

# REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

E. MALINVAUD

## **La décentralisation des décisions de production**

*Revue de statistique appliquée*, tome 13, n° 4 (1965), p. 99-105

[http://www.numdam.org/item?id=RSA\\_1965\\_\\_13\\_4\\_99\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1965__13_4_99_0)

© Société française de statistique, 1965, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# LA DÉCENTRALISATION DES DÉCISIONS DE PRODUCTION (1)

E. MALINVAUD

(École Nationale de la Statistique  
et de l'Administration Économique, I.N.S.E.E.)

Mon objet n'est pas aujourd'hui de vous présenter des techniques directement utilisables, mais plutôt d'évoquer, à propos de problèmes que vous connaissez, les efforts de conceptualisation entrepris par certains chercheurs et les directions dans lesquelles des résultats pourraient être obtenus.

Je suis moi-même spécialisé dans le domaine de l'économie nationale qui vous intéresse moins que l'économie de l'entreprise. Les techniques que j'étudie sont trop complexes pour se prêter à une présentation même introductive dans le cadre d'une conférence devant un auditoire aussi nombreux. Aussi ai-je choisi de vous parler de problèmes généraux d'organisation qui se présentent à la fois dans la grande entreprise et dans la nation.

Les situations que je vais considérer ont les caractéristiques suivantes : plusieurs individus doivent agir en vue d'un objectif commun, et chacun dispose a priori d'informations partielles sur les facteurs qui conditionnent les résultats des actions de tous. Donc : (i) multiplicité d'individus doués chacun de certaines facultés d'action, (ii) objectif commun à tous, (iii) complexité de la relation expliquant les résultats en fonction des actions, (iv) importance pour la connaissance de cette relation de certaines informations qui a priori sont dispersées entre les agents.

Je n'ai pas besoin d'insister sur le fait que les situations de cette nature se rencontrent souvent dans la réalité. Une armée menant campagne, une entreprise fixant ses programmes de production, une nation arrêtant sa politique économique offrent trois exemples dans lesquels on retrouve à l'évidence les facteurs que j'ai énumérés ci-dessus. Pour qualifier en termes généraux tout groupe agissant en vue d'un objectif commun, on a proposé le terme d'équipe. C'est donc des problèmes qui se posent aux équipes dont je vais parler.

Ces problèmes sont, à vrai dire, assez divers. On peut en effet considérer au moins deux grandes distinctions :

En premier lieu, dans certains cas, les informations dont disposent les individus suffiraient, si elles étaient toutes rassemblées, à préciser complètement la relation entre actions et résultats. Dans d'autres cas au contraire, cette liaison dépend en partie de caractéristiques que personne ne connaît. Les informations dont disposent les agents sont incomplètes. Même toutes rassemblées, elles ne suffiraient pas à caractériser

-----  
(1) Conférence présentée aux Réunions d'Etude sur les Applications de la Statistique dans les entreprises (juin 1965).

parfaitement les résultats à attendre de chaque ensemble d'actions. On dit encore que l'"état de la nature" est partiellement inconnu. Nous pouvons donc distinguer d'un côté des situations "certaines" et de l'autre des situations "incertaines".

En second lieu, on peut dans certaines situations envisager qu'une transmission préalable des informations ait lieu entre les agents avant que chacun ne passe à l'action ; on peut au contraire exclure une telle transmission. Dans les premières situations, on se demandera généralement comment cet échange d'informations doit être organisé et on cherchera à étudier les effets de diverses procédures.

Afin de montrer comment ces problèmes peuvent être abordés, je m'en tiendrai aujourd'hui à deux cas. Je parlerai d'abord d'une situation incertaine sans transmission préalable d'informations, puis j'étudierai la transmission des informations dans une situation certaine. Dans un cas comme dans l'autre, je me limiterai pour l'essentiel à des exemples simplifiés afin que nous fixions mieux nos idées.

Supposons donc, pour commencer par la situation incertaine sans transmission préalable d'informations (1), qu'il existe  $n$  individus,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Supposons que  $a$  désigne l'action de l'individu  $i$ , action qui est a priori limitée à appartenir à une certaine classe. Désignons par  $a$  un ensemble de  $n$  actions individuelles  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Supposons que le bénéfice, ou l'utilité, retiré par l'équipe des actions  $a_1, a_2, \dots, a_n$  s'écrive comme une fonction

$$U(a_1, a_2, \dots, a_n ; \theta) = U(a, \theta)$$

$\theta$  désignant l'"état de la nature", c'est-à-dire les caractéristiques autres que les actions qui conditionnent les résultats de ces actions. Ce symbole représente évidemment quelque chose de très complexe.

Représentons par  $y_i(\theta)$  l'information qu'a l'individu  $i$  ; cette information dépend évidemment de  $\theta$  puisque, par hypothèse, elle doit permettre de préciser  $\theta$ .

Désignons encore par  $\alpha_i(y_i)$  la fonction qui définit l'action  $a_i$  que prendra l'individu  $i$  sur la base de l'information  $y_i$ .

Posé en termes généraux, le problème qu'a à résoudre l'équipe s'énonce comme suit :

Connaissant la fonction  $U(a, \theta)$  et les fonctions  $y_i(\theta)$ , déterminer les règles d'actions  $\alpha_i(y_i)$  qui conduisent aux meilleures valeurs possibles de  $U$ , c'est-à-dire qui maximisent, en un sens à définir :

$$U\{\alpha_i[y_i(\theta)], \theta\}$$

Vous vous apercevez immédiatement que nous nous trouvons en face d'un problème touchant la théorie des décisions. Nous devons choisir des règles d'action pour chaque membre de notre équipe, règles qui conduisent aux meilleurs résultats.

Je ne vais pas continuer à ce niveau de généralité. Ceci exigerait de ma part et de la vôtre une trop grande tension intellectuelle. Je vais au contraire me ramener à un exemple simple, si simple qu'il va avoir

-----  
 (1) Cette partie de mon exposé s'inspire de R. Radner, "Team Decision Problems", Annals of Mathematical Statistics, Septembre 1962.

une allure caricaturale. Veuillez m'en excuser. Par un effort d'imagination, vous comprendrez, je n'en doute point, la portée plus générale que cet exemple peut avoir.

Supposons une entreprise ayant deux établissements ( $i = 1, 2$ ) fabriquant un même article et fonctionnant de manière autonome. Soient  $a_1$  et  $a_2$  les quantités sur lesquelles les deux établissements ajustent leurs cadences de fabrication. Soit  $\theta$  la demande globale qui se manifesterait sur le marché que servent en commun les deux établissements. Admettons que le bénéfice réalisé par l'entreprise est :

$$U(a_1, a_2, \theta) = \lambda \theta - \mu(a_1 + a_2 - \theta)^2$$

le second terme représentant les pertes encourues du fait qu'il faudra soit accélérer soit ralentir les cadences de fabrication au moment où la demande se manifesterait.

Admettons que l'entreprise observe trois indices précurseurs de la demande, soient  $z_1, z_2$  et  $z_3$ . Chacun de ces indices peut être considéré comme une variable aléatoire. Supposons en outre que ces trois variables soient indépendantes entre elles, qu'elles aient pour espérance mathématique  $\theta$  et une même variance  $\sigma^2$ .

$$E(z_j) = \theta \quad E(z_j - \theta)^2 = \sigma^2$$

Admettons encore que le premier établissement observe  $z_1$  et  $z_2$ , que le second observe  $z_2$  et  $z_3$ . Le couple aléatoire  $(z_1, z_2)$  dont la loi dépend de  $\theta$  remplace la fonction d'information  $y_1(\theta)$  de notre formalisation générale. De même le couple aléatoire  $(z_2, z_3)$  remplace  $y_2(\theta)$ .

Limitons nous au cas dans lequel les fonctions de décision  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  des deux établissements seraient linéaires et homogènes par rapport aux indices observés. Soient :

$$a_1 = \alpha_1(z_1, z_2) = \alpha_{11} z_1 + \alpha_{12} z_2$$

$$a_2 = \alpha_2(z_2, z_3) = \alpha_{22} z_2 + \alpha_{23} z_3$$

Le problème consiste alors à choisir les quatre nombres  $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{22}, \alpha_{23}$  qui vont définir comment chacun des deux établissements ajuste ses cadences de production sur les indices précurseurs qu'il observe.

Pour maximiser  $U$ , il suffit de rendre minimum :

$$V = [\alpha_{11} z_1 + (\alpha_{12} + \alpha_{22}) z_2 + \alpha_{23} z_3 - \theta]^2$$

Mais  $V$  est évidemment aléatoire comme les  $z_j$ . Ainsi qu'il est habituel dans de tels cas, nous allons chercher les valeurs des  $\alpha_{ij}$  qui rendent minimum  $EV$ .

Le problème ainsi posé est bien connu des statisticiens puisqu'il est formellement équivalent à celui de l'estimation linéaire de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire à partir de trois observations indépendantes. La solution est tout simplement :

$$\alpha_{11} = \frac{1}{3} \quad \alpha_{12} + \alpha_{22} = \frac{1}{3} \quad \alpha_{23} = \frac{1}{3}$$

L'équipe pourra donc par exemple retenir les règles d'action suivantes :

$$a_1 = \frac{2z_1 + z_2}{3}$$

$$a_2 = \frac{z_2 + 2z_3}{3}$$

Cet exemple a un certain caractère illustratif. Il nous permet de voir, dans un cas particulier, comment le problème général que j'ai évoqué peut effectivement être résolu. De plus, le résultat auquel il nous conduit est intéressant en lui-même.

En effet, supposez que chaque établissement ait travaillé seul et ait cherché à maximiser son seul profit. Un raisonnement absolument analogue à celui présenté ci-dessus nous eût conduit à retenir les règles d'action

$$a_1 = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad a_2 = \frac{z_2 + z_3}{2}$$

qui eussent été différentes de celles dégagées ci-dessus. La prise en considération de son insertion dans une équipe conduit donc chaque établissement à modifier sa règle d'action même indépendamment de toute transmission des informations entre les membres de l'équipe. Chaque établissement est conduit à accroître le poids de l'indice précurseur qu'il sait être le seul à observer, et au contraire à diminuer le poids de celui qu'il sait observé par l'autre.

Les statisticiens eux-mêmes pourraient réfléchir sur cet exemple qui comporte peut-être des enseignements quant à la manière dont chacun doit synthétiser pour autrui les observations qu'il effectue. Certaines observations peuvent en effet dans la pratique doubler des observations faites par d'autres et mériter de ce fait moins de poids que les observations véritablement nouvelles.

Portons maintenant notre attention sur les problèmes que pose la transmission des informations et, pour ce faire, considérons des situations certaines. Par hypothèse, toute caractéristique qui est susceptible d'affecter la relation entre actions et résultats est connue parfaitement par un membre au moins de l'équipe. Mais, au lieu de s'imposer a priori d'agir indépendamment les uns des autres, les membres de l'équipe décident de se concerter suivant une procédure définie. Le problème que je vais maintenant considérer est celui du choix de cette procédure.

Pour des raisons sans doute aisément compréhensibles, les procédures employées font habituellement jouer un rôle particulier à un individu : le coordonateur de l'équipe, la direction générale de l'entreprise, l'organisme de planification. Dans les équipes hiérarchisées, ce rôle particulier est souvent joué par celui qui a l'autorité supérieure. Mais il n'y a pas là une nécessité absolue. De notre point de vue, nous n'avons pas besoin d'insister sur cet aspect des choses.

Quand les informations a priori utiles sont très nombreuses et complexes, une transmission intégrale est impossible (c'est bien d'ailleurs pourquoi un véritable problème existe). Il devient alors le plus souvent préférable de ne pas se limiter à une seule transmission, mais d'envisager des échanges, les informations transmises par chacun à chaque phase de l'échange dépendant des informations qu'il a lui-même reçues dans les phases antérieures.

Je vais retenir ces deux idées et considérer des procédures itératives d'échanges d'information qui feront jouer un rôle particulier à un organisme central.

Pour illustrer la question, je vais là encore considérer un exemple schématique, que je vais choisir dans la planification nationale.

Supposons qu'il existe un planificateur ( $i = 0$ ) et deux branches ( $i = 1, 2$ ) la première fabriquant un produit 1, la seconde un produit 2. Supposons qu'en dehors de ces deux produits l'économie ne comprenne qu'un autre bien, le travail dont la quantité totale est donnée ( $j = 1, 2, 3$ , avec quantité totale de travail  $T$ ).

Une technique productive dans la branche  $i$  est représentée par un vecteur à trois composantes définissant les productions nettes de chacun des trois biens. Chaque branche a à sa disposition une multiplicité de techniques.

Plus précisément, dans la branche 1, désignons par  $b_{jh_1}$  la production nette de  $j$  qui accompagne la production d'une unité de bien selon la technique  $h$  et désignons par  $v_h$  la quantité produite de 1 selon la technique  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, H$ ).

De même, soit dans la branche 2, les  $c_{jk}$  et  $w_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ).

Les quantités totales produites pour les biens 1, 2 et 3 sont :

$$x_j = \sum_{h=1}^H b_{jh} v_h + \sum_{k=1}^K c_{jk} w_k \quad (1)$$

ou encore :

$$x_j = x_j^1 + x_j^2$$

Revenons à notre formulation générale. Ici, les actions sont représentées par les deux vecteurs :

$$a_1 = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_H \end{bmatrix} \quad a_2 = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_K \end{bmatrix}$$

L'état de la nature  $\theta$  est l'ensemble des coefficients  $b_{jk}$  et  $c_{jk}$ . Le critère à maximiser est  $U(x_1, x_2)$ , utilité de la production nette disponible. Sur les  $x_1, x_2$ , existe la contrainte suivante : il faut qu'il existe, pour le couple  $(x_1, x_2)$ , des  $v_h \geq 0$  et  $w_k \geq 0$  tels que soient satisfaites l'égalité (1) et l'inégalité :

$$x_3 \geq -T \quad (2)$$

L'information  $y_i$  dont dispose l'agent  $i$  est définie par :

$y_0$  : connaissance de  $T$  et de la fonction  $U$ ,

$y_1$  : connaissance des  $b_{jh}$ ,

$y_2$  : connaissance des  $c_{jk}$ .

L'équipe doit en somme résoudre un programme linéaire. Mais aucun des trois agents n'a la connaissance complète de ce programme, et, par hypothèse, transmettre cette information au planificateur serait trop coûteux.

Le problème consiste à savoir quelles informations devront être transmises, et selon quelle procédure, pour arriver finalement à un

choix de  $v_h$  et  $w_k$  qui respecte la contrainte globale sur la main-d'oeuvre et donne à  $U(x_1, x_2)$  une valeur satisfaisante.

Bien entendu, on pourrait tout aussi bien, quoique peut-être avec encore moins de réalisme, appliquer le même modèle à une entreprise comportant une direction générale et deux établissements.

Pour les modèles du type de celui que je viens de décrire, deux catégories de procédures ont été notamment proposées et étudiées.

(1) le planificateur attribue à  $i$  certaines quantités (certains contingents)  $X_j^i$  des deux biens que  $i$  ne fabrique pas. Le planificateur demande à  $i$  de maximiser sa production et de faire connaître les productivités marginales  $u_j^i$  qu'auraient alors pour lui des quantités supplémentaires de ces biens.

Par exemple, la branche 1 doit choisir les  $v_h$  de manière à maximiser  $x_1^1$  sous les contraintes :

$$x_2^1 \geq -X_2^1 \quad x_3^1 \geq -X_3^1 ;$$

puis elle doit faire connaître quelles sont les productivités marginales, c'est-à-dire les variables duales  $u_2^1$  et  $u_3^1$  correspondant aux deux inégalités ci-dessus.

Le planificateur révisé alors les  $X_j^i$  sur la base des productivités marginales qu'il obtient ainsi des branches. Le principe de cette révision consiste à relever par exemple le contingent de travail de la branche 1 si la productivité marginale du travail qu'elle annonce excède celle qu'annonce la branche 2. Mais la mise en oeuvre de ce principe est un peu délicate ; je ne la décrirai par ici (1).

(2) Selon le deuxième type de procédures, le planificateur annonce des prix  $p$  pour les trois biens et demande à chaque branche de faire connaître la technique qu'elle emploierait à ces prix. La branche 1, par exemple, doit déterminer pour quelle technique  $h^*$

$$\sum_j p_j b_{jh}$$

est maximum et faire connaître les coefficients  $b_{jh^*}$  qui caractérisent cette technique particulière.

Connaissant les techniques précédemment annoncées par les branches, le planificateur calculera à nouveau les prix relatifs des divers biens. Lorsque les échanges auront été poursuivis assez loin, le planificateur calculera les productions que chacune des branches doit effectuer par chacune des techniques précédemment sélectionnées (2).

Vous comprendrez sans peine que l'étude des propriétés de ces deux procédures doit nous permettre d'améliorer les modalités d'application de l'une et de l'autre, et doit également nous indiquer laquelle des deux risque d'être la plus efficace. Par exemple, s'agissant de planification nationale, j'ai été conduit à conclure que la seconde procédure était préférable à la première. Il peut en aller différemment dans d'autres contextes.

-----  
 (1) Voir à ce sujet : J. Kornai and T. Liptak, "Two-level Planning", *Econometrica*, January 1965.

(2) Voir à ce sujet : E. Malinvaud, "Procédures décentralisées pour la préparation des plans", Note qui sera publiée en anglais dans les comptes-rendus d'un colloque tenu à Cambridge en 1963.

Choix des règles d'action dans une situation incertaine, organisation des échanges d'informations dans une situation certaine, voilà les deux questions que j'ai évoquées devant vous en retenant délibérément des exemples très schématiques. Vous connaissiez a priori l'existence de ces problèmes, j'espère vous avoir montré par quelles voies certains hommes cherchent à en améliorer la solution.