REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

THIERRY FOUCART

Suites de tableaux et de sous-tableaux

Revue de statistique appliquée, tome 29, nº 2 (1981), p. 31-42

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1981__29_2_31_0>

SUITES DE TABLEAUX ET DE SOUS-TABLEAUX

Thierry FOUCART

I.U.T. Departement Statistiques
Kercado B.P. 1104, 56008 Vannes

Nous utilisons dans cet article une méthode de description d'une suite de tableaux de probabilités et une notion de structure d'une suite déjà connues pour déterminer une relation entre un tableau de probabilités et un sous-tableau.

L'exemple numérique présenté montre quel genre d'application on peut envisager : ayant à notre disposition les échanges de blé entre les seize régions françaises de 1967 à 1973, nous cherchons à les reconstruire pour 1974, en supposant que le tableau de 1974 possède la structure de la suite et que les échanges entre sept régions sur seize sont connus.

1. DESCRIPTION ET PREVISION D'UNE SUITE DE TABLEAUX DE PROBABILITES

Nous proposons dans ce paragraphe un aperçu de la méthode de description et de prévision utilisée dans la suite. Cette méthode est inspirée de la méthode STATIS [1] [2].

1.1. DESCRIPTION [3]

On considère une suite de tableaux de probabilités $(P(t))\ t \in K$ définis sur le produit cartésien $I \times J$. A chaque tableau de probabilités $P(t)$ on associe le tableau de Burt $B(t)$ défini de la façon suivante :

$$B(t) = \begin{bmatrix} D_{P_I(t)} & P(t) \\ & \\ & \\ P'(t) & D_{P_J(t)} \end{bmatrix}$$

Mots-clés : **Analyse factorielle, opérateurs, prévision, tableaux d'échanges.**

où :

– $P'(t)$ est le tableau transposé de $P(t)$

– $P_I(t)$ et $P_J(t)$ sont les marges du tableau $P(t)$ sur I et J respectivement

– $D_{P_I(t)}$ et $D_{P_J(t)}$ sont les matrices diagonales définies par les marges :

$$D_{P_I(t)} = \begin{bmatrix} p_{1.}(t) & & \\ & \ddots & \\ & & p_{n.}(t) \end{bmatrix} \qquad D_{P_J(t)} = \begin{bmatrix} p_{.1}(t) & & \\ & \ddots & \\ & & p_{.m}(t) \end{bmatrix}$$

$$I = \{1, \ldots, n\} \quad J = \{1, \ldots, m\} \quad K = \{1, \ldots, k\}$$

On peut alors appliquer la méthode STATIS. En effet, le tableau de Burt $B(t)$ est, dans la base canonique de $\mathbb{R}^{n+m}$, la matrice d'un opérateur analogue à un opérateur de covariance. L'opérateur de "Burt" ainsi défini, que l'on note également $B(t)$, appartient à l'espace euclidien des opérateurs symétriques de $\mathbb{R}^{n+m}$; dans cet espace, le produit scalaire est égal à la trace (tr) du produit de composition [4] : $PS(B(t), B(t')) = tr(B(t) . B(t'))$.

Pour décrire des angles entre les opérateurs $B(t)$, on effectue l'analyse factorielle du tableau des produits scalaires PS, ce qui revient à effectuer une analyse en composantes principales particulière du tableau X constitué par les opérateurs écrits en lignes et considérés comme s'ils étaient des caractères [5] :

$$X = \begin{bmatrix} B(1) \\ \vdots \\ B(t) \\ \vdots \\ B(k) \end{bmatrix}$$

Les vecteurs propres unitaires $a(\cdot, \ell)$ de la matrice PS des produits scalaires entre les opérateurs $B(t)$, associés aux valeurs propres λ_ℓ rangées dans l'ordre décroissant sont les facteurs principaux.

En notant $C(\ell)$ la ℓ^e composante principale unitaire pour la métrique identité, on peut écrire les relations ci-dessous :

$$C(\ell) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\ell}} \sum_{t=1}^{k} a(t, \ell)\, B(t) \tag{1}$$

$$B(t) = \sum_{\ell=1}^{r} \sqrt{\lambda_\ell}\, a(t, \ell)\, C(\ell) \tag{2}$$

où :
– r est le nombre de composantes principales ($R = \{1, 2, \ldots, r\}$)
– $a(t, \ell)$ est la t^e composante du facteur $a(\cdot, \ell)$: $\sum_t a(t, \ell)^2 = 1$.

Selon que les opérateurs sont normés ou non, les composantes principales maximisent un coefficient analogue à un cosinus (coefficient RV) ou à un produit scalaire (coefficient COVV) [6].

1.2. STRUCTURE DE LA SUITE. PROCEDURE DE PREVISION [7]

Définition. – On appelle structure de la suite des tableaux de probabilités $(P(t))\ t \in K$ définis sur le produit cartésien $I \times J$ le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{nm}$ engendré par cette suite.

La notion de structure ainsi définie est comparable à celle de potentiel de prévision développée par J.P. PAGES [5].

On établit facilement les résultats suivants, qui permettent de considérer indifféremment les tableaux de Burt ou les tableaux de probabilités :

Propriété 1. – Les composantes principales normées $C(\ell)$ peuvent s'écrire sous la forme du tableau ci-dessous :

$$C(\ell) = \begin{bmatrix} D_{Q_I(\ell)} & Q(\ell) \\ & \\ Q'(\ell) & D_{Q_J(\ell)} \end{bmatrix}$$

où :
– $Q(\ell) = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_\ell}} \sum_{t=1}^{k} a(t, \ell)\ P(t)$
– $Q'(\ell)$ est le tableau transposé de $Q(\ell)$
– $Q_I(\ell)$ et $Q_J(\ell)$ sont les marges du tableau $Q(\ell)$ sur I et J respectivement
– $D_{Q_I(\ell)}$ et $D_{Q_J}(\ell)$ sont les matrices diagonales définies par les marges.

Précisons que $C(\ell)$ n'est pas nécessairement un tableau de Burt.

Propriété 2. – Un tableau de probabilité P défini sur $I \times J$ possède la structure de la suite $(P(t))\ t \in K$ si et seulement si l'une des propriétés ci-dessous est vérifiée :

(i) l'opérateur de Burt associé B est combinaison linéaire des opérateurs de Burt $B(t)$: $B = \sum_{t=1}^{k} u(t)\ B(t)$

3

(ii) l'opérateur de Burt associé B est combinaison linéaire des composantes principales $C(\ell)$:

$$B = \sum_{\ell=1}^{r} c(\ell)\ C(\ell) = \sum_{\ell=1}^{r} a(\ell) \sqrt{\lambda_\ell}\ C(\ell) \quad (3)$$

où

$$c(\ell) = a(\ell) \sqrt{\lambda_\ell} \quad (4)$$

(iii) le tableau P est combinaison linéaire des tableaux $Q(\ell)$:

$$P = \sum_{\ell=1}^{r} c(\ell)\ Q(\ell) = \sum_{\ell=1}^{r} a(\ell) \sqrt{\lambda_\ell}\ Q(\ell) \quad (5)$$

Propriété 3. – Soit P un tableau sur $I \times J$ vérifiant la relation (5). P est un tableau de probabilités si et seulement si les coordonnées $c(\ell)$ vérifient les relations :

$$\sum_{\ell=1}^{r} c(\ell) \sum_{t=1}^{k} a(t, \ell)/\sqrt{\lambda_\ell} = 1 \quad (6)$$

$$\forall (i, j) \in I \times J \quad \sum_{\ell=1}^{r} c(\ell)\ Q_{i,j}(\ell) \geqslant 0 \quad (7)$$

Ces deux relations définissent le simplexe des lois de probabilités.

La procédure de prévision est alors simple : les composantes principales $C(\ell)$ étant fixées, on régresse par rapport au temps les composantes du ℓ^e facteur à l'horizon H choisi ; si l'on note $a(H, \ell)$ la prévision du ℓ^e facteur, la prévision de l'opérateur est donnée par :

$$B(H) = \sum_{\ell=1}^{r} a(H, \ell) \sqrt{\lambda_\ell}\ C(\ell)$$

On en déduit facilement la prévision du tableau de probabilités :

$$P(H) = \sum_{\ell=1}^{r} a(H, \ell) \sqrt{\lambda_\ell}\ Q(\ell).$$

Les régressions des facteurs $a(t, \ell)$ doivent être effectuées en principe sous les contraintes définies par les relations (6) et (7). On ne conserve d'autre part que les facteurs principaux jugés significatifs.

2. ETUDE CONJOINTE D'UNE SUITE DE TABLEAUX DE PROBABILITES ET D'UNE SUITE DE SOUS-TABLEAUX

A la suite de tableaux de probabilités $(P(t))\ t \in K$ définis sur $I \times J$, nous associons la suite des tableaux de probabilités $(P_0(t))\ t \in K$ définis sur $I_0 \times J_0$ de la façon suivante :

$$I_0 \subset I \qquad J_0 \subset J$$

$$\alpha(t) = \sum_{(i,j) \in I_0 \times J_0} P_{i,j}(t)$$

$$P_{0i,j}(t) = P_{i,j}(t)/\alpha(t) \qquad \forall (i, j) \in I_0 \times J_0 \quad (8)$$

2.1. RELATION ENTRE UN TABLEAU ET UN SOUS-TABLEAU

– Restriction de P à P_0

Soit P un tableau de probabilités sur $I \times J$ possédant la structure de la suite, et P_0 le sous-tableau défini comme précédemment sur $I_0 \times J_0$.

On pose $\alpha = \sum_{(i,j) \in I_0 \times J_0} P_{i,j}$

$$(i, j) \in I_0 \times J_0 \quad P_{0,i,j} = P_{i,j}/\alpha \Longleftrightarrow P_0 = \frac{P}{\alpha} . \tag{9}$$

Nous avons, d'après l'équation (5) : $P = \sum_{\ell=1}^{r} a(\ell) \sqrt{\lambda_\ell}\, Q(\ell)$.

D'où, d'après la relation (9) :

$$P_0 = \sum_{\ell=1}^{r} \frac{a(\ell) \sqrt{\lambda_\ell}\, Q^1(\ell)}{\alpha} \tag{10}$$

où $Q^1(\ell)$ est la restriction de $Q(\ell)$ à $I_0 \times J_0$:

$$\forall (i,j) \in I_0 \times J_0 \quad Q^1_{i,j}(\ell) = Q_{i,j}(\ell).$$

D'autre part, la propriété 1 et la relation (8) ont pour conséquence :

$$Q^1(\ell) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\ell}} \sum_{t=1}^{k} a(t, \ell)\, \alpha(t)\, P_0(t) \tag{11}$$

Des équations (10) et (11), nous déduisons

$$P_0 = \frac{1}{\alpha} \sum_{\ell=1}^{r} a(\ell) \sum_{t=1}^{k} a(t, \ell)\, \alpha(t)\, P_0(t) \tag{12}$$

Remarque. – Le sous-tableau P_0 possède la structure de la suite $(P_0(t))\ t \in K$. Réciproquement P_0 peut posséder la structure de la suite $(P_0(t))\ t \in K$ sans que P possède celle de $(P(t))\ t \in K$.

– Etude de la suite $(P_0(t))$

Considérons maintenant la base des r_0 composantes principales $C_0(p)$ obtenues par l'analyse des opérateurs de Burt $B_0(t)$ associés aux sous-tableaux $P_0(t)$. Nous pouvons utiliser les résultats énoncés au paragraphe 1 :

$$C_0(p) = \begin{bmatrix} D_{Q_{I_0}(p)} & Q_0(p) \\ & \\ & \\ Q_0'(p) & D_{Q_{J_0}(p)} \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \sum_{p=1}^{r_0} b(p)\, C_0(p) \qquad P_0 = \sum_{p=1}^{r_0} b(p)\, Q_0(p)$$

$$B_0(t) = \sum_{p=1}^{r_0} b(p\,,t)\, C_0(p) \qquad P_0(t) = \sum_{p=1}^{r_0} b(p\,,t)\, Q_0(p)$$

– Rapprochement des deux résultats.

La relation (12) est vérifiée par les opérateurs de Burt B_0 et $B_0(t)$; en développant chaque membre sur la base des composantes principales $C_0(p)$, nous obtenons l'égalité des coordonnées sur chaque composante principale :

$$b(p) = \frac{1}{\alpha} \sum_{\ell=1}^{r} \sum_{t=1}^{k} \frac{a(t\,,\ell)\,\alpha(t)\,b(p\,,t)}{\sqrt{\lambda_\ell}}\; c(\ell) \tag{13}$$

où $c(\ell) = a(\ell)\,\sqrt{\lambda_\ell}$.

Cette égalité s'exprime sous forme matricielle :

Théorème. – Les coordonnées $c(\ell)$ du tableau P sur les composantes principales $C(\ell)$ et les coordonnées $b(p)$ du tableau P_0 sur les composantes principales $C_0(p)$ vérifient l'égalité :

$$B_{R_0} = \frac{1}{\alpha}\, B_{R_0}^{K}\, D_\alpha\, A_K^R\, D_{1/\sqrt{\lambda}}\, C_R \tag{14}$$

où :

– B_{R_0} est le vecteur colonne défini par les coordonnées de P_0 sur les composantes principales $C_0(p)$ $(p \in R_0 = \{1\,,2\,,\dots,r_0\})$
– $B_{R_0}^K$ est le tableau à r_0 lignes et k colonnes, la t^e colonne étant définie par les coordonnées de l'opérateur $B_0(t)$ sur les r_0 composantes principales $C_0(p)$
– D_α est la matrice diagonale définie par les coefficients $\alpha(t)$:

$$D_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha(1) & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \alpha(t) & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \alpha(k) \end{bmatrix}$$

– A_R^K est le tableau des facteurs unitaires, écrits en colonnes, obtenus par l'analyse des opérateurs de Burt $B(t)$
– $D_{1/\sqrt{\lambda}}$ est la matrice diagonale définie par les valeurs propres λ_ℓ

$$D_{1/\sqrt{\lambda}} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{\lambda_1} & & \\ & 1/\sqrt{\lambda_\ell} & \\ & & 1/\sqrt{\lambda_r} \end{bmatrix}$$

– C_R est le vecteur colonne défini par les coordonnées de l'opérateur B sur les r composantes principales $C(\ell)$.

2.2. PROCEDURE DE PREVISION

La relation que nous venons d'établir peut être utilisée pour effectuer une prévision d'un tableau de probabilités à partir d'un sous-tableau supposé connu P_0.

Etudions tout d'abord le cas où ce sous-tableau possède la structure de la suite des sous-tableaux ; nous faisons l'hypothèse qu'il existe un tableau de probabilités P possédant la structure de la suite et dont la restriction sur $I_0 \times J_0$ est égale à P_0 ; on procède alors de la façon suivante :

(i) calcul de la matrice M : $M = B_{R_0}^K D_\alpha A_K^R D_{1/\sqrt{\lambda}}$ (avec les notations précédentes)

(ii) calcul des coordonnées B_{R_0} de P_0 dans la base des composantes principales

(iii) calcul des coordonnées C_R du tableau P par résolution du système linéaire : $M C_R = \alpha B_{R_0}$ où le coefficient α est fixé de façon que la somme du tableau P soit égale à 1

(iv) reconstruction du tableau P à l'aide de la formule de reconstitution des données.

L'application pratique que nous avons effectuée se révèle plus complexe. En effet, le sous-tableau P_0 ne possède pas dans ce cas-là la structure de la suite des sous-tableaux $(P_0(t))\ t \in K$ et on ne peut donc procéder de la même façon que précédemment. Plusieurs démarches sont alors envisageables :

– on peut abandonner l'idée de reconstituer exactement le sous-tableau P_0 et projeter ce dernier en élément supplémentaire ; on obtient ainsi les coordonnées d'un sous-tableau P'_0 qui n'est pas nécessairement un tableau de probabilités : l'hypothèse que nous faisons est l'existence d'un tableau P' combinaison linéaire des composantes principales et dont la restriction à $I_0 \times J_0$ est égale à P'_0. Ce tableau n'est pas un tableau de probabilités puisque le sous-tableau P'_0 n'en est pas un ;

– on peut aussi ajouter à la suite des sous-tableaux $(P_0(t))\ t \in K$ le sous-tableau P_0 et calculer les composantes principales par l'analyse de la suite ainsi constituée. Les coordonnées de P_0 sur les composantes principales permettent de le reconstituer exactement. On peut alors chercher un tableau P dont la restriction à $I_0 \times J_0$ est égale à P_0 ; comme ci-dessus, ce tableau n'est pas un tableau de probabilités.

Nous avons appliqué ces deux méthodes et il se trouve que les meilleurs résultats ont été obtenus à l'aide de la première. Cela s'explique peut-être par le fait qu'ajouter le sous-tableau P_0 à la suite $(P_0(t))\ t \in K$ augmente la dimension de la structure sans qu'il existe la dimension correspondante dans la structure de la suite $(P(t))\ t \in K$.

3. APPLICATION PRATIQUE

Les données que nous avons utilisées pour appliquer la méthode proposée dans les pages précédentes sont déjà bien connues [3], [8] : il s'agit des tableaux d'échanges de blé entre seize régions françaises échelonnés de 1967 à 1974 ; les échanges de 1968 sont inconnus. Nous nous sommes placés devant le problème suivant : les échanges de 1967 à 1973 étant donnés, est-il possible de les prévoir à l'horizon 1974 en supposant certains d'entre eux connus ? Nous avons donc considéré sept régions sur seize, représentant environ la moitié des échanges et le sous-tableau P_0 constitué par les échanges entre ces sept régions.

La définition des régions est donnée en annexe.

3.1. DESCRIPTION DE LA SUITE DES SOUS-TABLEAUX

La figure 1 représente le plan engendré par les deux premières composantes principales obtenues par l'analyse des opérateurs de Burt associés aux sous-tableaux. Les points correspondants aux six tableaux de 1967 à 1973 sont plus ou moins alignés et donnent l'image du simplexe des lois de probabilités dans le plan des deux premières composantes principales. Le sous-tableau 1974 a été projeté en élément supplémentaire et est représenté par le point <u>74</u>.

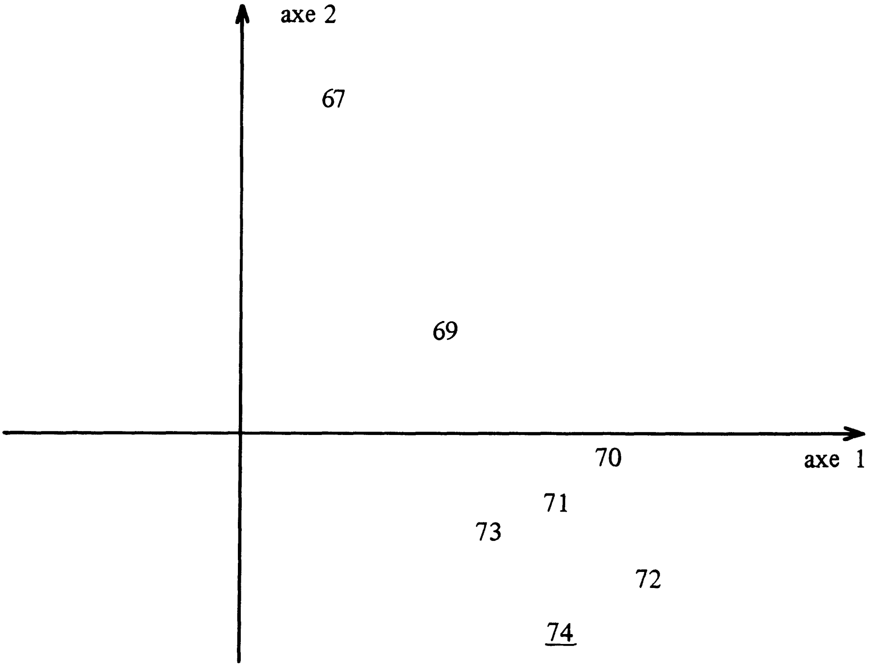

Figure 1. – Analyse des opérateurs de Burt associés aux sous-tableaux (Le sous-tableau 1974 est projeté en élément supplémentaire <u>74</u>).

Nous tenons les résultats numériques de cette analyse à la disposition des lecteurs. Précisons toutefois que la première valeur propre représente 99,5 % de l'inertie totale et la seconde 0,4 % ; l'importance de ces contributions est une caractéristique de la méthode STATIS.

3.2. PREVISION ET DESCRIPTION DE LA SUITE DES TABLEAUX

Nous avons effectué la prévision à l'horizon 1974 comme il a été indiqué précédemment : nous construisons un tableau d'échanges tel que sa restriction aux sept régions choisies soit la plus proche possible du sous-tableau donné, donc soit égale à la projection de ce dernier. Les résultats ci-dessous permettent de comparer le sous-tableau P_0 donné au sous-tableau projeté P'_0 (cf. tableaux 1 et 2) et le tableau effectivement réalisé P au tableau prévu P' (cf. tableaux 3 et 4).

Quelques différences apparaissent entre le sous-tableau P_0 et sa projection ; certains termes deviennent négatifs mais restent si faibles en valeur absolue que nous n'avons pas jugé utile de les corriger.

La reconstruction du tableau ne respecte pas tout à fait la contrainte : par exemple, les exportations de Clermont vers Lyon ne sont pas les mêmes dans le sous-tableau projeté et dans le tableau prévu ($1^{ère}$ ligne et $3^{ème}$ colonne des tableaux 2 et 4). Ces écarts, de l'ordre de 4 % en général, sont dus à un manque de précision dans les calculs, certains étant effectués en simple précision.

TABLEAU 1

Sous-tableau connu P_0 des échanges entre sept régions en 1974.

1432	97	410	139	23	14	2
9	3598	442	185	56	438	0
38	40	1523	222	0	68	0
1	19	19	726	0	7	1
446	128	467	1483	3523	4561	968
0	54	9	4	21	5267	169
0	0	0	0	37	31	1128

TABLEAU 2

Projection du sous-tableau P_0
(reconstitution à l'aide des six composantes principales)

1309	110	435	113	28	42	1
4	3810	307	172	29	187	− 1
19	44	1408	142	− 0	152	1
3	26	42	754	0	20	0
309	64	453	1757	3503	4632	959
− 2	88	15	− 4	34	5437	119
0	0	0	− 1	− 3	16	1274

TABLEAU 3

Echanges réalisés en 1974

1432	97	410	139	23	14	2	0	0	0	1	0	23	1	11	29
9	3598	442	185	56	438	0	8	151	0	0	0	0	0	83	1
38	40	1523	222	0	68	0	0	11	2	0	0	2	0	0	49
1	19	19	726	0	7	1	0	4	1	0	6	1	0	2	11
446	128	467	1483	3523	4561	968	14	264	769	387	360	162	28	1905	85
0	54	9	4	21	5267	169	36	16	10	0	139	0	0	170	0
0	0	0	0	37	31	1128	4	0	53	37	9	0	0	4	0
1	161	23	27	28	406	7	2066	1929	0	14	13	0	0	462	0
0	17	0	0	0	25	0	58	2333	0	0	3	0	0	8	0
0	0	2	0	0	2	1	0	0	802	45	1	0	0	0	0
0	0	0	9	8	40	291	0	0	1011	1996	0	0	12	14	0
0	0	0	0	2	543	7	11	43	0	0	1041	0	0	905	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1457	5	0	32
83	0	0	0	13	11	1	0	3	324	646	3	683	1716	17	3
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	7	0	0	830	0
8	14	12	52	0	8	1	0	0	0	0	0	805	3	5	3208

TABLEAU 4

Echanges prévus à l'horizon 1974

1324	114	427	126	30	45	1	0	24	11	0	2	33	2	0	22
1	3723	274	170	39	209	1	42	376	1	0	1	0	0	60	– 6
26	51	1462	87	0	138	1	0	17	2	4	0	0	0	– 2	29
4	25	43	735	0	17	0	0	13	0	0	4	3	0	8	12
367	90	471	1709	3395	4474	932	33	699	797	352	376	277	27	1580	91
– 2	101	23	5	43	5408	128	95	68	5	0	113	0	0	238	– 2
0	0	0	– 1	9	– 7	1225	0	– 1	9	45	7	– 2	0	0	– 1
0	44	– 6	– 8	0	54	15	2038	1659	1	0	26	0	0	411	0
0	8	– 2	0	0	3	0	50	2434	0	0	0	0	0	0	0
0	1	4	0	0	2	– 2	0	0	829	10	0	0	3	0	0
0	0	– 2	19	16	1	284	1	0	1240	2386	0	0	18	2	0
0	8	0	134	0	286	6	– 25	29	– 9	2	1119	0	0	1362	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	– 1	1	1176	0	0	17
65	– 1	3	0	14	4	4	2	0	426	831	4	1083	1756	9	28
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15	0	0	705	0
15	23	27	11	4	5	1	0	8	1	14	2	600	– 1	12	2727

Pour juger de la qualité de la prévision, on peut examiner la représentation graphique des opérateurs associés aux tableaux complets (fig. 2). Le tableau réalisé en 1974 (74) et le tableau prévu (74) ont été projetés en élément supplémentaires et apparaissent proches l'un de l'autre par rapport aux distances constatées entre les tableaux précédents. Certains échanges, ne figurant pas dans le sous-tableau donné, sont bien estimés, par exemple les exportations d'Orléans vers Rennes ($5^{ème}$ ligne, $10^{ème}$ colonne), d'autres beaucoup moins bien par exemple les exportations de Poitiers vers Bordeaux ($14^{ème}$ ligne, $13^{ème}$ colonne). La reconstruction semble toutefois satisfaisante globalement.

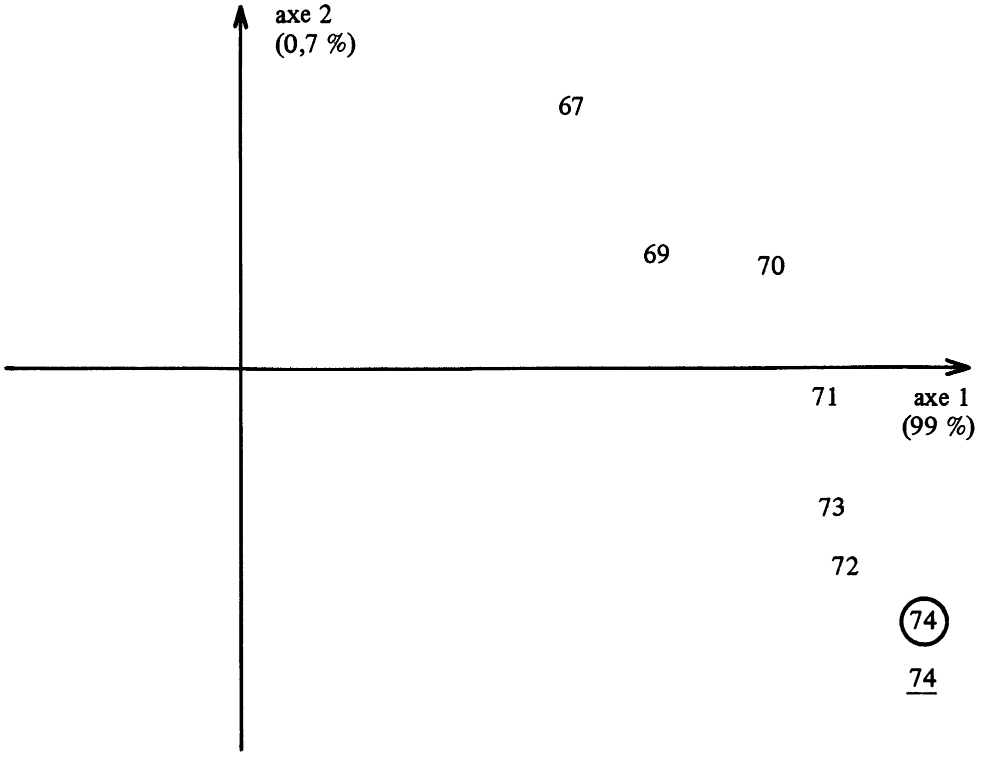

Figure 2. – Analyse des opérateurs de Burt associés aux tableaux
74 : tableau réalisé 74 : tableau prévu

4. CONCLUSION

La méthode de prévision d'un tableau de probabilités dont un sous-tableau est donné, présentée dans les pages précédentes complète les méthodes de prévision basées sur des techniques d'analyse factorielle, qui ont déjà été publiées [3] [7]. Utilisée conjointement avec une méthode de prévision sous contraintes de marges, elle permet de prévoir un tableau à un horizon H donné, l'une ou les marges d'un sous-tableau étant fixées. En général, le sous-tableau n'est pas exactement reconstruit, cela n'est guère gênant dans la mesure où il suffit pour cela de remplacer le sous-tableau prévu par le sous-tableau donné une fois la prévision du tableau complet effectuée. Certaines difficultés dans les applications pratiques restent à résoudre, dans le choix par exemple des composantes principales à retenir et lorsque des termes fortement négatifs apparaissent, mais la prévision que nous avons effectuée montre que l'on peut aboutir à des résultats satisfaisants.

ANNEXE

Tableaux d'échanges de blé (16 régions)

Description des données

Les seize régions françaises étudiées sont définies par l'office national interprofessionnel des céréales (ONIC). On en trouvera une carte dans [3] ou [8].

Dans les tableaux d'échanges, les régions sont rangées dans l'ordre suivant :

1 Clermont	2 Dijon	3 Lyon	4 Marseille
5 Orléans	6 Paris	7 Rouen	8 Châlons
9 Nancy	10 Rennes	11 Nantes	12 Amiens
13 Bordeaux	14 Poitiers	15 Lille	16 Toulouse

Les régions considérées comme importatrices sont en colonnes et comme exportatrices en lignes.

Le sous-tableau considéré est constitué par les échanges entre les sept premières régions.

BIBLIOGRAPHIE

[1] H. L'HERMIER DES PLANTES. – *Structuration des tableaux à trois indices de la Statistique : théorie et application d'une méthode d'analyse conjointe.* Thèse de 3^e cycle, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 1976.

[2] H. L'HERMIER DES PLANTES, B. THIEBAUT : Etude de la pluviosité au moyen de la méthode STATIS. *Revue de Statistique Appliquée,* Vol. XXV n° 2, 1977.

[3] T. FOUCART. – Sur les suites de tableaux de contingence échelonnés dans le temps. *Statistique et Analyse des Données,* n° 2, 1978.

[4] Y. ESCOUFIER. – *Echantillonnage dans une population de variables aléatoires réelles.* Thèse d'Etat. Publication de l'ISUP Vol. XIX fasc. 4, p. 1-47, Paris, 1970.

[5] F. CAILLIEZ, J.P. PAGES. – Introduction à l'analyse des données. *SMASH,* 1976.

[6] P. ROBERT, Y. ESCOUFIER. – A unifying tool for linear multivariate statistical methods : the RV-coefficient. *Applied Statistics,* 25 n° 3, 1976.

[7] T. FOUCART. – Prévision d'une suite de tableaux de probabilités. Ajustement à des marges données. *Statistique et Analyse des Données,* n° 2, 1979.

[8] E. STEMMELEN. – Tableaux d'échanges. Description et Prévision. *Cahiers du BURO série Recherche,* n° 28, 1977.