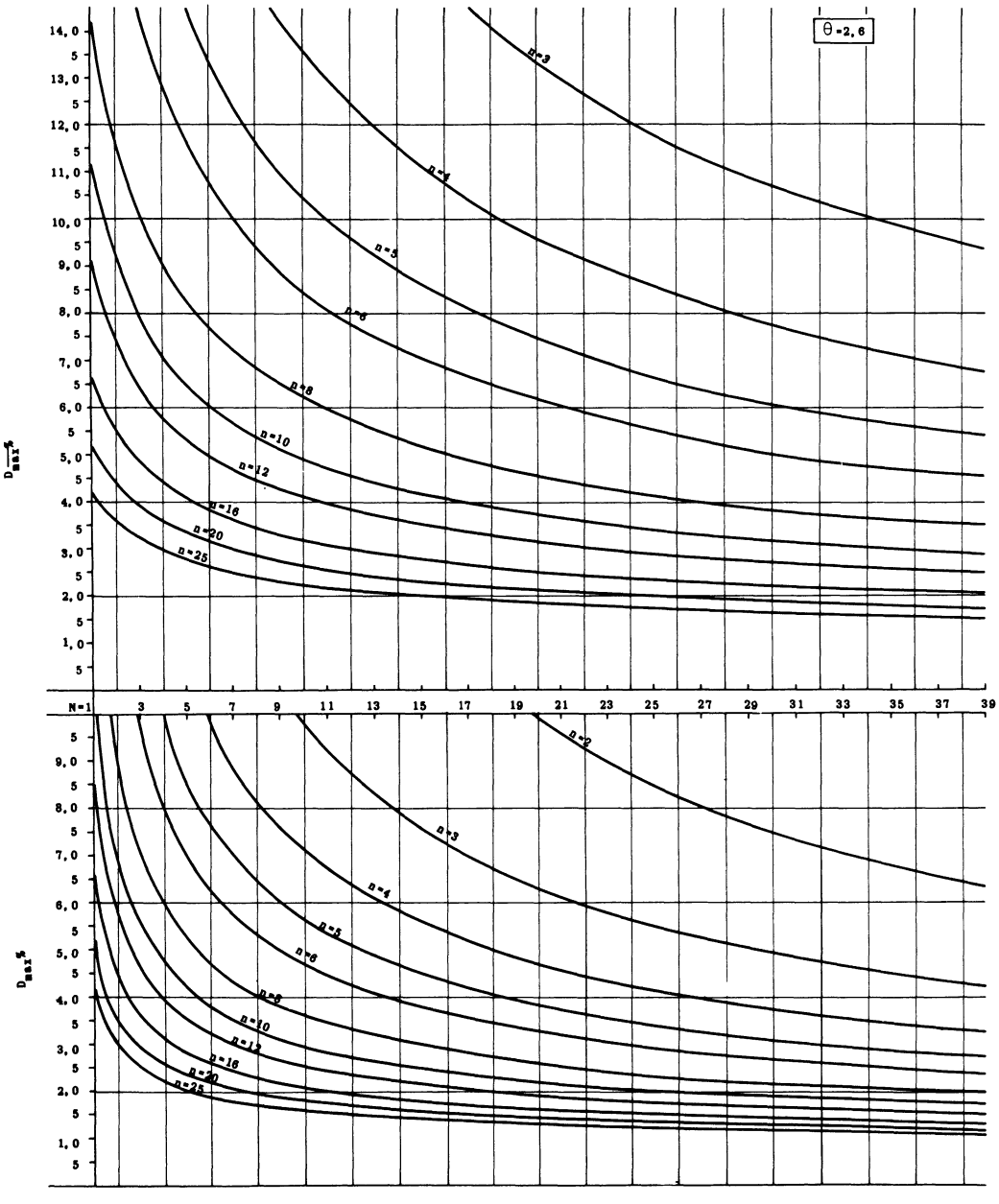
2-CARTE DES MOYENNES

L'efficacité s'obtient avec une bonne approximation à partir de la courbe n = 2.



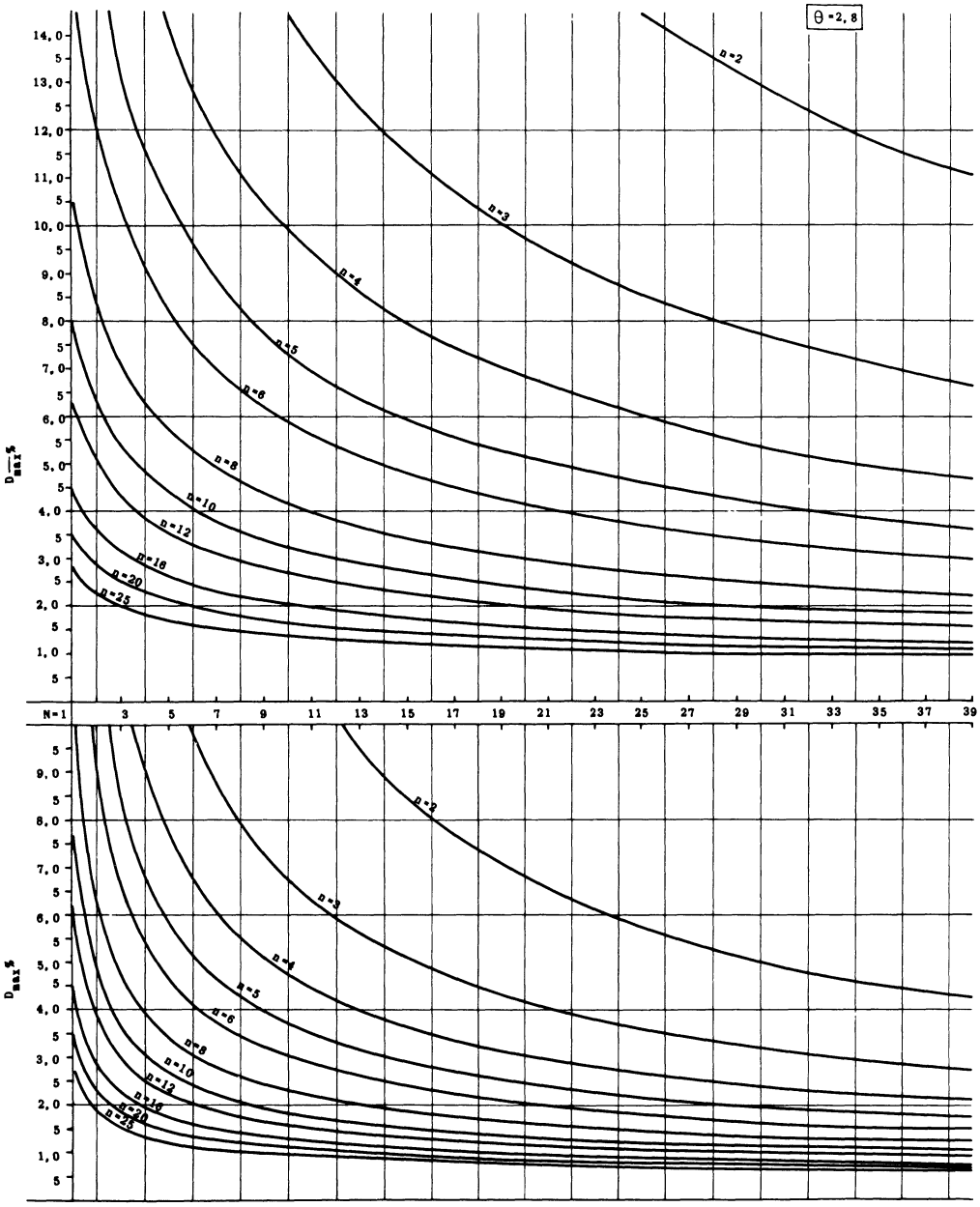
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



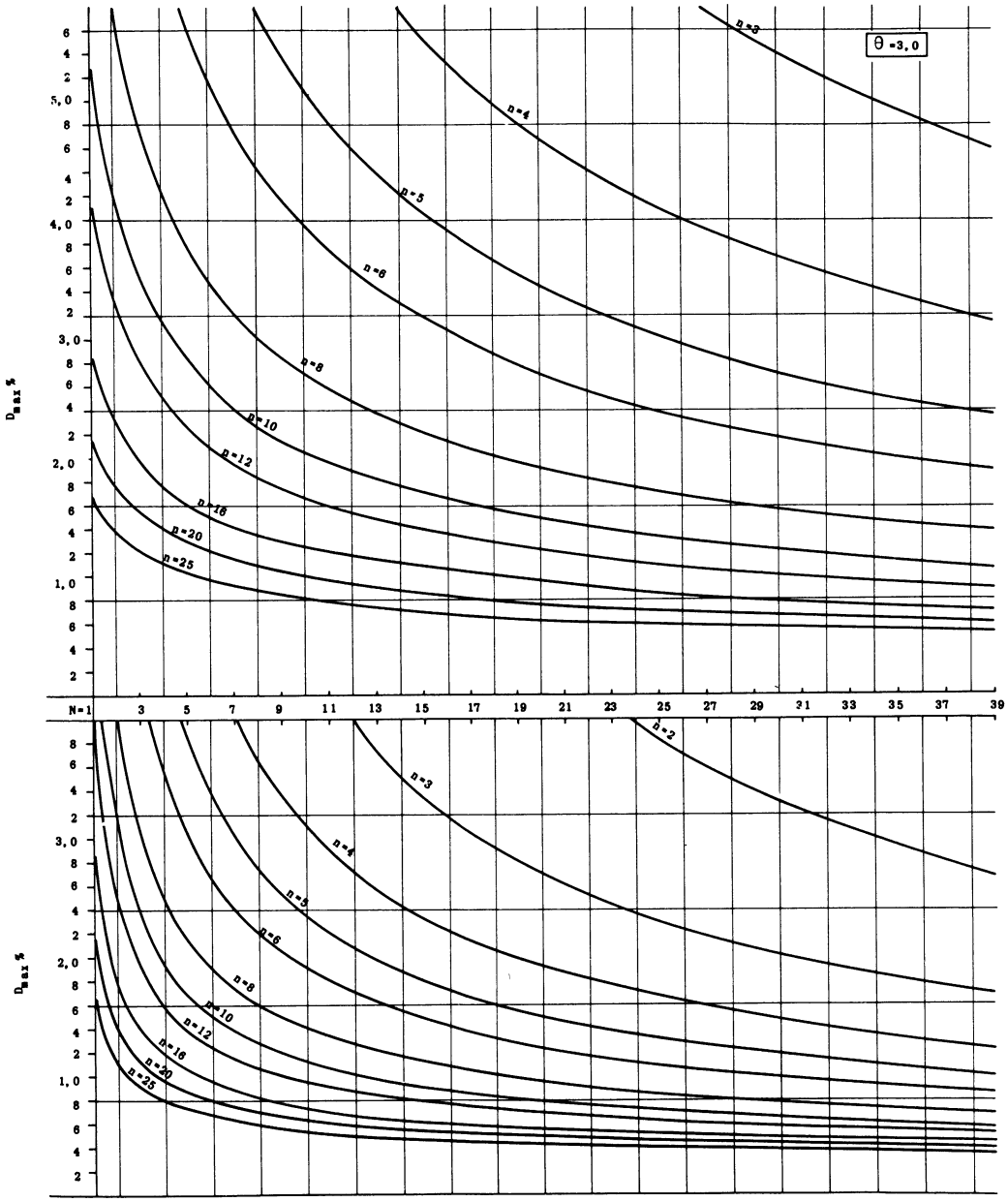
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



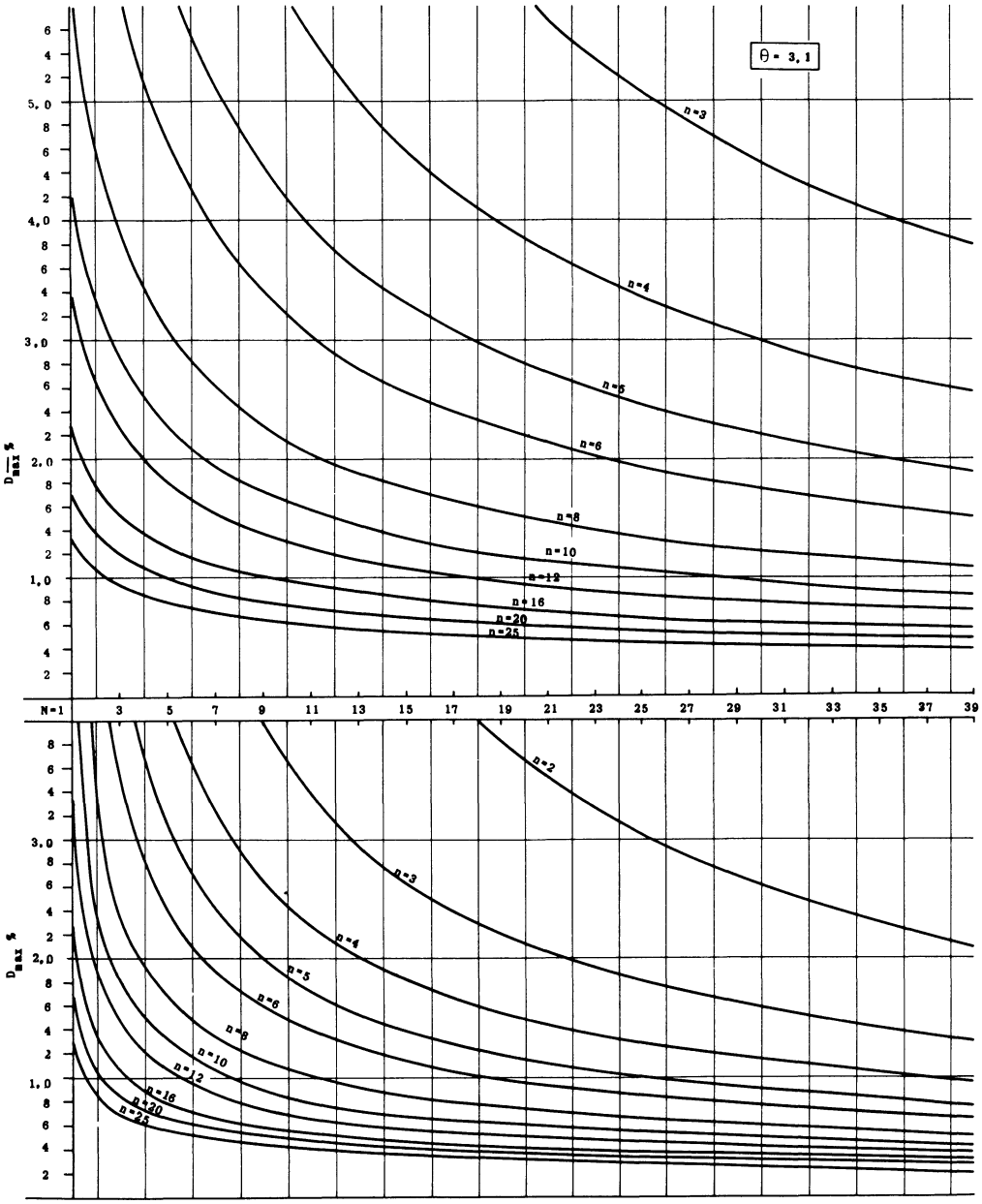
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



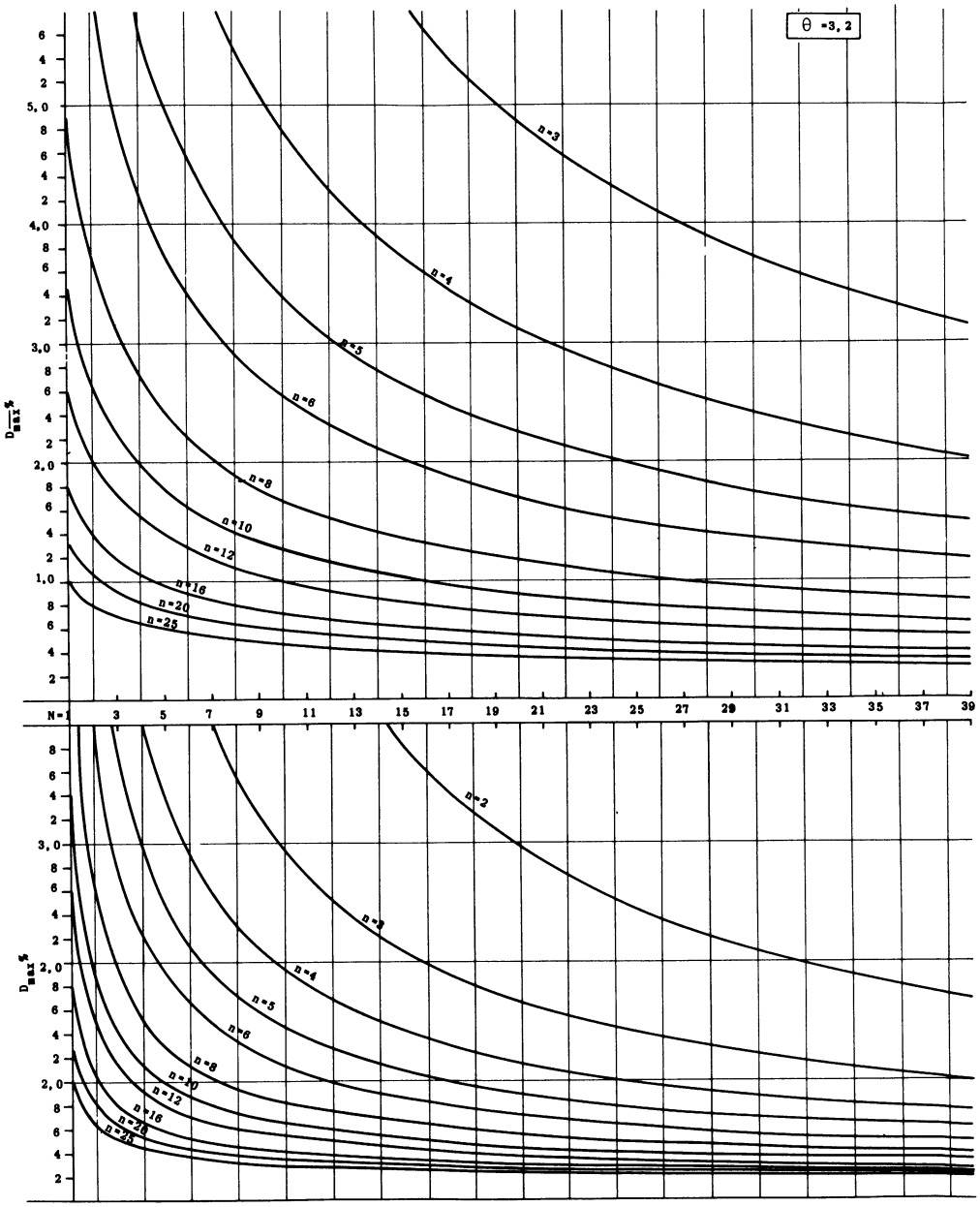
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



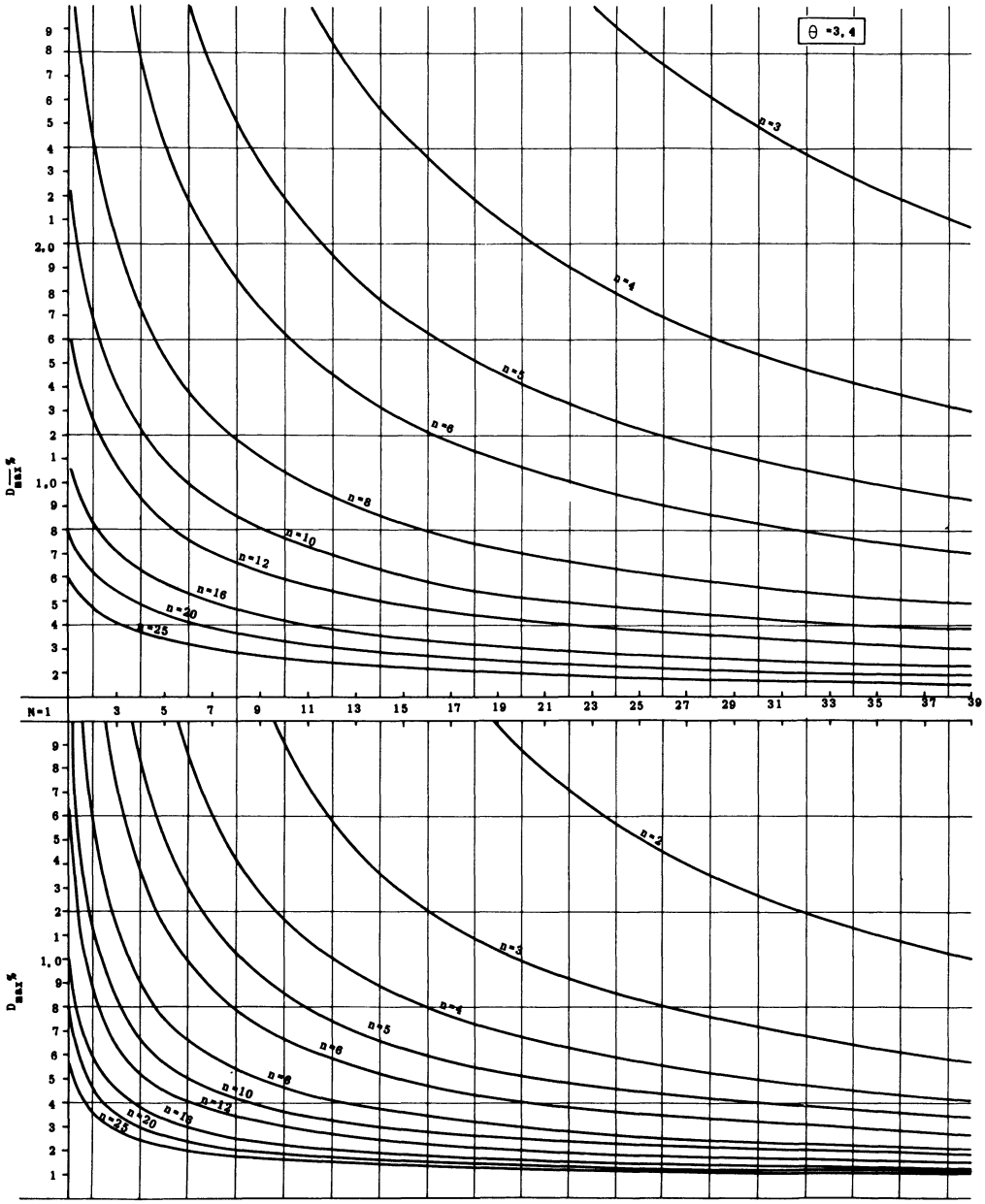
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



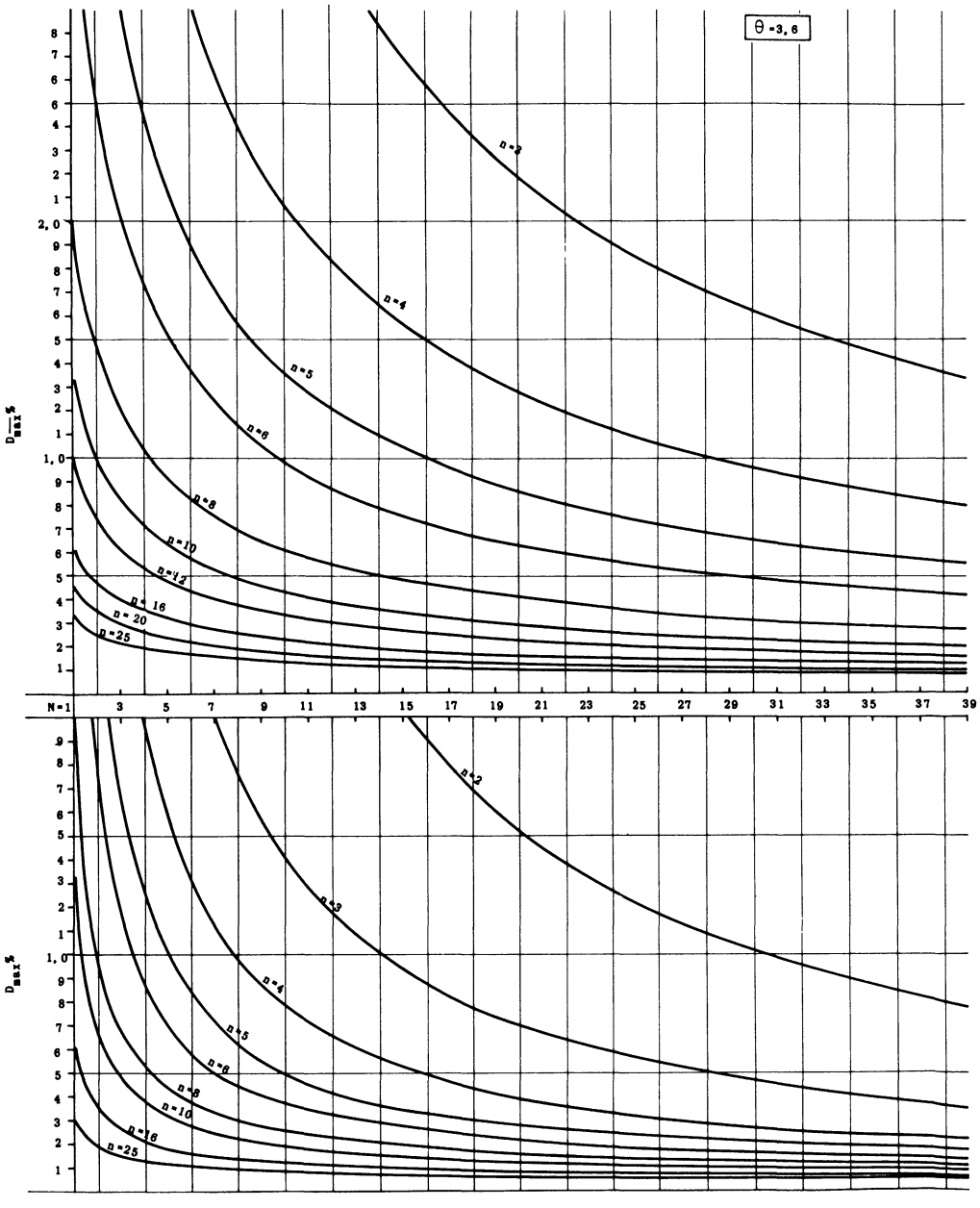
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



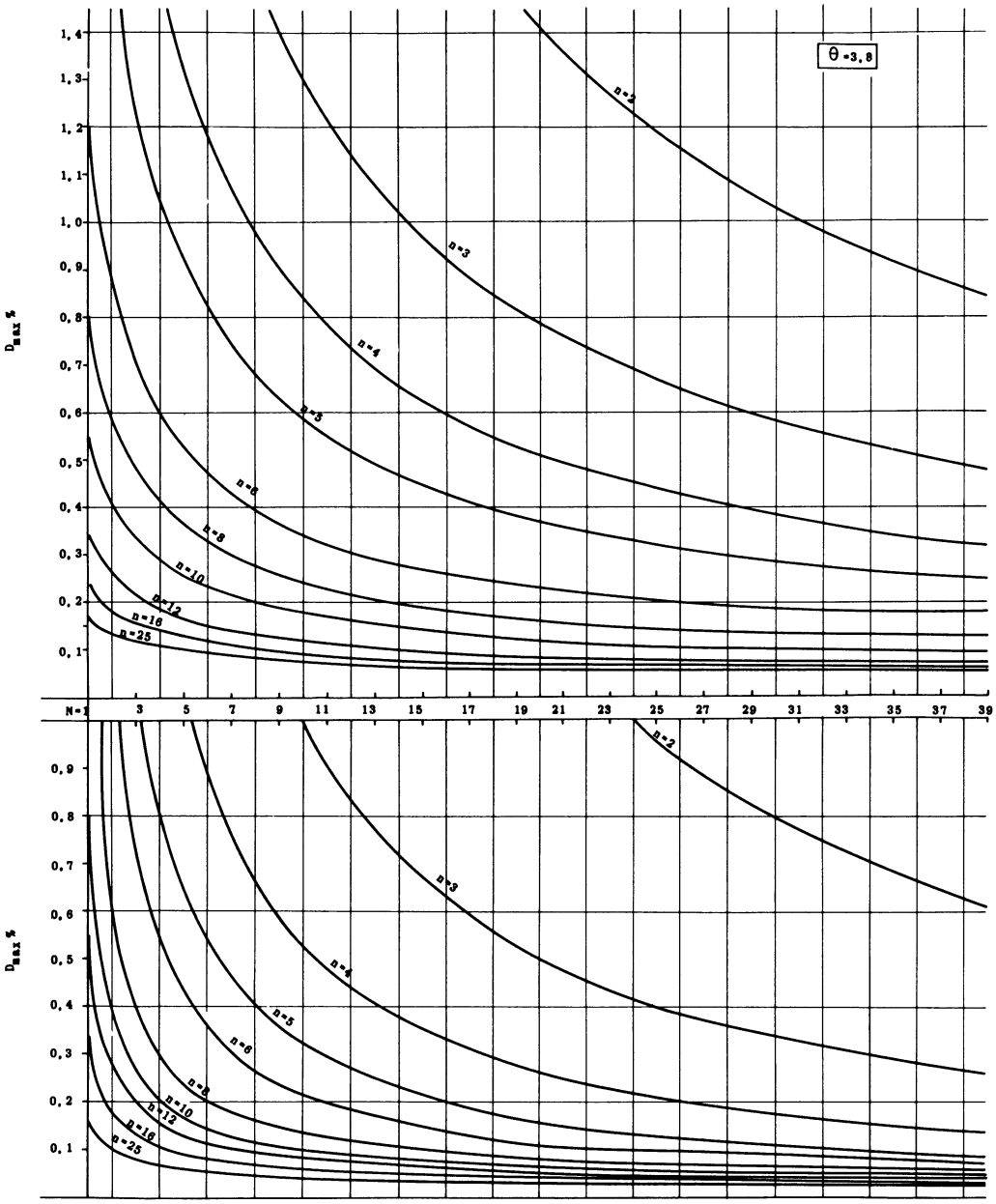
ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



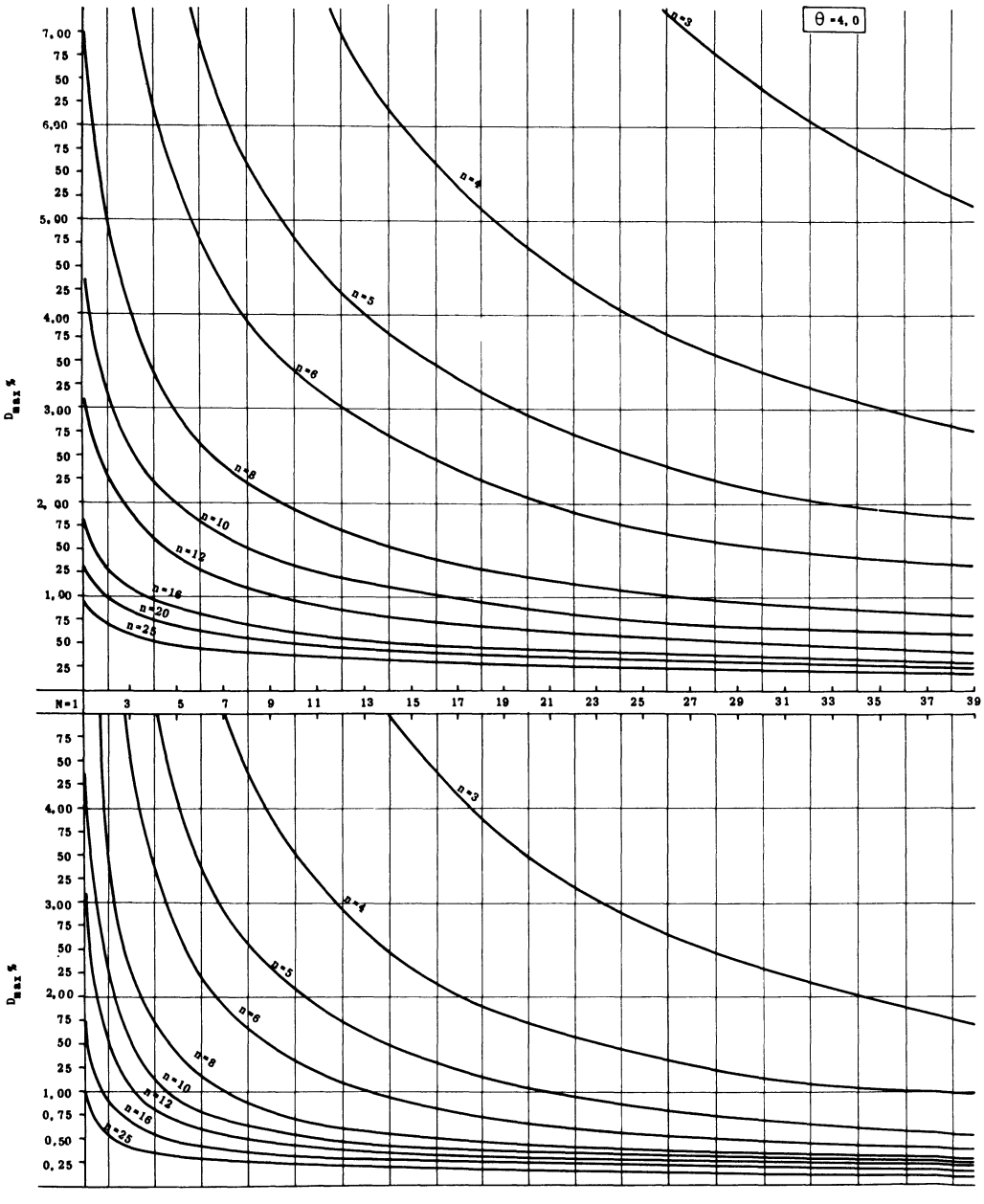
ANNEXE 3

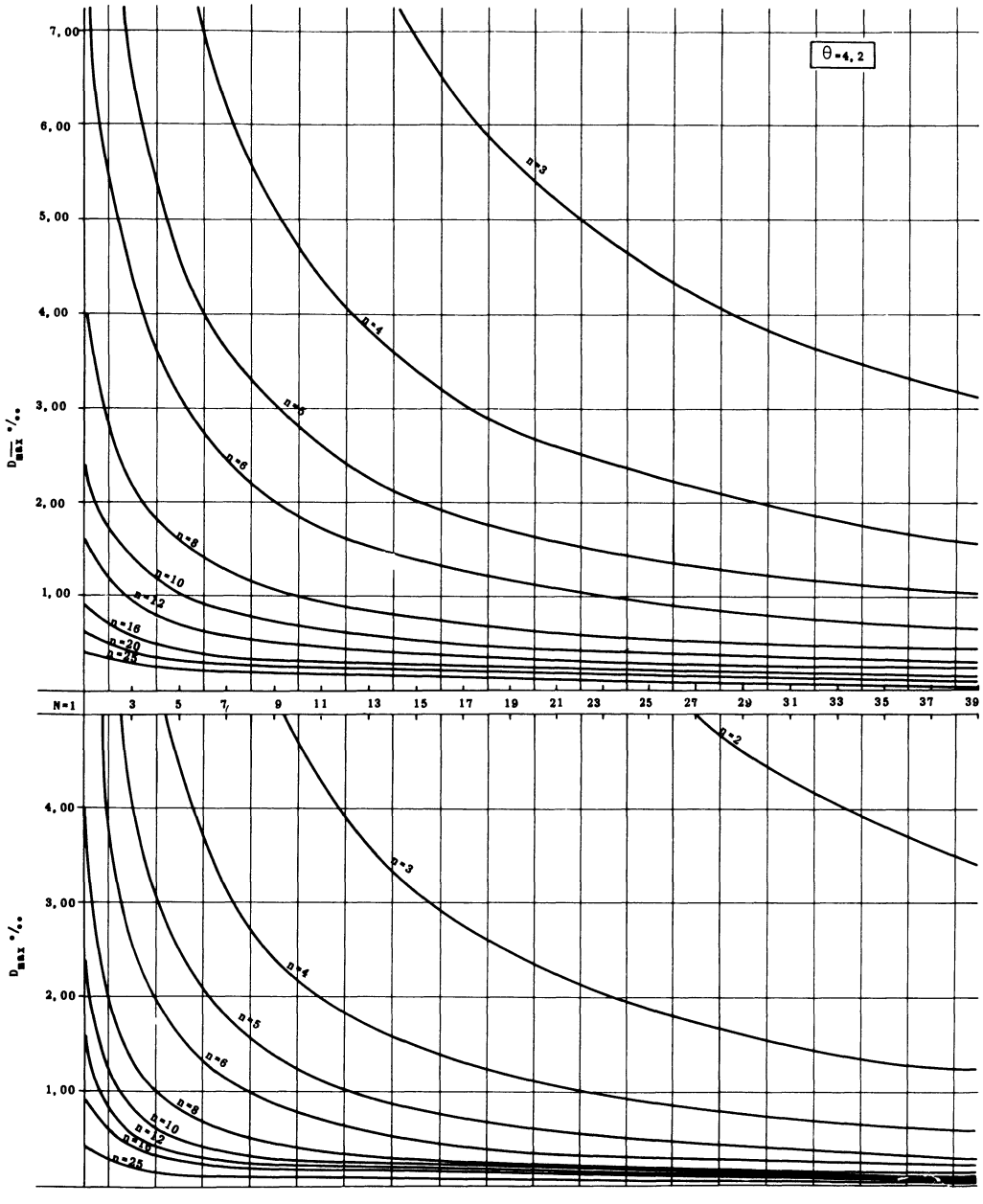
Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées



ANNEXE 3

Proportion maximale de défectueux suivant le nombre de tranches acceptées