REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

G. MAILLET

L'attraction des grandes surfaces de vente. Étude d'un modèle

Revue de statistique appliquée, tome 15, nº 3 (1967), p. 5-29
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1967__15_3_5_0>

© Société française de statistique, 1967, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

L'ATTRACTION DES GRANDES SURFACES DE VENTE
ÉTUDE D'UN MODÈLE

G. MAILLET

Ingénieur en chef

(Service d'Exploitation Industrielle des Tabacs et Allumettes)

L'installation d'une grande surface de vente ne peut se faire sans une estimation préalable du chiffre d'affaires possible.

Celui-ci sera obtenu auprès de la population environnante jusqu'à une distance nécessairement limitée. Si l'industriel peut transporter ses produits aussi loin qu'il veut, le commerçant de détail doit attendre le client à son point de vente.

Son chiffre d'affaires dépend :

- du marché potentiel dans la zone d'implantation,

- de la part de ce marché que pourra obtenir l'entreprise par son caractère attractif.

Des études ont été publiées sur l'attraction des équipements existants. Mais l'utilisation de ces résultats pour des situations nouvelles n'est possible que si on peut dégager dans chaque cas des relations assez précises entre les données du problème et les résultats obtenus. C'est dire qu'il faudrait bâtir un modèle de comportement du consommateur.

Une telle analyse contient trop d'estimations qualitatives pour qu'on puisse aboutir à des prévisions d'une parfaite exactitude. Cependant, il faut bien faire le bilan des informations qu'on possède. Utiliser un modèle, ce n'est finalement que rassembler sous la forme la plus maniable les données des expériences antérieures. La valeur du modèle est faite de la quantité et de la précision des informations sur lesquelles il est construit. et de son exactitude à les représenter.

De diverses enquêtes françaises et américaines nous avons pu tirer un ajustement à un modèle définissant la probabilité d'attraction du consommateur en fonction de la distance. L'accord avec l'expérience paraît dans l'ensemble assez satisfaisant pour retenit l'attention et servir de point de départ à de nouvelles recherches.

Dans cet exposé nous examinerons d'abord comment peuvent être réunies les données mesurables sur le marché potentiel, et la part de marché accessible. Nous étudierons ensuite le modèle mathématique d'attraction, et les quelques conséquences théoriques qui peuvent s'en déduire.

1 - LES DONNEES MESURABLES

1.1 - Le marché potentiel.

Le marché total que représente la zone environnante est défini quand on connaît :

- la densité de population à l'hectare,
- l'effectif moyen des familles,
- le revenu moyen par famille,
- la part de revenu affectée en moyenne aux achats considérés.

Ce sont des informations qui ne peuvent être obtenues que par des services de recensement tels que ceux de l'I.N.S.E.E. Il faut les connaître d'une manière aussi détaillée que possible par unité de surface, évaluer leur précision, corriger les résultats des recensements par les indices d'évolution démographiques et monétaires.

Dans la mesure où on peut obtenir ces données, on en tire par unité de surface :

- le nombre de familles dont chacune représente un client possible,
- le total des dépenses prévisibles de ces familles qui donne le chiffre d'affaires potentiel.

C'est par rapport à cette base qu'on peut calculer la part de marché accessible. Il faut pour la connaître faire nécessairement appel à la documentation rassemblée par les services officiels de statistique. On ne peut l'obtenir par une enquête particulière.

1.2 - Part de marché et attraction.

Dans les diverses parties de la zone environnant le point de vente on n'obtient jamais qu'une fraction plus ou moins grande de ce marché potentiel.

On peut évaluer cette part en pourcentage du chiffre d'affaires possible ou en pourcentage des familles formant des clients fidèles.

Ces clients, si fidèles qu'ils soient, ne sont jamais des clients "complets", c'est-à-dire faisant tous leurs achats au même point de vente. Les deux modèles d'évaluation ne concordent donc pas. Le pourcentage en chiffre d'affaires représente réellement ce qu'on peut appeler la part de marché. Il sera toujours plus faible que le pourcentage de clients fidèles, qui est ce que nous appellerons l'attraction.

Cette notion d'ATTRACTION caractérise bien la réussite d'une implantation commerciale, mais elle est difficile à analyser, d'abord parce qu'elle dépend de nombreux facteurs, ensuite parce que la définition même du client doit être précisée.

Les causes de l'attraction peuvent se grouper en trois catégories :

- les facteurs de qualité propres à l'entreprise,
- l'action plus ou moins vive de la concurrence environnante,
- la distance entre le consommateur et le point de vente.

La qualité de l'entreprise regroupe tous les éléments attractifs qui lui sont propres. Ils peuvent être très nombreux :

- surface de vente et diversité des comptoirs,
- facilité d'accès et de parquage,
- âge du magasin, notoriété de la marque,
- efforts commerciaux de prix, de présentation et de publicité, etc.

Il est logique de penser que cet effet attractif est en moyenne le même sur tous les consommateurs, quelle que soit l'importance des autres facteurs.

Dans la concurrence, il faut distinguer :

- la concurrence en quelque sorte uniforme et diffuse venant des petits commerces de proximité dispersés à peu près uniformément dans la zone urbaine.

Cette concurrence jouera ainsi de la même manière partout.

- les "pôles" d'attraction créés en divers points plus ou moins éloignés par des entreprises de volume comparable à celle étudiée.

Ce deuxième type de concurrence a un effet perturbateur sur la répartition des pourcentages d'attraction. Les expériences les plus faciles à analyser seront celles où un tel facteur ne joue pas un rôle trop sensible.

Enfin, la distance à parcourir par le client est un élément essentiel puisque, finalement, dans une grande zone urbaine c'est elle qui limite le volume de clientèle.

La distance intervient à la fois par la gêne qu'elle créée au client, et par les occasions de plus en plus grandes qu'elle lui offre de s'adresser de préférence au petit commerce de détail. On peut donc dire que ce facteur inclut implicitement la "concurrence" diffuse.

L'attraction diminue quand la distance augmente :

Il s'agit là d'une variable assez facilement mesurable, et c'est ce phénomène que nous chercherons à traduire par un modèle.

La notion de distance demande cependant a être précisée. Dans une zone urbaine ou le réseau de communication est assez dense, on peut considérer que la distance à parcourir est toujours à peu près proportionnelle à la distance en ligne droite. C'est cette distance entre le domicile et le point de vente qu'on prendra comme référence.

On peut penser que le lieu de travail, le mode de transport, les facilités de circulation jouent un rôle correctif plus ou moins accentué. On constate cependant que dans la grande majorité des cas les clients viennent de leur domicile, et que la distance correspondante à vol d'oiseau donne dans l'ensemble des résultats assez cohérents pour qu'on puisse admettre cette interprétation.

Pour les grands centres commerciaux américains où les distances dépassent plusieurs kilomètres, c'est souvent la durée du trajet en minutes de parcours en auto qui est prise comme variable. La vitesse de parcours entre alors en jeu, mais finalement pour une métropole déterminée les résultats sont encore à peu près proportionnels aux distances topographiques.

1.3 - Mesure de l'attraction.

Il s'agit d'évaluer le pourcentage de clientèle en fonction de la distance, les autres facteurs qualitatifs étant supposés constants.

La variable DISTANCE étant définie, il faut préciser la notion de CLIENT.

L'attraction ne peut être mesurée que par une enquête faite au point de vente sur un échantillon d'acheteurs passant dans le magasin. La dimension de cet échantillon dépend évidemment du chiffre d'affaires de l'entreprise. Mais de toute manière on ne peut enregistrer que des passants avec leur domicile d'origine et le volume de leur achat du jour. On ignore avec quelle fréquence une personne représentant une famille passe au point de vente, et quel est au total le volume d'achat qu'elle y fait par période. Les réponses faites dans l'enquête à de telles questions seront vraisemblablement assez imprécises. Pourtant, le volume d'achat à chaque passage n'est une donnée significative que si on l'associe à la fréquence du passage.

Pour les produits d'alimentation dans les supermarchés, des enquêtes portant sur plusieurs milliers de clients conduisent à admettre que le volume total d'achat varie peu avec la fréquence des passages, et que par conséquent tous les clients peuvent être considérés comme des clients à part égale. Le volume d'achat à chaque passage serait d'autant plus grand que le client passe moins souvent. Au total chacun achèterait la même fraction de ses besoins.

Dans les exemples cités sur les supermarchés aux Etats-Unis, la fréquence de passage n'est pas prise en considération pour évaluer la répartition de la clientèle selon la distance. Il est possible que l'emploi très général du transport en auto justifie cette hypothèse. Par contre, dans les enquêtes faites à Marseille, la fréquence de passage varie beaucoup avec la distance du domicile. Les clients lointains viennent beaucoup moins souvent et bien que leur volume d'achat soit plus élevé à chaque passage, ils achètent au total un peu moins.

En résumé on peut schématiser ainsi la relation entre passants et clientèle :

- un passant qui vient en moyenne une fois tous les cinq jours correspond à cinq clients réels ;

- si ces cinq clients réels n'achètent que 60 % de leur consommation, ils correspondent à trois clients "complets" et théoriques comme part de marché effective.

Pour obtenir à partir du nombre de passants par zone d'origine une estimation de l'attraction, il faut :

- d'abord pondérer les données par l'inverse des fréquences de passage, Si cette fréquence varie avec la distance ;

- ensuite pondérer les résultats par la densité de population de la zone.

Pour passer ensuite de l'attraction à la part de marché, il faudrait évaluer la fraction de leurs besoins que les clients en moyenne achètent au point de vente.

L'estimation de l'attraction ne peut se faire que pour des zones concentriques plus ou moins étendues, et non d'une manière ponctuelle.

Il en résulte que si on veut ajuster les résultats à un modèle mathématique de décroissance avec la distance, il faut passer par l'intégrale de la fonction d'attraction entre des distances successives.

Enfin, notons que si l'attraction décroît avec la distance, il existe à l'origine, pour la distance zéro une attraction maximale.

Elle ne peut être mesurée directement, mais seulement par extrapolation à partir des distances les plus faibles. Cette attraction n'est d'ailleurs certainement pas égale à un, car il est très peu probable que toutes les familles soient des clients fidèles du point de vente qui est à leur porte, si attrayant soit-il.

Même à la plus courte distance on ne peut obtenir qu'une fraction du marché potentiel.

En fait, la donnée initiale du modèle mathématique sera plus justement obtenue par la comparaison des résultats globaux calculés et de ceux constatés par l'expérience.

2 - LE MODELE DE DECROISSANCE DE L'ATTRACTION

2.1 - Le modèle exponentiel.

La décroissance de l'attraction peut s'exprimer en disant que lorsque la distance augmente de 100 mètres, une fraction 1/K de la clientèle est perdue.

En d'autres termes, si on mesure les distances en hectomètres et si sur 100 familles à une distance x on a Kn clients, on n'en aura plus que (K - 1) n à une distance (x + 1).

La valeur de K dépend de l'unité de distance choisie.
Nous l'exprimerons ici en hectomètres.
La décroissance est d'autant plus faible que K est élevé.
On peut le désigner comme un coefficient d'attraction.

L'hypothèse la plus simple est de poser que K est une constante.

C'est dire qu'en comparaison de l'attrait bien défini du point de vente, la gêne provoquée par 100 mètres de plus de parcours et le surplus d'attrait apporté sur cette distance par la concurrence diffuse concourrent à réduire la clientèle dans une proportion constante.

Nous examinerons plus loin les résultats donnés par des valeurs de K variables avec la distance, mais l'expérience montre que l'hypothèse d'une valeur constante est celle qui convient le mieux dans la plupart des cas.

Si K est constant, la fonction de décroissance de l'attraction est exponentielle.

En appelant A l'attraction, et x la distance, on a :

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dx}{K}$$

D'où :

$$A = A_o \, e^{-\frac{x}{K}}$$

A_o étant l'attraction initiale pour $x = 0$.

On peut écrire aussi

$$\log \frac{A}{A_o} = -\frac{x}{K} \log e \qquad (1)$$

$\log \frac{A}{A_o}$ se traduit graphiquement par une représentation linéaire en fonction de x, la pente de la droite passant par l'origine étant :

$$-\frac{\log e}{K}$$

Pour contrôler cette relation par l'expérience, il faut calculer le pourcentage de clients attirés dans des zones concentriques successives :

Appelons d la densité, supposée constante, des familles par hectare.

Dans une couronne circulaire de rayon x et de largeur dx le nombre de client attirés sera :

$$2\pi \, dA_o \, x \, e^{-\frac{x}{K}} dx$$

En intégrant de 0 à l'infini, on a la clientèle totale :

$$C = 2\pi \, dA_o \, K^2 \qquad (2)$$

En intégrant entre x et l'infini, on a la clientèle extérieure au cercle de rayon x :

$$C_e = 2\pi \, dA_o \, K^2 \, e^{-\frac{x}{K}} \left(1 + \frac{x}{K}\right)$$

La fraction de clientèle au-delà de la distance x est :

$$\frac{C_e}{C} = N_e = e^{-\frac{x}{K}} \left(1 + \frac{x}{K}\right) \qquad (3)$$

La valeur de N_e s'obtient facilement dans une table de distribution de POISSON. La fraction de clientèle intérieure au cercle de rayon x est évidemment :

$$N_i = 1 - N_e$$

C'est la valeur cumulée des pourcentages de clientèle en fonction de la distance pour une densité d'habitat constante.

On peut ainsi comparer les chiffres théoriques aux résultats d'expérience pour une valeur convenable de K, après avoir fait la correction dûe aux variations de densité.

Le choix de la valeur de K se fait en utilisant la représentation graphique linéaire

de $\log \frac{A}{A_o}$ en fonction de x.

D'après (1) et (3) N_i est une fonction de A/A_o indépendante de la valeur de K.

Une valeur de N_i donne celle de log. A/A_o et le rapport de celle-ci avec la distance x correspondante donne $\log . e/K$.

La figure 1 donne un exemple.

Si on a :

$$N_i = 26\ \% \quad \text{pour} \quad x = 5$$

$$N_i = 60\ \% \quad \text{pour} \quad x = 10$$

La construction donne les deux points qui doivent être alignés avec l'origine.

L'attraction décroît assez vite avec la distance. Le tableau 1 donne les valeurs de N_i pour diverses valeurs de x mesurées en multiples de K :

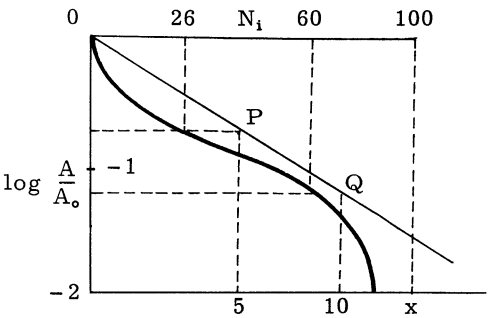

Figure 1

Tableau 1

x	N_i en %
K	26
2 K	59,5
5 K	86,1
4 K	90,8
6 K	98,3

Pratiquement, toute la clientèle devient d'une distance inférieure à 6 K. Le fait que la densité d'habitat diminue ou s'annule au-delà de cette distance ne changerait rien au résultat.

La densité de probabilité pour que le trajet d'un client soit compris entre x et x + dx est :

$$\frac{1}{K^2}\ x\ e^{-\frac{x}{K}}\ dx$$

En calculant la valeur espérée de x on obtient la distance moyenne de parcours qui est égale à 2K.

D'après le tableau 1, 60 % de clients viennent d'une distance inférieure à cette distance moyenne, 80 % d'une distance au plus égale à une fois et demi la distance moyenne.

Ces deux limites caractérisent ce que l'on appelle dans les études faites aux Etats-Unis :

- la "première aire commerciale" pour 60 %,
- la "deuxième aire commerciale" pour 80 % de clients.

A la limite de cette deuxième aire commerciale pour x = 3 K, on a :

$$\frac{A}{A_o} = \frac{5}{100}$$

l'attraction n'est plus que le vingtième de l'attraction initiale.

L'analyse de la répartition de la clientèle ne permet pas de déterminer cette attraction initiale A_o.

On ne peut l'évaluer qu'en comparant le volume total de clientèle à celui calculé par la formule (2). Dans cette formule on suppose une densité constante, et une zone urbaine illimitée. Si, en fait, la zone urbaine se limite à un cercle de rayon nettement inférieur à 6K, la clientèle totale n'est plus qu'une fraction, donnée par N_1, de celle indiquée par cette formule.

Pour l'estimation de A_0 on peut comparer :

- soit le total des passages quotidiens, si on admet que la fréquence des passages ne varie pas avec la distance ;

- soit le total de clientèle déduit du chiffre d'affaires, si on peut estimer le volume d'achat moyen de chaque client par période.

La valeur de A_0 varie suivant les unités choisies.

Si, par exemple, on a pour les passagers quotidiens 6 % de la population, et si l'effectif moyen des familles est de 3, c'est dire que 18 % des familles donnent un passant quotidien.

Si la fréquence est d'une fois tous les 5 jours, on a 90 % de clients réels.

S'ils achètent en moyenne 75 % de leurs besoins, on a par l'évaluation du chiffre d'affaires 67,5 % comme part de marché dans la zone immédiatement voisine du point de vente.

2.2 - Contrôle du modèle par des résultats d'enquête.

Nous disposons comme résultats d'expériences :

- d'une enquête faite en 1965 à Marseille, par le Centre d'Etudes de la Distribution, sur quatre supermarchés désignés par les lettres A, B, C, D.

- d'une étude publiée par M. Applebaum dans le Journal Of Marketing Research de Mai 1966, où sont donnés les résultats détaillés d'enquête pour trois supermarchés américains que nous désignerons par les lettres E, F, G.

- d'une importante étude publiée dans le 24e rapport du Highway Research Board qui rassemble de nombreux résultats sur les passagers quotidiens dans 23 grands centres commerciaux des Etats-Unis.

Ces documents correspondent à des situations extrêmement diverses. Les deux premiers se rapportent à des supermarchés à Marseille et aux Etats-Unis avec des surfaces de vente de l'ordre de 1 000 m², où le rayon alimentaire est nettement prépondérant. Le troisième se rapporte à des installations de l'ordre de 20 000 à 80 000 m² contenant une très grande diversité d'établissement et fournissant de très nombreux services. La vente des produits alimentaires ne forme plus qu'une faible part de leur activité.

Ce complet changement d'échelle rend encore plus frappantes les analogies qui existent dans le mécanisme d'attraction.

A - Supermarchés.

A Marseille le domicile des passants interrogés dans le magasin a été pointé dans quatre cercles concentriques jusqu'à une distance d'un kilomètre. La fréquence indiquée des passagers varie très nettement avec la distance. Le pourcentage de clients par zone en a été déduit en pondérant les résultats par l'inverse des fréquences.

La densité de population a été seulement calculée dans un rayon de 500 mètres, sans être détaillée par zone. L'imprécision sur les fréquences et les densités peut justifier quelques écarts entre les résultats et le modèle.

Les magasins B, C et D, sont en pleine ville et les variations de densité dans la zone environnante sont probablement faibles. Par contre, pour le magasin A situé dans un faubourg de construction récente on ne possède même pas de données valables sur la densité environnante qui est certainement très inégale.

L'estimation de l'attraction initiale A_0 a été faite en évaluant la clientèle d'après la moyenne des passages quotidiens pondérée par la fréquence moyenne de passage.

Les résultats sont rassemblés dans les tableaux 2 à 5 et la figure 2.

Les valeurs de K qui donnent le meilleur ajustement varient de 3,2 à 5,6.

Les valeurs de A_0 sont pour les 4 entreprises voisines de 0,5 :

C'est dire que dans les meilleures conditions de proximité on n'attire en moyenne qu'une famille sur deux.

La valeur d'achat par passage varie à peu près en raison inverse de la fréquence. Cependant on peut dire qu'au total les clients lointains achètent nettement moins.

Le chiffre d'affaires mensuel par client diffère sensiblement entre les établissements :

Pour B et D situés près du Centre des affaires, le chiffre par client et par mois est de l'ordre de 150 francs.

Il est de 230 francs pour A et de 290 francs pour C situé dans un quartier assez riche à faible densité.

Le rapport avec la consommation des familles n'a pas été évalué. On peut penser qu'il varie de 0,5 à 0,8 environ.

Dans les exemples américains cités par M. APPLEBAUM, la fréquence des passages n'est pas précisée. Il est possible qu'elle varie peu avec la distance par suite de l'emploi général du transport en auto. Par contre, la population est soigneusement détaillée par zone, ce qui permet de faire une correction de densité. L'ajustement avec le modèle est assez bon.

Pour calculer l'attraction initiale A_0 on ne connaît pas la moyenne des passages quotidiens, mais on donne le chiffre d'affaires hebdomadaire et la dépense moyenne d'alimentation par famille.

Si on admet d'une manière très arbitraire une dépense au point de vente qui soit 80 % de la consommation, on aboutit à un total de clients et à des valeurs de A_0 de l'ordre de 60 %, pour les magasins F et G.

Elles seraient un peu supérieures à celles trouvées à Marseille.

Pour le magasin E, le résultat est anormalement faible, mais il s'agit d'une zone à faible densité d'habitat. L'hypothèse d'une zone urbaine illimitée n'est probablement plus valable. Si la densité au-delà de 2 miles est négligeable, il faut multiplier par 0,8 la clientèle calculée, ce qui ramène la valeur de A_0 à 0,47.

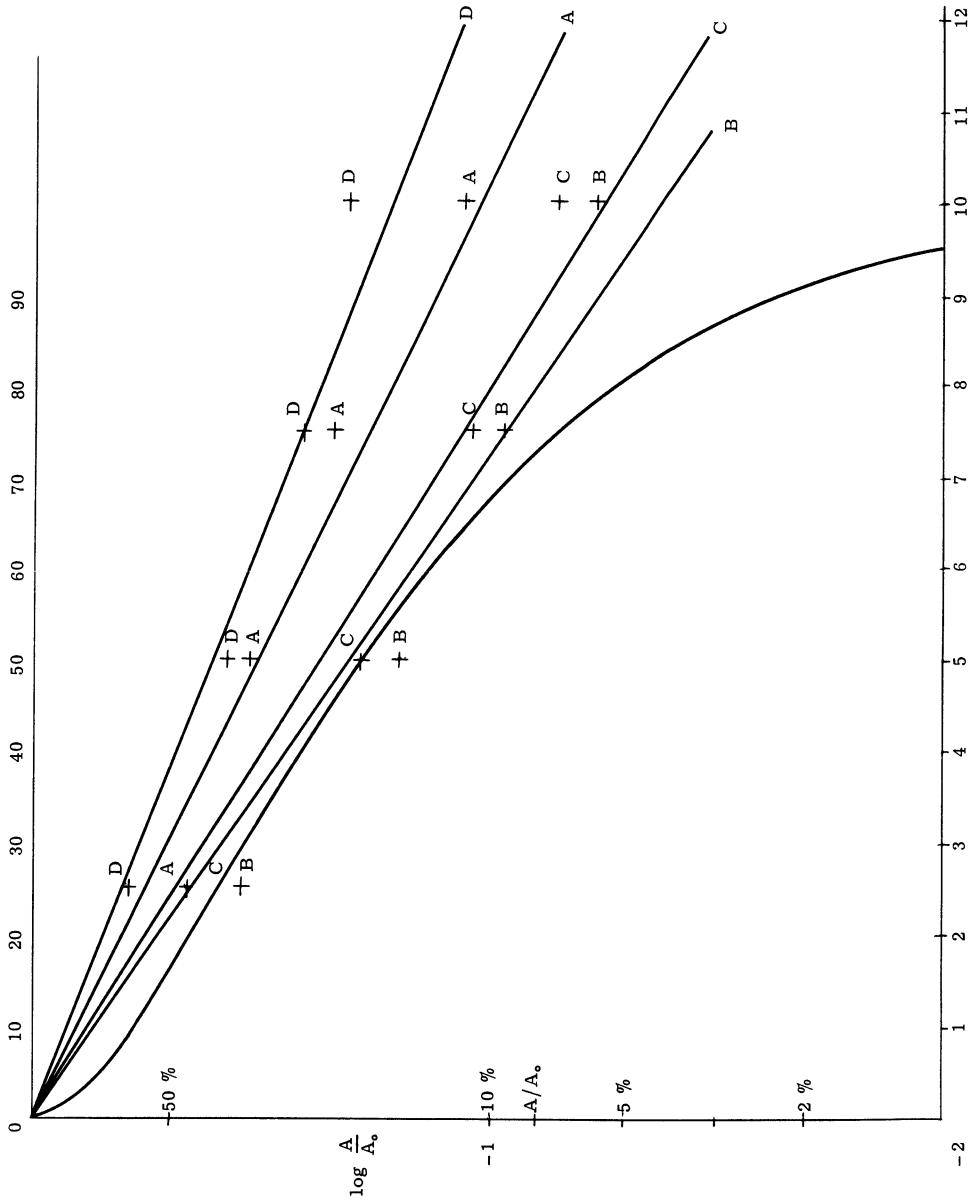
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
-50 %
-10 %
A/A₀
-5 %
-2 %
log A/A₀
-1
-2
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
A
B
C
D

Figure 2

Tableau 2 A - Surface 950 m² - Alimentaire 400 m² - Passages quotidiens 1460

Zones en hm	% Passages	Fréquence Mensuelle	Pourcentages cumulés de clients	N pour K = 4,5		
0-2,5	38,4	20,8	18,8	10,8	Fréquence moyenne 10,2	Clients d'après les passages
2,5-5	15,2	14	29,8	30,5	Densité en ménages par Ha (estimation) 65	$1460 \times \frac{30}{10,2} = 4280$
5-7,5	14,8	9,8	45,2	49,8		Clients théoriques 8320 A_o
7,5-10	14,4	7,4	65	64,5		D'où : $A_o = 0,52$
au-delà	17,2	5	100	-		

Tableau 3 B - Surface 1200 m² - Alimentaire 375 m² - Passages quotidiens 870

				K = 3,2		
0-2,5	40,9	16,1	28,5	18,4	Fréquence moyenne 11,2	Clients d'après les passages
2,5-5	30,4	12,5	55,7	46,2	Densité ménages par Ha 74,6	$870 \times \frac{30}{11,2} = 2330$
5-7,5	11,1	9,6	68,7	67,8		Clients théoriques 4800 A_o
7,5-10	6,3	7,8	77,8	81,8		$A_o = 0,48$
au-delà	11,3	5,2	100	-		

Tableau 4 C - Surface 450 m² - Alimentaire 390 m² - Passages quotidiens 630

				K = 3,5		
0-2,5	29,8	18	19,6	19,5	Fréquence moyenne 11,9	Clients d'après les passages
2,5-5	34,8	13,8	49,6	41,8	Densité ménages par Ha 42,6	$630 \times \frac{30}{11,9} = 1585$
5-7,5	14,2	10,8	65,1	63		Clients théoriques 3300 A_o
7,5-10	7	8,9	74,4	78,5		$A_o = 0,48$
au-delà	14,2	6,6	100	-		

Tableau 5 D - Surface 1050 m² - Alimentaire 525 m² - Passages quotidiens 2000

				K = 5,6		
0-2,5	17,2	15,4	9,4	7,4	Fréquence moyenne 8,5	Clients d'après les passages
2,5-5	24,4	11,8	26,9	22,5	Densité ménages par Ha 81,4	$2000 \times \frac{30}{8,5} = 7080$
5-7,5	14	8,8	40,4	38,6		Clients théoriques 16.100 A_o
7,5-10	5,9	6,9	47,6	53,2		$A_o = 0,44$
au-delà	28,5	4,6	100	-		

Les résultats rassemblés dans les tableaux 6 à 8 et la figure 3 donnent les valeurs de K :

E - 10 F - 5,2 G - 4,3

Sauf pour l'exemple E, les valeurs de K sont pour les six autres supermarchés de l'ordre de 5 ce qui donne une distance moyenne de 1 Km pour l'origine des clients,

60 % viennent d'une distance inférieure et

80 % viennent de moins de 1,5 Km.

L'attraction au-delà de cette distance ne touche plus que 2,5 % environ de la population.

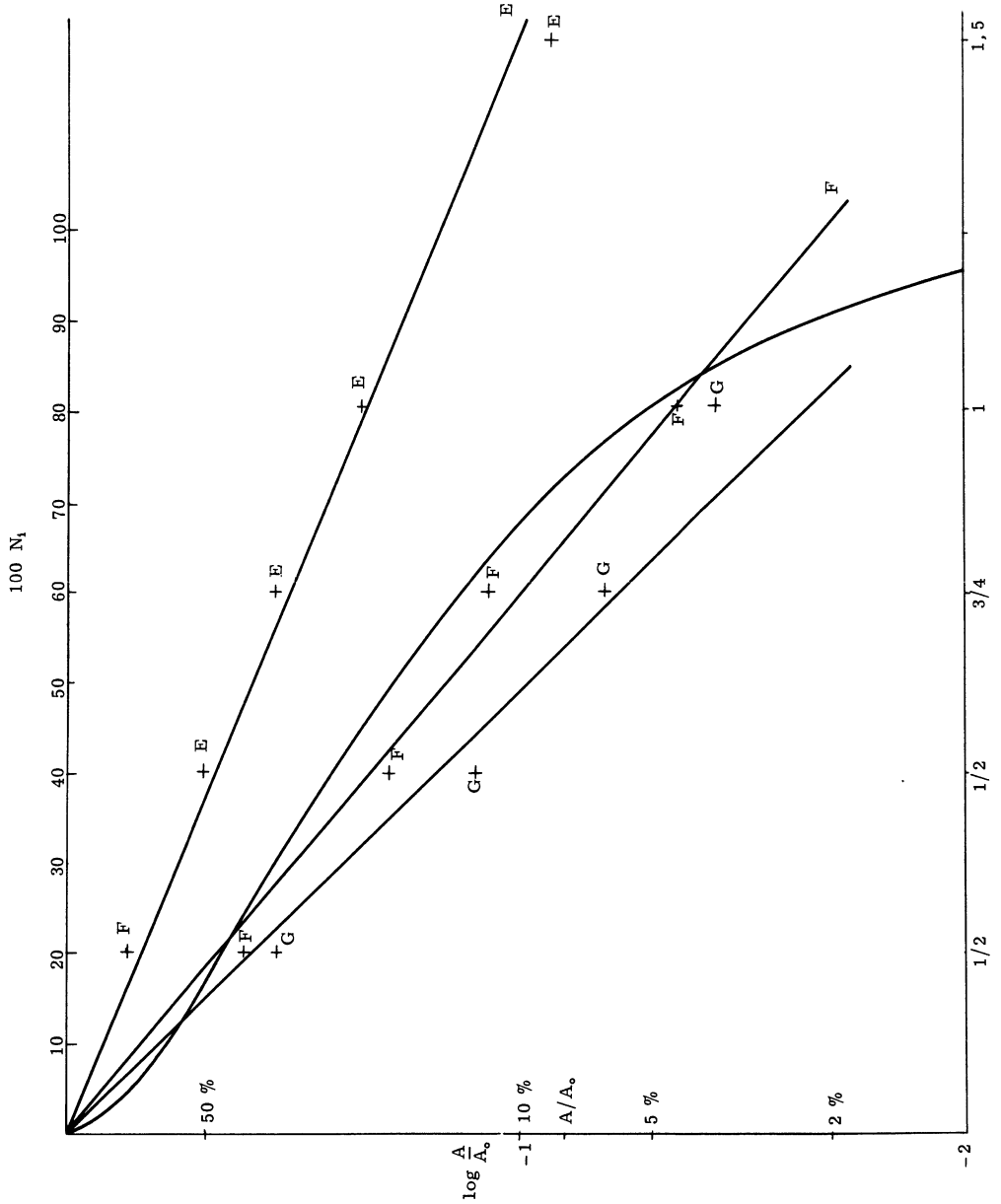
100 N1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
50 %
10 %
5 %
2 %
A/A₀
log A/A₀
-1
-2
1/2
1/2
3/4
1
1,5
x en miles
E
F
G

Figure 3

B - Centres commerciaux.

Les centres commerciaux cités dans le 24ème Rapport du Highway Research Board sont d'une toute autre dimension.

Les 23 centres étudiés dans 9 métropoles des Etats-Unis ont comme caractéristiques :

Surface totale	5 à 36	hectares
Place de parking	1000 à 6000	
Surface de vente	140 à 730	ares
Nombre d'établissements	22 à 80	

On indique que la distance moyenne d'origine des passants est de l'ordre de 3 miles,

60 % viennent d'une distance inférieure à 3 miles,

84 % d'une distance inférieure à 5 miles.

Nous retrouvons là les taux de répartition du modèle exponentiel. La durée de parcours souvent donnée en minutes correspond en moyenne à 3 minutes par mile de distance à vol d'oiseau.

Tableau 6 E - Surface 1390 m² - Alimentaire 1100 m² - C.A. par semaine 32.000 $

Zones en miles	Population	Densité à l'Ha cumulées	% Clients cumulés	% Clients rectifié par densité	N pour K = 10		
0-1/4	1.525	30	5,3	4,6	6,2	Dépense ménage par semaine : $\frac{20,4 \times 0,8\ (?)}{16,3} =$	Clients d'après C.A. : $\frac{32.000}{16,3} = 1960$
1/4-1/2	5.900	36,6	22,8	16,4	19,1		
1/2-3/4	6.575	30,6	34,7	29,4	33,7	Densité ménage à l'hectare :	Clients théoriques : 5340 A_o
3/4-1	9.925	29,4	51,3	45,2	47,5	$\frac{25,9}{3,05} = 8,5$	$A_o = 0,37$
1-3/2	23.375	26,8	73,2	70,8	69		
3/2-2	36.725	25,9	86	86	83,1		

Tableau 7 F - Surface 1190 m² - Alimentaire 700 m² - C.A. par semaine 43.500 $

					K = 5,2		
0-1/4	6.700	131	37	23,4	19	Dépense ménage par semaine $\frac{19,5 \times 0,8\ (?)}{15,6} =$	Clients d'après C.A. : $\frac{43.500}{15,6} = 2790$
1/4-1/2	15.800	111	66	49,5	45		
1/2-3/4	22.900	100	77	64	67,3	Densité ménage à l'hectare	Clients théoriques : 4610 A_o
3/4-1	22.000	83	83	83	81,5	$\frac{83}{3,05} = 27,2$	$A_o = 0,60$

Tableau 8 G - Surface non précisée - C.A. par semaine 33.670 $

					K = 4,3		
0-1/4	4.700	92,3	28	28,7	24	Dépense ménage par semaine $\frac{18,3 \times 0,8\ (?)}{14,6} =$	Clients d'après C.A. : $\frac{33.670}{14,6} = 2310$
1/4-1/2	12.900	86,8	57	62,1	55,4		
1/2-3/4	23.000	89	72	76,5	77	Densité ménage à l'hectare	Clients théoriques : 3600 A_o
3/4-1	36.300	94,5	85	85	88,7	$\frac{94,5}{3,05} = 31$	$A_o = 0,64$

Une recherche de modèle pour l'attraction en fonction de la distance rassemblant les résultats de 7 métropoles conduit à la formule :

$$y = 66,4/1,26^x$$

x = trajet en minutes

y = passages quotidiens de conducteurs auto par 1 000 habitants

Cette formule peut s'écrire

$$\frac{y}{66,4} = e^{-\frac{x}{4,34}}$$

ce qui donne K = 4,34 minutes, ou en comptant 3 minutes par mile :

$$K = 1,43 \text{ mile} = 23 \text{ hm}$$

L'attraction initiale est ici de 6,64 % de la population. Si on compte 3 personnes par famille, cela représente 20 % des familles. Mais on ignore la fréquence moyenne des passages. Si elle est de l'ordre d'un passage tous les 4 jours, on aurait 80 % d'attraction initiale. C'est une estimation vraisemblable pour des équipements de cette importance.

Le tableau 9 donne pour les 23 centres

- la surface de vente en ares,
- la demi-distance moyenne d'origine des passants en hectomètres (estimation de K),
- le nombre total quotidien des passants conducteurs d'auto. Ces conducteurs ont de plus souvent un passager avec eux. Les autres modes de transport sont pratiquement en nombre négligeable.

On voit que les valeurs de K varient de 14 à 32 avec une moyenne de 23 hm.

Nous n'insisterons pas sur l'ajustement au modèle exponentiel qui apparaît sur de nombreuses courbes présentées dans l'étude et qui a été retenu comme particulièrement représentatif. Il y a cependant des anomalies dûes à diverses perturbations.

Pour les Centres placés à la périphérie des métropoles, l'attraction est plus marquée dans les directions extérieures que dans celles venant du centre des affaires.

La proximité d'un autre centre commercial ou du centre d'affaires de la métropole crée des déformations très marquées des courbes d'attraction en fonction de la distance.

Le modèle exponentiel ne semble pas avoir été utilisé pour calculer la distance moyenne de parcours ou le nombre total de passages quotidiens. Des recherches ont été faites pour relier ce total aux nombreuses caractéristiques des Centres par une régression linéaire.

On a pris en compte soit 9, soit 14 variables. Mais les recherches laissent encore apparaître des écarts aléatoires très importants. Il paraît peu probable que la forme additive d'une relation linéaire soit ici très justifiée.

L'implantation des 23 centres n'est pas précisée.

On ne donne pas non plus la densité de population dans les métropoles correspondantes.

Il n'est donc pas possible de calculer comme nous l'avons fait pour les supermarchés la valeur de l'attraction initiale pour chaque Centre.

En admettant que nous connaissions par la distance moyenne de parcours les valeurs de K, on peut calculer le rapport

$$\frac{C}{2\pi K^2} = dA_o$$

qui donne le produit de la densité de population par l'attraction initiale.

Tableau 9

Centres	S en 100 m² Surface de vente	K en hm 1/2 distance moyenne conducteurs auto	C Passages quotidiens conducteurs auto	C/S	100 A_o pour d = 22	1,377 $\sqrt{S}$
A	264	18,7	1.515	-	-	22,3
B	224	30,2 (?)	3.465	15,5	5,9	20,6
C	342	22,7	2.570	-	-	25,5
D	279	13,8	4.673	16,7	6,4	23
E	392	24	8.484	21,6	8,3	27,3
F	383	26,6	5.712	14,9	5,7	26,9
G	251	26,1	4.144	16,5	6,3	21,8
H	262	16,6	4.480	17,1	6,5	22,3
J	293	15,2 (?)	5.551	19	7,3	23,6
K	427	32,1	5.959	13,9	5,3	28,4
L	223	21,4	1.365	-	-	20,6
M	154	16,8	3.381	22	8,4	17,1
N	744	23,4 (?)	6.972	-	-	37,6
O	260	25,9	5.094	19,6	7,5	16,1
P	511	31,7	9.965	19,5	7,5	31,1
Q	483	20,2 (?)	10.000	20,7	7,9	30,2
R	367	32,4	5.012	13,7	5,2	26,4
S	464	23,9	5.795	12,5	4,8	29,6
T	132	18	3.431	-	-	15,8
U	339	22,6	6.498	19,1	7,3	25,3
V	294	22,3	6.350	21,6	8,3	23,6
W	673	23,2 (?)	9.393	13,8	5,3	35,7
X	286	26	3.004	10,5	4	23,3
Moyenne	350	22,8	5.335	17,1	6,5	24,8
Etendue	132-744	13,8-32,4	1365-10000	10,5-22	4-84	15,8-37,6

On obtient pour les 23 Centres le résultat moyen de 1,76.

En rappelant que le modèle retenu comme le plus représentatif correspondrait à

$$A_o = 6,64/100$$

on en déduit une estimation très générale de la densité de population qui serait de 27 habitants à l'hectare. C'est un chiffre vraisemblable sans qu'on puisse rien dire de plus.

Observons toutefois qu'il s'agit de métropoles de 2 à 3 millions d'habitants s'étendant sur une superficie de l'ordre de 600 à 900 Km^2 soit un cercle de 14 à 17 Km de rayon. Pour des Centres commerciaux dont le coefficient d'attraction est de 2,3 Km, le cercle englobant 80 % de la clientèle à un rayon de 7 Km, et une superficie de 153 Km^2. Suivant son emplacement dans la zone urbaine la formule donnant la clientèle totale valable pour une zone illimitée doit peut-être recevoir des correctifs.

D'après les divers exemples de courbes d'attraction présentés, il semble que l'attraction initiale pour les passages quotidiens, si elle est en moyenne de 6 % de la population, varie de 3 à 9 %. Comme on ignore totalement les fréquences de passage, cela n'indique rien sur l'importance de la clientèle réelle. On ne peut retenir finalement comme résultat que le mode exponentiel de sa décroissance avec la distance.

2.3 - Conséquences théoriques du modèle exponentiel.

Nous examinerons quelques conséquences de ces résultats sur :

- la relation entre le coefficient d'attraction K et la surface de vente,
- le pourcentage total de clientèle attiré,
- la détermination des frontières entre des pôles d'attraction voisins.

a) Relation entre la surface de vente et l'attraction :

La valeur du coefficient K mesuré en hectomètres varie de 3 à 10 pour les exemples de supermarchés, de 15 à 30 pour les centres commerciaux.

Pour les supermarchés le détail des résultats est récapitulé dans le tableau 10 ou on rapproche des valeurs de K la surface S_A de vente des produits alimentaires et la surface S_{NA} du non-alimentaire.

Il apparaît une corrélation assez nette entre K et la surface attribuée à l'alimentation. Les données sont trop peu nombreuses et trop peu dispersées pour qu'on puisse en tirer une indication plus précise.

On peut seulement retenir que pour les supermarchés le facteur essentiel d'attraction paraît être le secteur alimentaire. Les autres secteurs n'ajoutent probablement pas beaucoup de clients, mais augmentent sans doute le chiffre d'affaires par client.

Le rapport à choisir alors entre S_A et S_{NA} est une affaire de technique commerciale. Si on admet dans ces conditions que K croît proportionnellement à la surface totale, on est conduit à dire que la clientèle croît comme le carré de la surface de vente.

Un indice de rentabilité étant le volume de clientèle par mètre carré de surface de vente, il en résulterait que cet indice croît avec la surface. Encore faut-il que la densité de population ne soit pas trop faible, ni la zone urbaine trop limitée en étendue.

Prenons un exemple : supposons qu'on adopte la solution :

50 % de la surface de vente en alimentaire, ce qui donne à peu près :

$$K = \frac{S}{220}$$

Tableau 10

S_M	K hm	S_A m	S_{NA} m	S_A/K
A	4,5	400	550	89
B	3,2	375	825	117
C	3,5	390	60	94
D	5,6	525	525	94
E	10	1100	290	110
F	5,2	700	490	134
			Moyenne	109

Si l'attraction initiale est de 0,5, la clientèle par mètre carré de surface de vente sera :

$$\frac{C}{S} = 2\pi\, dA_o \frac{S}{220^2} = \frac{3,14}{48.400} \cdot d \cdot S$$

Une surface de 800 m² avec une densité de 80 familles à l'hectare comme dans le centre de MARSEILLE donne 4,15 clients par m². Au contraire, avec une densité de 10 ménages à l'hectare, il faut une surface double de 1 600 m² pour avoir un indice quatre fois plus faible de 1,04 client au m .

Les centres commerciaux sont à une toute autre échelle : les surfaces utilisées pour la vente des produits alimentaires n'y représentent qu'une fraction assez faible (20 % au plus, semble-t-il). Il y a une très grande diversité de commerces et de services, suivant les centres. La valeur de K varie de 15 à 30 pour des surfaces de 15 000 à 75 000 m². On ne peut manifestement plus parler d'une relation proportionnelle.

Par contre, on peut rechercher s'il n'y a pas un rapport entre K et la racine carrée de la surface de vente. On aboutirait à un résultat simple ; la clientèle par m² de surface de vente ne dépendrait plus, dans une zone urbaine illimitée, que du produit $d \cdot A_o$.

Or, celà paraît une approximation acceptable, si on écarte quelques résultats anormaux.

Les deux centres N et W ont des surfaces nettement plus considérables que la moyenne (67.000 et 74.000 m²).

Pour les trois centres B, J, Q, on signale que la distance moyenne de parcours est "affectée par l'emplacement des cordons de contrôle" (?).

En écartant des 23 données les mesures faites sur ces cinq centres, on constate qu'il y a entre K et la racine carrée de S un coefficient de corrélation de 0,89 et qu'on peut admettre approximativement la relation :

$$K^2 = 1,9\, S \qquad (S \text{ en ares})$$

D'après la formule (2) on a alors :

$$\frac{C}{S} = 2\pi \cdot 1,9 \cdot dA_o$$

Dans les trois dernières colonnes du tableau 9 nous donnons les résultats qu'on peut déduire de cette hypothèse :

Le nombre de passants quotidiens par 100 m de surface de vente mis à part quelques écarts (Centres A, C, L, N, T) est en moyenne de 17,1.

On en tire :

$$dA_o = \frac{17,1}{2 \times 1,9} = 1,43$$

valeur un peu plus faible que celle obtenue sur l'ensemble des mesures. Il faut supposer une densité de 22 habitants par hectare pour trouver une valeur moyenne de 6,5 % pour A_o.

L'étendue va de 4 à 8,4 %. La dernière colonne donne la valeur calculée de K à comparer avec la valeur mesurée de la deuxième colonne.

b) Pourcentage total de clientèle attirée :

Nous avons dit que 80 % de la clientèle se trouvait dans un rayon égal à 3 K. Cette clientèle sera donnée par la relation :

$$C = 2\pi \, d. \, A_o \times K^2 \times 0,8$$

La population existant dans cette zone est de $\pi d \times 9K^2$.

Le pourcentage attiré sera donc :

$$\frac{1,6 \; A_o}{9} = 0,178 \; A_o$$

De même, la première aire commerciale de rayon 2 K contient 60 % de la clientèle totale, ce qui donne un pourcentage de :

$$\frac{1,2 \; A_o}{4} = 0,3 \; A_o$$

Si $A_o = 0,5$ on a respectivement comme clientèle 15 % de la population dans la première aire commerciale, 9 % dans un rayon une fois et demie plus grand.

Plus généralement, si on suppose la zone urbaine limitée à un cercle de rayon L autour du point de vente, la densité de population étant constante dans le cercle et nulle à l'extérieur, la clientèle totale sera :

$$C = 2\pi \, dA_o \, K^2 \times N_i$$

N_i étant la valeur cumulée du pourcentage de clientèle jusqu'à la distance L. Supposons comme nous l'avons admis pour les supermarchés que K soit proportionnel à la surface de vente :

L'indice de clientèle par mètre carré de vente sera proportionnel au produit $K \times N_i$.

On peut montrer facilement que ce produit passe par un maximum.

Sur la figure 4 on a :

$$\operatorname{tg} \widehat{AOB} = \frac{N_i}{\log \frac{A}{A_o}}$$

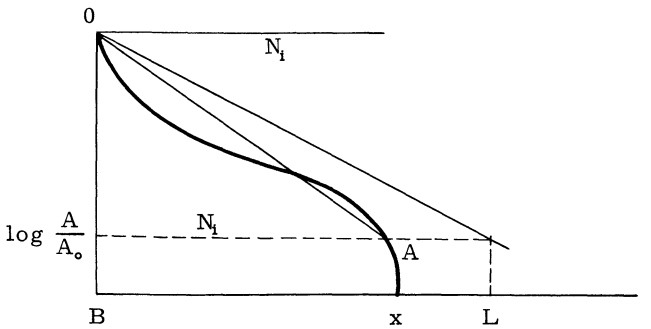

Figure 4

et pour la distance L :

$$\log \frac{A}{A_o} = -\frac{L}{K} \log e$$

Donc :

$$\text{tg AOB} = \frac{N_i K}{L \log e}$$

Le produit $K.N_i$ sera maximum si la droite OA est tangente à la courbe représentant N_i en fonction de $\log \frac{A}{A_o}$. Ce point correspond à $N_i = 58$ %.

On peut dire donc que l'optimum de dimension sera obtenu approximativement quand la première aire commerciale coïncidera avec la zone urbaine.

Il faudra $2K = L$.

La clientèle totale ne dépassera pas, si $A_o = 0,5$, 15 % de la population.

Considérons par exemple une population de 100.000 habitants répartie dans un cercle de 1,5 km de rayon, formée de 30.000 familles avec une densité de 43 familles à l'hectare :

L'optimum pour un supermarché placé au centre serait $K = 7,5$ et si on admet $S = 220$ K, cela donne une surface de vente de 1.650 m^2, dont 50 % en alimentaire.

La clientèle sera avec $A_o = 0,5$

$$C = 0,6 \times \pi \times 4,3 \times (7,5)^2 = 4\,540$$

soit 2,7 clients par m^2 de vente.

Une installation de surface double faite par exemple de deux entreprises concurrentes et voisines de dimensions égales aurait un coefficient d'attraction double $K = 15$, si on admet toujours la proportionnalité de K à la surface. Mais la valeur de N_i jusqu'à la limite de la zone urbaine ne serait plus que 0,26.

La clientèle totale serait ainsi :

$$C = 0,26 \times \pi \times 43 \times 15^2 = 7\,850$$

soit 3 925 clients pour chaque établissement, au lieu de 4 540.

On peut en conclure qu'obtenir la clientèle de 15 % de la population dans une zone urbaine limitée apparaît comme un optimum.

c) Frontières entre pôles d'attraction voisins :

Considérons deux points de vente (1) et (2) ayant des coefficients d'attraction K_1 et K_2 et même attraction initiale A_o.

Un point M placé à une distance d_1 de (1) et d_2 de (2) subira une attraction égale des deux établissements si on a :

$$\frac{d_1}{K_1} = \frac{d_2}{K_2}$$

On vérifiera aisément que le lieu du point M est un cercle entourant le point de vente de plus faible attraction (fig. 5).

Si D est la distance entre (1) et (2) le point M_o d'égale attraction sur la droite qui les joint est à une distance :

$$d_1 = \frac{K_1 D}{K_2 + K_1}$$

du point de vente (1). Pour que cette distance soit égale à $2 K_1$ réservant ainsi la première aire commerciale de (1) d'une trop forte attraction, il faut :

$$D = 2(K_2 + K_1)$$

Pour des supermarchés avec des valeurs de K de 3 à 5 celà implique des distances d'implantation de 1,5 à 2 Km. Elles sont souvent inférieures et conduisent donc à des perturbations dans des pourcentages d'attraction suivant les secteurs.

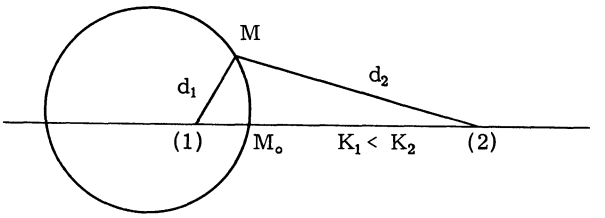

Figure 5

Dans les mêmes conditions, pour un point N quelconque le rapport des deux attractions A_1 et A_2 sera :

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2}}$$

Si $K_1 = K_2 = K$, on a :

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\frac{d_2 - d_1}{K}}$$

Ce rapport des attractions décroît très vite.

Supposons K = 5 :

Pour une différence de distance de 500 mètres on a le rapport de 2,72 à 1.

C'est dire que presque 3 clients sur 4 choisissent le point de vente le plus près. La ligne d'égale attraction représenterait donc une frontière assez nette entre deux établissements. S'ils sont au contraire à proximité immédiate, il est probable que leur effet attractif selon la distance s'ajoutent, la répartition de clientèle se faisant suivant les qualités propres à chaque entreprise.

2.4 - Les modèles non exponentiels.

Le modèle exponentiel résulte de la valeur constante attribuée au coefficient d'attraction K.

On peut aussi supposer que ce coefficient varie avec la distance soit en croissant, soit en décroissant.

Une approche un peu sommaire dans cette hypothèse peut se faire en donnant à K une valeur variant de manière linéaire avec la distance, sous la forme :

$$K = b + ax$$

$$K = b - ax$$

a et b étant des paramètres positifs.

La croissance de K avec la distance peut apparaître comme vraisemblable quand l'équipement en petit commerce diminue de telle manière avec la distance que les clients sont pratiquement contraints au déplacement lointain. La même situation peut se présenter pour des achats de fréquence faible et de caractère très spécial.

La décroissance pourrait correspondre au phénomène inverse, mais elle conduit avec la forme linéaire, à une frontière absolue quand K = 0. Ce ne peut être qu'une vue approximative de la réalité.

On peut reprendre avec ces deux hypothèses les calculs qui donnent successivement A/A_o, le total C de la clientèle, la fraction N_e de la clientèle extérieure au cercle rayon x, enfin la distance moyenne de parcours E(x).

On aboutit ainsi en reprenant à titre de comparaison le modèle exponentiel aux types de modèles I, II et III.

Les résultats de ces calculs sont rassemblés dans le tableau 11.

Pour la commodité d'écriture nous avons pris K sous la forme

$$K = \frac{1}{q}(p + x) \qquad K = \frac{1}{q}(p - x)$$

p et q étant des paramètres positifs.

Valeurs caractéristiques des trois Types de modèle :

Tableau 11

	I K = constante	II $K = \frac{1}{q}(p + x)$	III $K = \frac{1}{q}(p - x)$
A/A_o	$e^{-\frac{x}{K}}$	$\left(1 + \frac{x}{p}\right)^{-q}$	$\left(1 - \frac{x}{p}\right)^{q}$
$\frac{C}{2\pi\, dA_o}$	K^2	$\frac{p^2}{(q-1)(q-2)}$	$\frac{p^2}{(q+1)(q+2)}$
N_e	$\left(1 + \frac{x}{K}\right) e^{-\frac{x}{K}}$	$\left[1 + (q-1)\frac{x}{p}\right]\left(1 + \frac{x}{p}\right)^{1-q}$	$\left[1 + (q+1)\frac{x}{p}\right]\left(1 - \frac{x}{p}\right)^{1+q}$
$E(x)$	$2K$	$\frac{2p}{q-3}$	$\frac{2p}{q+3}$

On peut noter quelques observations intéressantes :

- Les modèles de Type II et III dépendent en dehors de A_o de deux paramètres au lieu d'un. p est une distance, q est un nombre sans dimension.

Ces modèles seraient donc un peu plus complexes à manier.

- Les trois Types forment un ensemble continu. Si on fait croître indéfiniment p et q le rapport p/q restant fixe, on ramène les Types II et III au modèle exponentiel avec

$$K = \frac{p}{q}$$

Il n'y aura donc de différence sensible que si les valeurs de p et q sont assez petites.

- Le Type II est un modèle analogue à la Loi de gravitation où l'attraction décroît suivant une puissance négative de la distance.

Il faut cependant observer qu'il impose :

$q > 2$ pour que la clientèle totale soit finie ;

$q > 3$ pour que la distance moyenne de parcours soit finie.

- Le Type III est limité à la distance $x = p$.

Il faut donc pour qu'il soit vraisemblable p assez grand et q aussi.

Si on veut essayer les trois types de modèle sur un cas concret il faut nécessairement égaler les formules donnant la clientèle totale. Si on a ajusté approximativement le modèle exponentiel avec une valeur de K et si on se donne q on en déduit les valeurs de p avec lesquelles il faut essayer les Types II et III.

C'est ce que nous allons faire pour une comparaison chiffrée en prenant $K = 5$ et en essayant $q = 4$ qui paraît être l'une des plus petites valeurs possibles.

En égalant les formules donnant la clientèle, on a alors les paramètres :

I : K = 5 II : q = 4 p = 12,3 III : q = 4 p = 27,4

La distance moyenne de parcours est donnée par les chiffres suivants:

I : 10 II : 24,6 III : 7,8

Le Type II se caractérise par une distance beaucoup plus grande. C'est donc une donnée très utile pour retenir ou écarter un modèle de ce type.

Le Tableau 12 donne pour le même exemple quelques valeurs de A/A_0 pour diverses valeurs de x. La différence entre I et III est surtout sensible dans la zone lointaine. La différence entre I et II dans la zone rapprochée.

Le modèle exponentiel apparaît comme une solution moyenne, ce qui était assez prévisible.

Le Tableau 13 donne quelques valeurs du pourcentage de clientèle à l'intérieur d'un cercle de rayon x.

Pour la distance moyenne de parcours on a respectivement :

59,4 % 74,1 % 55 %

Tableau 12

Valeur de $100\ A/A_0$

x hm	I K = 5	II q = 4 p = 12	III q = 4 p = 27
5	36,8	25,2	44,1
10	13,5	8,8	15,9
15	5	3,9	3,9
20	1,8	2	0,45

Tableau 13

Valeurs de $100(1 - Ne) = 100\ Ni$

x hm	I K = 5	II q = 4 p = 12	III q = 4 p = 27
5	26,4	21	30,9
7,7	45,5	34,4	55
10	59,4	43,4	71,5
20	90,8	68,3	99,5
24	95,2	74,1	99,9

La figure n° 6 donne la représentation des pourcentages de clientèle cumulés. Les différences entre les modèles I et II sont suffisantes pour qu'on puisse les distinguer. Elles sont moins nettes entre les modèles I et III. De plus, il faut faire une remarque importante : nous avons associé les valeurs de K et p pour une même clientèle totale et une attraction initiale A_0 .

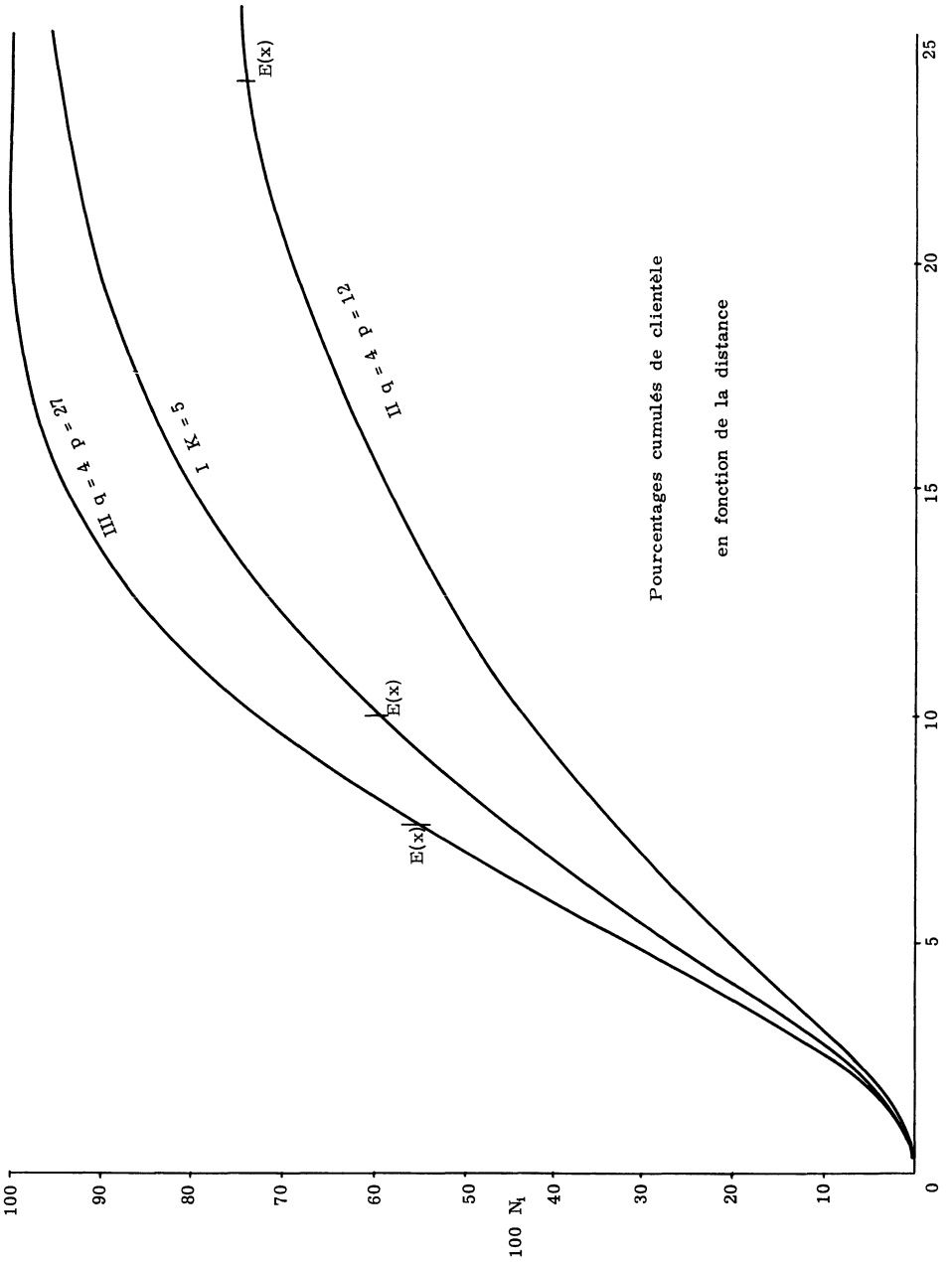
Pourcentages cumulés de clientèle
en fonction de la distance
III q = 4 p = 27
I K = 5
II q = 4 p = 12
E(x)
E(x)
E(x)
100 N_t
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
5
10
15
20
25
x en km

Figure 6

En fait, c'est à partir de l'estimation de K ou p que nous pouvions calculer par une évaluation globale la valeur de A_o. Son évaluation directe en extrapolant la courbe d'attraction jusqu'à l'origine des distances risque d'être un peu imprécise.

Or, si nous prenons par exemple :

- le modèle I avec $K = 4,2$ $A_o = 0,6$
- le modèle III avec $q = 4$ $p = 27$, $A_o = 0,43$

on obtient un ensemble de résultats assez voisins, sauf une légère différence dans les distances moyennes de parcours qui sont de 8,4 et 7,7 hm.

Il ne serait donc pas très facile de distinguer entre les deux modèles.

On peut dire seulement que le modèle exponentiel qui ne fixe pas un plafond de distance absolue est un peu plus vraisemblable, et que le modèle III n'en est qu'une approximation plus ou moins satisfaisante.

Il est bien certain que les phénomènes réels ne se plient jamais à un schéma mathématique sans une part d'aléas.

L'ajustement plus ou moins précis à un modèle des multiples enquêtes qui sont faites sur l'attraction commerciale aurait surtout l'avantage de permettre une comparaison et un classement des résultats, et de faciliter ainsi l'emploi de cette information devant des situations nouvelles. C'est finalement le but essentiel.