REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. VESSEREAU

Plans d'échantillonnage progressifs par mesures. Application aux plans normalisés

Revue de statistique appliquée, tome 30, n° 3 (1982), p. 5-13

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1982__30_3_5_0>

PLANS D'ECHANTILLONNAGE PROGRESSIFS PAR MESURES APPLICATION AUX PLANS NORMALISES

A. VESSEREAU

Le contrôle par mesures (sous-entendu "de la proportion de défectueux") est, pour une efficacité comparable, nettement plus économique que le contrôle "par attributs", l'économie portant sur le nombre d'individus contrôlés. En échantillonnage simple classique, un plan de contrôle par mesures s'obtient facilement lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

– les mesures attachées au caractère contrôlé suivent une loi normale d'écart-type connu σ ;

– une limite de tolérance permet de classer chaque individu en "correct" ou "défectueux" : dans le cas d'une limite supérieure T_s. l'individu est défectueux si la mesure y qui lui est attachée est supérieure à T_s, l'inverse ayant lieu si l'on a affaire à une limite inférieure T_i.

Les proportions de défectueux auxquelles on associe les risques α et β étant désignées par p_1 et p_2, l'effectif n de l'échantillon à prélever et la "constante d'acceptation" k s'obtiennent au moyen des formules ci-après, dans lesquelles u_{1-f} désigne le fractile d'ordre $(1 - f)$ de la variable normale réduite :

$$n = \left[\frac{u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}}{u_{1-p_1} - u_{1-p_2}}\right]^2 \quad \text{(nombre entier immédiatement supérieur à la valeur donnée par cette formule)} \tag{1 a}$$

$$k = \frac{u_{1-\beta}\, u_{1-p_1} + u_{1-\alpha}\, u_{1-p_2}}{u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}} \tag{1 b}$$

Il y a acceptation lorsque la moyenne $\overline{y}$ des n mesures est telle que :

$$\begin{aligned} &\overline{y} - T_i \geqslant k\sigma \text{ (cas d'une limite inférieure)} \\ &T_s - \overline{y} \geqslant k\sigma \text{ (cas d'une limite supérieure)} \end{aligned} \tag{2}$$

le rejet étant prononcé dans les cas contraires (1).

Lorsque deux limites de tolérance sont fixées conjointement, c'est-à-dire lorsque les proportions de défectueux p_1 et p_2 s'appliquent aux individus dont les

(1) Lorsque l'écart-type est inconnu, les inégalités (2) sont pratiquement applicables en remplaçant σ par son estimation calculée sur l'échantillon, à condition que la valeur de n déduite de la formule (1 a) ne soit pas trop petite (on admet généralement $n \geqslant 15$) ; la valeur de k (formule (1 b)) est alors inchangée, mais la valeur de n doit être multipliée par $\left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$. Lorsque, dans la formule (1 a) $n < 15$, n et k doivent être calculés en faisant appel à la loi de t non centrée (voir par exemple [1].

mesures sont extérieures à l'intervalle de tolérance (T_i, T_s), la situation est plus complexe, que σ soit connu ou estimé ; elle est envisagée dans la collection de plans d'échantillonnage figurant dans [1].

Comme dans le contrôle par attributs, on peut imaginer des plans par mesures "doubles" ou "multiples", plus économiques que les plans simples de même efficacité, mais leur élaboration est difficile et leur exécution délicate. Une série de "plans doubles" figure dans [2], mais, à notre connaissance, ces plans ne sont que peu, et peut-être pas du tout, utilisés.

Par contre, un plan progressif, selon la méthode de A. WALD, est facile à définir – et sa mise en pratique est relativement aisée lorsqu'on dispose d'un simple "calculateur de poche" – à condition que soient réunies les conditions restrictives ci-dessus mentionnées, que l'on supposera satisfaites dans cette note :

– normalité de la distribution des mesures (ce qui implique, ce que l'on omet souvent de dire, que le ou les lots à contrôler ont un effectif suffisamment élevé pour que l'hypothèse de normalité ait un sens) –écart-type connu– une seule limite de tolérance.

La démarche est tout à fait analogue à celle qui est décrite dans notre précédente note [3] à laquelle on pourra utilement se reporter.

1. RAPPEL DE LA METHODE DE WALD

Le principe et les résultats essentiels de la méthode de WALD sont résumés dans le paragraphe 1 de [3]; pour les justifications théoriques, voir [4] et [5].

2. APPLICATION AU CONTROLE PAR MESURES DE LA PROPORTION DE DEFECTUEUX

L application de la méthode progressive au contrôle de la moyenne θ d'une distribution normale d'écart-type connu est exposée en détail dans [4] et [5], les risques α et β étant associés à deux valeurs particulières θ_1, θ_2 de θ. Dans l'un ou l'autre de ces ouvrages on trouvera notamment :

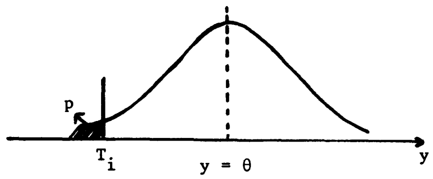
– la règle (progressive) commandant l'acceptation de l'une ou l'autre des hypothèses $\theta = \theta_1$, $\theta = \theta_2$.

– l'expression de la probabilité $P(\theta)$ –"courbe d'efficacité"– ($-\infty < \theta < +\infty$),

– l'expression du nombre moyen $E_\theta(n) = \bar{n}(\theta)$ d'individus à contrôler jusqu'à décision.

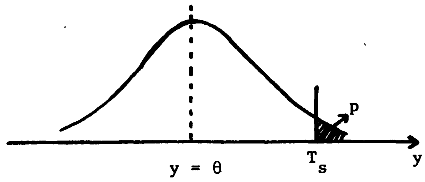
On passe des formules données en fonction de (θ, θ_1, θ_2) aux formules exprimées en fonction des proportions de défectueux (p, p_1, p_2) au moyen des relations très simples déduites des figures ci-après.

Cas d'une limite inférieure T_i



$$u_{1-p} = \frac{y - T_i}{\sigma}$$

Cas d'une limite supérieure T_s



$$u_{1-p} = \frac{T_s - y}{\sigma}$$

En convenant d'exprimer les mesures en *différences algébriques x par rapport à la limite de tolérance*, soit :

$$\begin{aligned} x &= y - T_i \quad \text{(limite inférieure de tolérance)} \\ x &= T_s - y \quad \text{(limite supérieure de tolérance)} \end{aligned} \qquad (3)$$

on a la relation générale :

$$x = u_{1-p}\,\sigma$$

qui permet de passer des formules exprimées en fonction de θ dans [4] et [5] aux formules exprimées en fonction de p dans la suite de cette note.

2.1. Exécution du contrôle progressif (voir [4] - paragraphe 7.3.)

Les résultats x_j ($j = 1, 2, \ldots$) obtenus sur les individus successivement contrôlés étant cumulés, leur somme $\sum_{j=1}^{n} x_j$ est comparée aux critères d'acceptation (A_n) et de rejet (R_n) définis par :

$$\begin{cases} A_n = h_1 + sn \\ R_n = -h_2 + sn \end{cases} \qquad (4)$$

Le contrôle se poursuit tant que Σx_j reste compris entre A_n et R_n ; il cesse dès que $\Sigma x_j \geqslant A_n$ (acceptation du lot) ou que $\Sigma x_j \leqslant R_n$ (rejet du lot).

En posant :

$$\begin{cases} D = u_{1-p_1} - u_{1-p_2} \\ 2S = u_{1-p_1} + u_{1-p_2} \end{cases} \qquad (5)$$

h_1, h_2 et s s'expriment en fonction de p_1, p_2, α, β et σ par :

$$
\begin{cases}
\dfrac{h_1}{\sigma} = \dfrac{\ell n \dfrac{1-\alpha}{\beta}}{D} \\[2ex]
\dfrac{h_2}{\sigma} = \dfrac{\ell n \dfrac{1-\beta}{\alpha}}{D} \qquad (h_1 = h_2 = h \text{ lorsque } \alpha = \beta) \\[2ex]
\dfrac{s}{\sigma} = S
\end{cases}
\tag{6}
$$

2.2. Courbe d'efficacité (voir [4] – paragraphe 7.4.)

Elle s'exprime paramétriquement en fonction du paramètre λ ($-\infty < \lambda < +\infty$) par les formules ci-après, où F désigne la fonction de répartition de la variable normale réduite :

$$
\begin{cases}
p = 1 - F\left[S + \dfrac{D}{2}\lambda\right] \\[2ex]
P = \dfrac{\left(\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right)^{\lambda} - 1}{\left(\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right)^{\lambda} - \left(\dfrac{\beta}{1-\alpha}\right)^{\lambda}}
\end{cases}
\tag{7}
$$

Lorsque λ décroît de $+\infty$ à $-\infty$, p croît de 0 à 1 et P décroît de 1 à 0.

On vérifie facilement les valeurs particulières suivantes qui permettent de tracer la courbe d'efficacité avec une bonne approximation :

$$
\begin{cases}
(\lambda = +\infty) & p = 0 & P = 1 \\
(\lambda = +1) & p = p_1 & P = 1 - \alpha \\
(\lambda = 0)^{(2)} & p_{(s)} = 1 - F(S) & P = \dfrac{\ell n \dfrac{1-\beta}{\alpha}}{\ell n \dfrac{1-\beta}{\alpha} - \ell n \dfrac{\beta}{1-\alpha}} \\
(\lambda = -1) & p = p_2 & P = \beta \\
(\lambda = -\infty) & p = 1 & P = 0
\end{cases}
\tag{8}
$$

Dans le cas particulier $\alpha = \beta$, p s'exprime directement en fonction de P :

---

(2) Lorsque $\lambda = 0$, P dans la formule (7) prend la forme indéterminée 0/0. On lève facilement l'indétermination, par exemple en prenant le rapport des dérivées du numérateur et du dénominateur.

$$p = 1 - F\left[\frac{D}{2\,\ell n\,\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}\,\ell n\,\frac{P}{1-P} + S\right] \qquad (9)$$

A $p_{(s)} = 1 - F(S)$ – soit $u_{1-p_{(s)}} = \dfrac{s}{\sigma}$ – correspond le point d'indifférence ($p_{(s)} = p_I$, $P = 1/2$) de la courbe d'efficacité.

2.3. Effectif moyen contrôle (voir [4] paragraphe 7.5.)

Son expression générale est la suivante :

$$E_p(n) = \bar{n}_p = \frac{\ell n\,\dfrac{1-\alpha}{\beta}\,P - \ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha}\,[1-P]}{D(u_{1-p} - S)} \qquad (10)$$

où P s'exprime en fonction de p comme il a été dit en 2.2. (formule (7)).

Lorsque p tend vers 0 ou vers 1, $\bar{n}$ tend vers 0. De toute évidence, $\bar{n}$ doit être pris égal au nombre entier immédiatement supérieur à 0, soit $\bar{n}_{(0)} = \bar{n}_{(1)} = 1$

Pour $p = p_1$, $p = p_{(s)}$, $p = p_2$, on obtient, en utilisant les formules (8) du paragraphe 2.2. :

$p = p_1 \qquad (P = 1-\alpha) \qquad \bar{n}_{(p_1)} = 2\,\dfrac{(1-\alpha)\,\ell n\,\dfrac{1-\alpha}{\beta} - \alpha\,\ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha}}{D^2}$

$p = p_{(s)}$ (3) $\left(P = \dfrac{\ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha}}{\ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha} - \ell n\,\dfrac{\beta}{1-\alpha}}\right) \qquad \bar{n}_{p(s)} = \dfrac{\left(\ell n\,\dfrac{1-\alpha}{\beta}\right)\left(\ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right)}{D^2}$

$p = p_2 \qquad (P = \beta) \qquad \bar{n}_{(p_2)} = 2\,\dfrac{(1-\beta)\,\ell n\,\dfrac{1-\beta}{\alpha} - \beta\,\ell n\,\dfrac{1-\alpha}{\beta}}{D^2}$

Ces formules se simplifient lorsque $\alpha = \beta$ et deviennent :

---

(3) Pour $p = p_{(s)}$ la valeur de $\bar{n}_p$ donnée par la formule (10) prend la forme indéterminée 0/0. Pour la justification théorique de la formule donnant $\bar{n}_{p(s)}$ voir WALD – Annexe 3 – Formule A (99).

pour $p = p_1$ et $p = p_2$

$$\bar{n} = 2 \frac{(1-2\alpha) \ln \frac{1-\alpha}{\alpha}}{D^2}$$

pour $p = p_{(s)} = p_I$ (point d'indifférence)

$$\bar{n} = \left[\frac{\ln \frac{1-\alpha}{\alpha}}{D} \right]^2$$

3. PLANS PROGRESSIFS CORRESPONDANT AUX PLANS NORMALISES

Les plans normalisés pour le contrôle par mesures de la proportion de défectueux figurent dans les documents cités en référence [1]

NF – X06 – 022 – (traduction de la norme américaine MIL-STD 414; document en cours de révision)

ISO – 3952 – (version simplifiée de la norme MIL-STD 414).

Utilisant les Tables qui donnent, pour chacun des plans continus dans ces documents, les valeurs de p_1 % et p_2 % correspondant aux probabilités d'acceptation P = 90 % ($\alpha = 0{,}10$) et P = 10 % ($\beta = 0{,}10$), on a calculé les plans progressifs définis par les valeurs (p_1, α) et p_2, β), *l'écart-type σ étant supposé connu* (il n'est pas inutile de le rappeler). Les courbes d'efficacité des plans normalisés et des plans progressifs correspondants passent aussi près que possible par les deux points ainsi définis et peuvent être considérées comme pratiquement identiques.

Dans la partie gauche de la Table figurant ci-après, on trouve l'identification du plan normalisé :

L. C. = Lettre code (de C à P);

NQA = valeur du NQA en contrôle normal, sauf lorsque celle-ci est accompagnée de la mention RF (contrôle renforcé) ou RD (contrôle réduit);

n = effectif de l'échantillon;

k = constante d'acceptation;

p_1 % et p_2 % = proportions de défectueux correspondant aux probabilités d'acceptation 0,90 et 0,10.

Dans la partie droite de la Table, on trouve les caractéristiques essentielles des plans progressifs correspondants.

h/σ (h et –h sont les ordonnées à l'origine des droites d'acceptation et de rejet);

s/σ (s est la pente commune de ces droites);

$p_{(s)}$ % = p_I % = proportion de défectueux correspondant au point d'indifférence (P = 0,50);

$\bar{n}_{(0)}$ = 1 = effectif contrôlé lorsque p = 0;

$\bar{n}_{(p_1)}$ = effectif moyen contrôlé lorsque $p = p_1$;

$\overline{n}_{(p_2)}$ = effectif moyen contrôlé lorsque $p = p_2$;
$n_{(1)}$ = 1 = effectif contrôlé lorsque $p = 1$;

Compte-tenu des valeurs choisies $\alpha = \beta$, $s/\sigma = k$, les courbes d'efficacité de tous les plans ont pour ordonnée P = 50 % pour $p = p_I$, et $\overline{n}_{p_1} = \overline{n}_{p_2}$.

L'économie moyenne (par rapport au plan simple) est généralement supérieure à 50 % pour les lots de qualité $p < p_1$ et $p > p_2$; elle est de l'ordre de 25 à 30 % au voisinage du point d'indifférence.

Nota. – Les valeurs contenues, dans la colonne h/σ sont des sorties brutes d'ordinateur – dans la pratique il est largement suffisant de ne conserver que 3 décimales.

REFERENCES

[1] NF X06-022. – *Règles et Tables d'échantillonnage pour les contrôles par mesures des pourcentages de défectueux*, traduction de MIL-STD 414.
ISO-3951. – (même titre) – Version simplifiée de MIL-STD 414.

[2] M.F. DODGE and M.G. ROMIG. – *Sampling inspection Tables – Single and Double sampling*, John WILEY and SONS, New-York, 1959.

[3] A. VESSEREAU. – Plans d'échantillonnage progressifs par attributs – Application aux plans normalisés – *Revue de Statistique Appliquée*, Vol. XXX, n° 2, 1982.

[4] A. WALD. – *Sequential Analysis*, John WILEY and SONS, New-York, 1947,

[5] G.R. WETHERILL. – *Méthodes séquentielles en statistique*, DUNOD, Paris, 1969).

Plans progressifs correspondant aux plans normalisés (écart-type σ connu, une limite de tolérance)

PLANS NORMALISES						PLANS PROGRESSIFS CORRESPONDANTS							
L.C.	N Q A	n	k	p_1 %	p_2 %	h/σ	s/σ	p_I %	$n_{(0)}$	$\bar{n}_{(p_1)}$	$\bar{n}_{(p_I)}$	$\bar{n}_{(p_2)}$	$n_{(1)}$
C	1.00	2	1.360	1.02	34.90	1.1361	1.360	8.81	1	.94	1.29	.94	1
	1.50	2	1.250	1.48	37.30	1.1850	1.250	10.59	1	1.02	1.40	1.02	1
	2.50	2	1.090	2.53	41.10	1.2688	1.090	13.81	1	1.17	1.61	1.17	1
	4.00	2	.936	3.98	45.00	1.3496	.936	17.40	1	1.33	1.82	1.33	1
	6.50	3	.755	6.51	50.10	1.4506	.755	22.51	1	1.53	2.10	1.53	1
	10.00	3	.573	10.00	55.50	1.5509	.573	28.38	1	1.75	2.40	1.75	1
D	.65	2	1.580	.64	25.90	1.1901	1.580	5.86	1	1.03	1.42	1.03	1
	1.00	2	1.420	.98	28.40	1.2440	1.420	7.33	1	1.13	1.55	1.13	1
	1.50	2	1.330	1.51	31.20	1.3076	1.330	9.21	1	1.24	1.71	1.24	1
	2.50	3	1.170	2.48	35.00	1.3901	1.170	12.04	1	1.41	1.93	1.41	1
	4.00	3	1.010	3.99	39.20	1.4852	1.010	15.58	1	1.61	2.20	1.61	1
	6.50	3	.825	6.49	44.50	1.5959	.825	20.45	1	1.85	2.55	1.85	1
	10.00	4	.641	10.00	50.30	1.7069	.641	26.23	1	2.12	2.91	2.12	1
E	.25	2	1.940	.25	14.40	1.2577	1.940	2.65	1	1.15	1.58	1.15	1
	.40	2	1.810	.40	16.30	1.3135	1.810	3.46	1	1.26	1.72	1.26	1
	.65	3	1.690	.64	18.60	1.3735	1.690	4.55	1	1.37	1.89	1.37	1
	1.00	3	1.560	1.01	21.10	1.4428	1.560	5.92	1	1.52	2.08	1.52	1
	1.50	3	1.440	1.48	23.60	1.5057	1.440	7.40	1	1.65	2.27	1.65	1
	2.50	4	1.280	2.47	27.40	1.6071	1.280	10.00	1	1.88	2.58	1.88	1
	4.00	4	1.110	4.04	31.90	1.7195	1.110	13.42	1	2.15	2.96	2.15	1
	6.50	5	.919	6.50	37.30	1.8441	.919	17.95	1	2.48	3.40	2.48	1
	10.00	5	.728	9.99	43.20	1.9782	.728	23.42	1	2.85	3.91	2.85	1
F	.15	3	2.190	.15	7.95	1.4082	2.190	1.43	1	1.44	1.98	1.44	1
	.25	3	2.070	.25	9.44	1.4700	2.070	1.97	1	1.57	2.16	1.57	1
	.40	3	1.910	.40	11.10	1.5331	1.910	2.64	1	1.71	2.35	1.71	1
	.65	4	1.800	.66	13.20	1.6108	1.800	3.62	1	1.89	2.59	1.89	1
	1.00	4	1.690	.98	15.20	1.5788	1.690	4.64	1	2.05	2.82	2.05	1
	1.50	4	1.520	[illegible]	[illegible]	1.7653	1.520	6.14	1	2.27	3.11	2.27	1
	2.50	5	1.390	2.50	21.40	1.8779	1.390	8.45	1	2.57	3.52	2.57	1
	4.00	5	1.200	4.04	25.70	2.0051	1.200	11.55	1	2.93	4.02	2.93	1
	6.50	6	.991	6.52	31.00	2.1575	.991	15.81	1	3.39	4.65	3.39	1
	10.00	7	.797	10.01	37.00	2.3132	.797	21.06	1	3.89	5.35	3.89	1
	10.00RD	4	.344	16.24	60.63	1.7579	.344	36.04	1	2.25	3.09	2.25	1
G	.10RF	3	2.490	.07	3.58	1.5795	2.490	.63	1	1.82	2.49	1.82	1
	.10	4	2.390	.11	4.31	1.6328	2.390	.85	1	1.94	2.66	1.94	1
	.15	4	2.300	.17	5.07	1.7013	2.300	1.12	1	2.11	2.89	2.11	1
	.25	4	2.140	.26	6.13	1.7554	2.140	1.50	1	2.24	3.08	2.24	1
	.40	5	2.050	.43	7.58	1.8380	2.050	2.11	1	2.46	3.38	2.46	1
	.65	5	1.880	.72	9.41	1.9387	1.880	3.00	1	2.74	3.76	2.74	1
	1.00	6	1.780	1.06	11.00	2.0341	1.780	3.88	1	3.01	4.14	3.01	1
	1.50	6	1.620	1.61	13.40	2.1196	1.620	5.22	1	3.27	4.49	3.27	1
	2.50	7	1.450	2.67	16.80	2.2607	1.450	7.41	1	3.72	5.11	3.72	1
	4.00	8	1.280	4.14	20.50	2.4067	1.280	10.06	1	4.22	5.79	4.22	1
	6.50	9	1.070	6.76	25.80	2.5968	1.070	14.23	1	4.91	6.74	4.91	1
	10.00	11	.877	10.30	31.60	2.7927	.877	19.22	1	5.68	7.80	5.68	1
	10.00RD	4	.429	14.23	58.39	1.7197	.429	33.40	1	2.15	2.96	2.15	1
H	.10RF	4	2.550	.08	2.58	1.8193	2.550	.54	1	2.41	3.31	2.41	1
	.10	5	2.460	.12	3.16	1.8662	2.460	.72	1	2.53	3.48	2.53	1
	.15	5	2.340	.19	3.85	1.9507	2.340	.99	1	2.77	3.80	2.77	1
	.25	6	2.230	.29	4.73	2.0190	2.230	1.34	1	2.97	4.07	2.97	1
	.40	6	2.080	.45	5.88	2.0954	2.080	1.84	1	3.20	4.39	3.20	1
	.65	7	1.950	.75	7.46	2.2153	1.950	2.63	1	3.57	4.91	3.57	1
	1.00	7	1.800	1.15	9.23	2.3160	1.800	3.59	1	3.90	5.36	3.90	1
	1.50	8	1.680	1.69	11.10	2.4324	1.680	4.73	1	4.31	5.91	4.31	1
	2.50	9	1.490	2.77	14.20	2.5959	1.490	6.78	1	4.90	6.74	4.90	1
	4.00	10	1.310	4.35	17.90	2.7665	1.310	9.44	1	5.57	7.65	5.57	1
	6.50	12	1.110	7.01	23.00	2.9779	1.110	13.46	1	6.45	8.86	6.45	1
	10.00	14	.906	10.60	28.70	3.1983	.906	18.33	1	7.45	10.20	7.45	1
	10.00RD	6	.515	14.96	49.67	2.1383	.515	30.08	1	3.33	4.57	3.33	1
I	.10RF	6	2.590	.09	2.05	2.0415	2.590	.49	1	3.03	4.17	3.03	1
	.10	6	2.490	.13	2.55	2.0740	2.490	.65	1	3.13	4.30	3.13	1
	.15	6	2.370	.19	3.08	2.1429	2.370	.86	1	3.34	4.59	3.34	1
	.25	7	2.250	.32	3.99	2.2522	2.250	1.26	1	3.69	5.07	3.69	1
	.40	8	2.130	.48	4.93	2.3387	2.130	1.70	1	3.98	5.47	3.98	1
	.65	8	1.960	.80	6.46	2.4598	1.960	2.48	1	4.40	6.05	4.40	1
	1.00	9	1.830	1.19	7.97	2.5698	1.830	3.34	1	4.81	6.60	4.81	1
	1.50	10	1.700	1.73	9.73	2.6868	1.700	4.41	1	5.25	7.22	5.25	1
	2.50	11	1.510	2.89	12.80	2.8789	1.510	6.48	1	6.03	8.28	6.03	1
	4.00	13	1.340	4.51	16.30	3.0776	1.340	9.06	1	6.89	9.47	6.89	1
	6.50	15	1.130	7.21	21.20	3.3173	1.130	12.96	1	8.01	11.00	8.01	1
	10.00	17	.924	10.80	26.80	3.5472	.924	17.73	1	9.16	12.60	9.16	1
	10.00RD	8	.584	14.99	44.79	2.4280	.584	28.02	1	4.29	5.89	4.29	1

Plans progressifs correspondant aux plans normalisés (suite)

PLANS NORMALISES						PLANS PROGRESSIFS CORRESPONDANTS							
L.C	N Q A	n	k	p_1 %	p_2 %	h/σ	s/σ	p_I %	$n_{(0)}$	$\bar{n}_{(p_1)}$	$\bar{n}_{(p_I)}$	$\bar{n}_{(p_2)}$	$n_{(1)}$
J	.10*RF*	7	2.630	.10	1.50	2.3918	2.630	.43	1	4.16	5.72	4.16	1
	.10	8	2.540	.15	1.90	2.4623	2.540	.58	1	4.41	6.06	4.41	1
	.15	9	2.450	.20	2.29	2.4942	2.450	.74	1	4.53	6.22	4.53	1
	.25	9	2.290	.33	3.02	2.6184	2.290	1.08	1	4.99	6.85	4.99	1
	.40	10	2.160	.51	3.87	2.7328	2.160	1.51	1	5.44	7.46	5.44	1
	.65	11	2.010	.82	5.10	2.8686	2.010	2.18	1	5.99	8.23	5.99	1
	1.00	12	1.880	1.25	6.50	3.0150	1.880	3.02	1	6.62	9.09	6.62	1
	1.50	14	1.750	1.80	8.07	3.1473	1.750	4.02	1	7.21	9.90	7.21	1
	2.50	15	1.560	2.97	10.80	3.3825	1.560	5.93	1	8.33	11.40	8.33	1
	4.00	18	1.380	4.59	14.10	3.5920	1.380	8.38	1	9.39	12.90	9.39	1
	6.50	20	1.170	7.28	18.70	3.8710	1.170	12.09	1	10.90	15.00	10.90	1
	10.00	24	.964	11.00	24.20	4.1641	.964	16.83	1	12.60	17.30	12.60	1
	10.00*RD*	12	.649	15.41	39.01	2.9698	.649	25.89	1	6.42	8.82	6.42	1
K	.10*RF*	11	2.720	.10	1.06	2.8019	2.720	.35	1	5.71	7.85	5.71	1
	.10	11	2.590	.15	1.36	2.8973	2.590	.48	1	6.11	8.39	6.11	1
	.15	12	2.490	.21	1.70	2.9592	2.490	.64	1	6.37	8.75	6.37	1
	.25	13	2.350	.35	2.35	3.0904	2.350	.96	1	6.95	9.55	6.95	1
	.40	14	2.210	.54	3.07	3.2346	2.210	1.35	1	7.62	10.50	7.62	1
	.65	16	2.070	.83	4.03	3.3841	2.070	1.91	1	8.34	11.40	8.34	1
	1.00	17	1.930	1.29	5.33	3.5626	1.930	2.73	1	9.24	12.70	9.24	1
	1.50	19	1.790	1.84	6.72	3.7096	1.790	3.65	1	10.00	13.80	10.00	1
	2.50	22	1.610	3.01	9.23	3.9664	1.610	5.45	1	11.50	15.70	11.50	1
	4.00	25	1.420	4.73	12.40	4.2440	1.420	7.89	1	13.10	18.00	13.10	1
	6.50	29	1.210	7.44	16.70	4.5882	1.210	11.44	1	15.30	21.00	15.30	1
	10.00	33	.995	11.20	22.00	4.9411	.995	16.06	1	17.80	24.40	17.80	1
	10.00*RD*	16	.685	15.74	35.76	3.4324	.685	24.74	1	8.58	11.80	8.58	1
L	.10*RF*	15	2.770	.10	.74	3.3738	2.770	.29	1	8.28	11.40	8.28	1
	.10	16	2.650	.15	.97	3.4925	2.650	.40	1	8.88	12.20	8.88	1
	.15	17	2.540	.22	1.27	3.5877	2.540	.55	1	9.37	12.90	9.37	1
	.25	19	2.410	.35	1.74	3.7470	2.410	.81	1	10.20	14.00	10.20	1
	.40	21	2.270	.55	2.37	3.9197	2.270	1.18	1	11.20	15.40	11.20	1
	.65	23	2.120	.86	3.24	4.0949	2.120	1.72	1	12.20	16.80	12.20	1
	1.00	25	1.970	1.29	4.28	4.2992	1.970	2.42	1	13.50	18.50	13.50	1
	1.50	28	1.840	1.88	5.58	4.4915	1.840	3.32	1	14.70	20.20	14.70	1
	2.50	32	1.650	3.05	7.82	4.8046	1.650	5.00	1	16.80	23.10	16.80	1
	4.00	36	1.460	4.76	10.70	5.1452	1.460	7.29	1	19.30	26.50	19.30	1
	6.50	42	1.240	7.59	14.90	5.5842	1.240	10.83	1	22.70	31.20	22.70	1
	10.00	49	1.030	11.30	19.90	5.9979	1.030	15.25	1	26.20	36.00	26.20	1
	10.00*RD*	20	.706	16.04	33.76	3.8261	.706	24.09	1	10.70	14.60	10.70	1
M	.10*RF*	20	2.800	.10	.61	3.7742	2.800	.26	1	10.40	14.20	10.40	1
	.10	22	2.690	.15	.80	3.9383	2.690	.36	1	11.30	15.50	11.30	1
	.15	23	2.570	.22	1.05	4.0717	2.570	.50	1	12.10	16.60	12.10	1
	.25	25	2.430	.37	1.50	4.3221	2.430	.77	1	13.60	18.70	13.60	1
	.40	27	2.290	.57	2.06	4.4920	2.290	1.11	1	14.70	20.20	14.70	1
	.65	30	2.140	.89	2.86	4.6884	2.140	1.63	1	16.00	22.00	16.00	1
	1.00	33	2.000	1.33	3.81	4.9379	2.000	2.30	1	17.70	24.40	17.70	1
	1.50	36	1.860	1.93	5.01	5.1646	1.860	3.17	1	19.40	26.70	19.40	1
	2.50	42	1.670	3.11	7.11	5.5182	1.670	4.79	1	22.20	30.40	22.20	1
	4.00	48	1.480	4.82	9.84	5.8938	1.480	7.00	1	25.30	34.70	25.30	1
	6.50	55	1.260	7.65	13.90	6.3673	1.260	10.47	1	29.50	40.50	29.50	1
	10.00	64	1.050	11.40	18.70	6.9262	1.050	14.80	1	34.90	48.00	34.90	1
	10.00*RD*	27	.737	16.26	31.21	4.4444	.737	23.13	1	14.40	19.70	14.40	1
N	.10*RF*	30	2.840	.11	.46	4.8208	2.840	.23	1	16.90	23.20	16.90	1
	.10	31	2.720	.15	.62	4.7125	2.720	.31	1	16.20	22.20	16.20	1
	.15	34	2.620	.24	.85	5.0729	2.620	.46	1	18.70	25.70	18.70	1
	.25	37	2.470	.37	1.21	5.1771	2.470	.68	1	19.50	26.80	19.50	1
	.40	40	2.330	.57	1.68	5.4161	2.330	.99	1	21.40	29.30	21.40	1
	.65	44	2.170	.89	2.36	5.6957	2.170	1.47	1	23.60	32.40	23.60	1
	1.00	49	2.030	1.35	3.26	5.9662	2.030	2.13	1	25.90	35.60	25.90	1
	1.50	54	1.890	1.96	4.34	6.2728	1.890	2.96	1	28.60	39.30	28.60	1
	2.50	61	1.690	3.13	6.26	6.6684	1.690	4.48	1	32.40	44.40	32.40	1
	4.00	70	1.510	4.84	8.78	7.1587	1.510	6.59	1	37.30	51.20	37.30	1
	6.50	82	1.290	7.64	12.60	7.7110	1.290	9.92	1	43.30	59.40	43.30	1
	10.00	95	1.070	11.50	17.40	8.3706	1.070	14.29	1	51.00	70.00	51.00	1
	10.00*RD*	38	.770	16.40	28.71	5.2763	.770	22.14	1	20.30	27.80	20.30	1
P	.10*RF*	40	2.850	.11	.41	5.2739	2.850	.22	1	20.20	27.80	20.20	1
	.10	42	2.730	.17	.57	5.5191	2.730	.32	1	22.20	30.40	22.20	1
	.15	45	2.620	.25	.76	5.7952	2.620	.44	1	24.40	33.60	24.40	1
	.25	49	2.480	.40	1.12	5.9608	2.480	.68	1	25.90	35.50	25.90	1
	.40	54	2.340	.62	1.57	6.2980	2.340	1.00	1	28.90	39.60	28.90	1
	.65	59	2.180	.95	2.22	6.5454	2.180	1.47	1	31.20	42.80	31.20	1
	1.00	65	2.040	1.40	3.02	6.8668	2.040	2.08	1	34.30	47.10	34.30	1
	1.50	71	1.890	2.07	4.12	7.2468	1.890	2.95	1	38.20	52.50	38.20	1
	2.50	81	1.700	3.29	5.98	7.7366	1.700	4.48	1	43.60	59.80	43.60	1
	4.00	93	1.510	5.04	8.45	8.2525	1.510	6.59	1	49.60	68.10	49.60	1
	6.50	109	1.290	7.91	12.20	8.9048	1.290	9.91	1	57.70	79.30	57.70	1
	10.00	127	1.070	11.80	17.00	9.4947	1.070	14.29	1	65.60	90.10	65.60	1
	10.00*RD*	56	.803	16.50	26.37	6.4261	.803	21.10	1	30.10	28.20	30.10	1