

# REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. H. ZALUDOVA

## **Méthode de contrôle statistique de qualité basée sur les valeurs individuelles de l'échantillon**

*Revue de statistique appliquée*, tome 6, n° 4 (1958), p. 21-31

[http://www.numdam.org/item?id=RSA\\_1958\\_\\_6\\_4\\_21\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1958__6_4_21_0)

© Société française de statistique, 1958, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# MÉTHODE DE CONTROLE STATISTIQUE DE QUALITÉ BASÉE SUR LES VALEURS INDIVIDUELLES DE L'ÉCHANTILLON

par

M<sup>me</sup> A. H. ZALUDOVA  
(Prague)

Une méthode pratique de contrôle statistique de la qualité basée sur les valeurs individuelles observées dans un échantillon a déjà été exposée par différents auteurs (1), (2), (3), (4).

Cette méthode a, sur les méthodes classiques utilisant la moyenne et l'étendue de l'échantillon, l'avantage de n'exiger aucun calcul des caractéristiques de l'échantillon.

Par rapport à la méthode utilisant les valeurs extrêmes de l'échantillon pour construire la carte de contrôle (5), elle a encore l'avantage que toutes les valeurs observées sont notées directement sur cette carte, ce qui permet une analyse plus détaillée des résultats du procédé de fabrication.

De plus, la carte utilisant directement les valeurs individuelles fournit, pour mettre en évidence des variations des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  de la population, un critère plus sensible que la carte des valeurs extrêmes qui n'utilise qu'une paire de limites de contrôle au lieu de deux paires dans la méthode qui va être décrite ci-après.

Le but de la présente note est d'indiquer la méthode de calcul des limites de contrôle de la carte des valeurs individuelles et de donner une table des coefficients  $l_1$  et  $l_2$  nécessaires pour ce calcul pour diverses valeurs du risque  $\alpha$  et de l'effectif  $n$  de l'échantillon. Des valeurs approximatives de  $l_1$  et  $l_2$  avaient été déjà calculées par Braginskij (1) et (2).

Enfin, l'efficacité de la méthode pour constater des variations de la moyenne du procédé technique utilisé est comparée à celles des méthodes utilisant soit les moyennes, soit les valeurs extrêmes de l'échantillon.

## I - HYPOTHESES DE BASES -

Nous supposons que le procédé technique considéré est affecté essentiellement par des effets aléatoires donnant lieu à une distribution normale de la grandeur observée, distribution caractérisée par les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ .

De plus, nous admettons que la machine peut répondre aux spécifications des tolérances, c'est-à-dire que :

$$2 K_{p/2} \sigma = T \quad (a)$$

où  $T = T_u - T_l$  représente la tolérance et  $K_{P/2}$  est la variable normale correspondant à un petit pourcentage admissible  $P$  de pièces défectueuses tombant à l'extérieur des limites de tolérance  $T_u$  et  $T_l$ . Ainsi, par exemple, pour  $P = 0,27\%$ , on a  $K_{P/2} = 3$

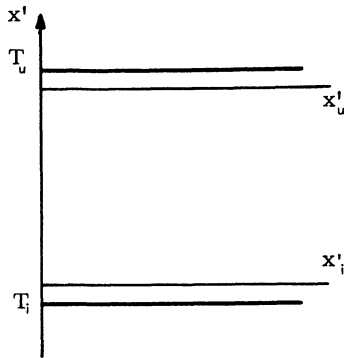


Figure 1a

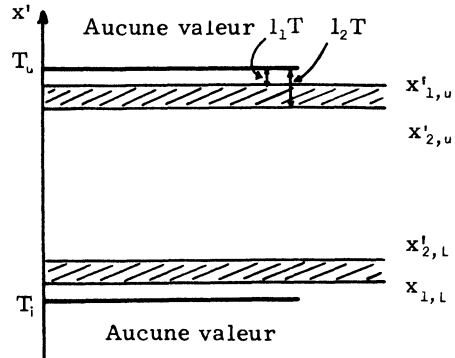


Figure 1b

Enfin, une dernière hypothèse est que le procédé technique peut être centré sur le centre de l'intervalle de tolérance. On a alors :

$$\mu = T_o = \frac{T_u + T_l}{2} \quad (b)$$

## II - CALCUL DES LIMITES DE CONTROLE -

Considérons d'abord le cas d'une distribution normale de moyenne nulle et d'écart-type unité; soient  $n$  observations indépendantes :

$$x_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

d'une variable aléatoire  $\xi$  dont la fonction de répartition est

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1)$$

Soient deux valeurs  $x_{1U}$  et  $x_{2U}$  (avec  $x_{2U} < x_{1U}$ ), ainsi que les valeurs symétriques

$$x_{1L} = -x_{1U} \quad \text{et} \quad x_{2L} = -x_{2U},$$

telles que l'intervalle total  $(-\infty, +\infty)$  de la variable  $\xi$  soit divisé en cinq intervalles (voir fig. 2) :

$$\begin{array}{ll} I_1 (-\infty, x_{1L}) & I_4 (x_{2U}, x_{1U}) \\ I_2 (x_{1L}, x_{2L}) & I_5 (x_{1U}, +\infty) \\ I_3 (x_{2L}, x_{2U}) & \end{array}$$

La probabilité que parmi les  $n$  observations  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), il ne se trouve aucune valeur dans les intervalles  $I_1$  et  $I_5$ , et au plus une valeur dans l'un ou l'autre ou les deux intervalles  $I_2$  et  $I_4$ , les autres étant dans l'intervalle  $I_3$ , est:

$$[2F(x_{2U}) - 1]^n + 2n[F(x_{1U}) - F(x_{2U})][2F(x_{2U}) - 1]^{n-1} + n(n-1)[F(x_{1U}) - F(x_{2U})]^2 [2F(x_{2U}) - 1]^{n-2} = 1 - \alpha \quad (2)$$

où l'on a écrit :

$$F(-x) = 1 - F(x)$$

Pour une valeur donnée du risque  $\alpha$ , l'équation (2) contient deux inconnues  $x_{1U}$  et  $x_{2U}$ , il est donc nécessaire de se fixer une autre condition permettant par exemple d'estimer  $x_{1U}$  ou  $x_{2U}$  indépendamment de (2)

Pour fixer cette condition, nous pouvons par exemple écrire que la probabilité qu'au plus une des valeurs observées dépasse la limite  $x_{2U}$  est égale à  $\alpha_1$ , c'est-à-dire :

$$n [F(x_{2U})]^{n-1} [1 - F(x_{2U})] + [F(x_{2U})]^n = 1 - \alpha_1 \quad (3)$$

Compte tenu de la symétrie, cette équation est équivalente à celle exprimant que la probabilité qu'au plus une des  $n$  valeurs observées soit inférieure à  $x_{2L} = -x_{2U}$  est aussi égale à  $1 - \alpha_1$ .

$\alpha_1$  est donc la probabilité que la  $(n-1)^{\text{e}}$  des  $n$  valeurs ordonnées par valeurs croissantes soit supérieure à la valeur  $x_{2U}$ . C'est aussi la probabilité que la seconde de ces  $n$  valeurs ordonnées soit inférieure à  $x_{2L}$ .

Les valeurs de  $x_{2U}$  pour  $\alpha_1 = 0,025$  et  $\alpha_1 = 0,005$  sont données dans (6) pour  $n = 4, 5, \dots, 20$ .

Cette valeur étant substituée dans (2), cette équation pourra être résolue par rapport à  $x_{1U}$ , et la position des deux intervalles  $I_2$  et  $I_4$  sera complètement déterminée.

Considérons maintenant le cas général dans lequel la variable aléatoire  $\xi'$  peut prendre les valeurs  $x'_i$  distribuées suivant une loi normale  $N(\mu, \sigma)$  et auxquelles correspondent des variables réduites :

$$x = \frac{x' - \mu}{\sigma} \quad (4)$$

appartenant à une population normale  $N(0, 1)$ .

De l'équation (4), on déduit :

$$\begin{aligned} x'_{1U} &= \mu + x_{1U} \sigma, & x'_{1L} &= \mu - x_{1U} \sigma, & ) \\ x'_{2U} &= \mu + x_{2U} \sigma, & x'_{2L} &= \mu - x_{2U} \sigma. & ) \end{aligned} \quad (5)$$

Si l'on tient compte des relations (a) et (b) de I, à savoir :

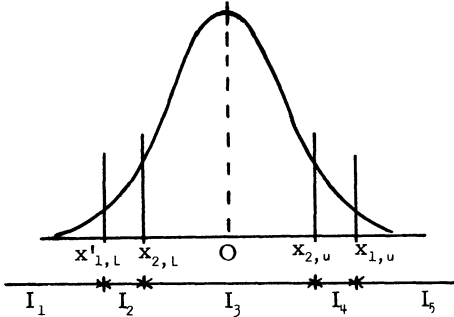


Figure 2

$$\mu = T_0 = \frac{T_U + T_L}{2} \qquad \sigma = \frac{T}{2K_{P/2}}$$

on obtient les quatre limites :

$$\begin{aligned} x'_{1U} &= T_0 + x_{1U} \frac{T}{2K_{P/2}} = T_U - l_1 T \\ x'_{1L} &= T_L + l_1 T \\ x'_{2U} &= T_0 + x_{2U} \frac{T}{2K_{P/2}} = T_U - l_2 T \\ x'_{2L} &= T_L + l_2 T \end{aligned}$$

dans lesquelles :

$$l_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{x_{1U}}{K_{P/2}} \right], \qquad l_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{x_{2U}}{K_{P/2}} \right]$$

Les valeurs de  $l_1$  et  $l_2$ , pour des échantillons de  $n=3, 4, \dots, 10$  observations, pour divers pourcentages acceptables de pièces défectueuses et pour les risques  $\alpha = 0,05$  et  $\alpha_1 = 0,005$  sont donnés dans la table 1.

Exemple -

Pour  $n = 4$ ,  $\alpha_1 = 0,005$ , l'équation (3) donne les valeurs  $x_{2U} = 1,888$  et  $F(x_{2U}) = 0,97052$ .

L'équation (2) s'écrit alors :

$$0,78421 + 6,66675 [F(u_{1U}) - 0,97052] + [10,62679 F(x_{1U}) - 0,97052] = 0,95,$$

d'où :

$$F(x_{1U}) = 0,99447, \qquad x_{1U} = 2,541.$$

Pour  $P = 0,27\%$ , on a  $K_{P/2} = 3$ , d'où :

$$l_1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2,541}{3} \right) = 0,076$$

$$l_2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1,888}{3} \right) = 0,185$$

III - APPLICATIONS -

La méthode envisagée ci-dessus peut être résumée par les règles suivantes :

a) Le procédé technique est considéré comme satisfaisant si, des  $n$  observations de l'échantillon, aucune n'est extérieure aux limites  $x'_{1L}$  et  $x'_{1U}$ , une valeur au plus se trouve dans chacune des bandes de contrôle ( $x'_{1L}$ ,  $x'_{2L}$ ) et ( $x'_{2U}$ ,  $x'_{1U}$ ), les autres se trouvant à l'intérieur de la bande centrale ( $x'_{2L}$ ,  $x'_{2U}$ ).

b) Si les conditions ci-dessus ne sont pas remplies, la production est considérée comme défectueuse et des instructions sont données pour en rechercher la cause et prendre les mesures correctives nécessaires.

La probabilité de considérer comme non satisfaisante une production qui, en fait, se poursuit correctement est  $\alpha = 0,05$ .

### Exemple -

Dans une fonderie de fonte, on avait décidé de faire appel au contrôle statistique de la qualité du mélange de sable utilisé pour faire les noyaux dans le moulage des boîtes de vitesses.

La qualité du mélange de sable était testée au laboratoire en déterminant la perte de poids d'un échantillon de sable de poids donné, chauffé dans un creuset pendant un temps fixé. La perte de poids est proportionnelle à la quantité d'huile contenue dans le mélange.

Les variations autour de la durée prescrite pour faire le mélange avaient pour conséquence un manque d'homogénéité du mélange d'où résultait une variabilité plus grande de la teneur en huile.

Les fluctuations constatées dans la perte de poids devaient donc permettre de caractériser la variabilité de la teneur en huile et de voir si cette teneur ne s'écartait pas de manière exagérée d'une valeur considérée comme acceptable.

Les spécifications pour la réduction de poids étaient caractérisées par les valeurs :

$$T_u = 3,5\%$$

$$T_l = 2,5\%$$

Une étude préliminaire du problème avait permis de constater que sous réserve de l'emploi d'un procédé technologique correct la distribution des réductions de poids était normale et que les limites prescrites ci-dessus étaient telles que l'on pouvait valablement considérer que les valeurs extérieures à cet intervalle indiquaient un défaut technologique.

Les conditions indiquées au paragraphe I, relativement à l'emploi de la méthode des valeurs individuelles étaient donc remplies.

Chaque échantillon était constitué par  $n = 3$  observations, le seuil choisi pour le pourcentage admissible de défectueux étant  $P = 0,27\%$ , il en résultait :

$$l_1 = 9,3$$

$$l_2 = 21,1$$

d'où les limites de contrôle :

$$x'_{1u} = T_u - l_1 T = 3,5 - 0,093 \cdot 1,0 = 3,45\%$$

$$x'_{1l} = T_l + l_1 T = 2,5 + 0,093 \cdot 1,0 = 2,55\%$$

$$x'_{2u} = T_u - l_2 T = 3,5 - 0,211 \cdot 1,0 = 3,25\%$$

$$x'_{2l} = T_l + l_2 T = 2,5 + 0,211 \cdot 1,0 = 2,75\%$$

Les résultats étaient arrondis à 0,05%, compte tenu de la précision des mesures faites à 0,1% (de manière à éviter toute ambiguïté d'application dans le cas d'un résultat se plaçant exactement sur une des limites).

Un fragment de la carte de contrôle ainsi obtenue est donné fig.3. Sur cette

carte figurent aussi les signatures du contremaître indiquant qu'il a été informé d'une situation demandant une intervention.

#### IV - EFFICACITE DE LA METHODE DES VALEURS INDIVIDUELLES -

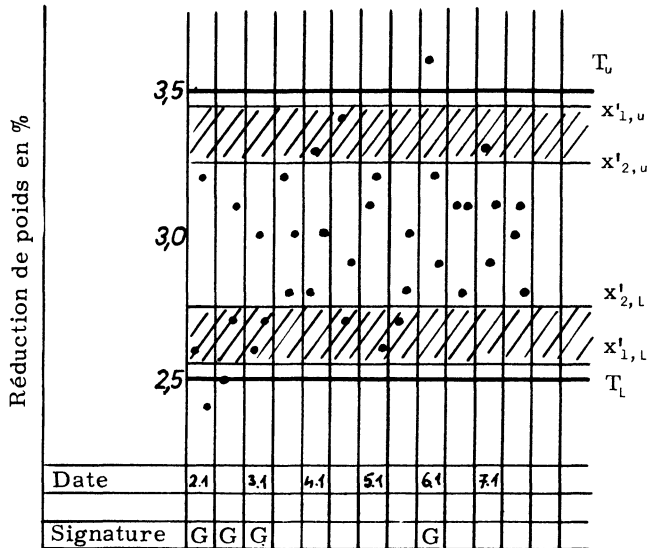


Figure 3

$\alpha = 0,05$  (et pour  $\alpha_1 = 0,005$  et  $\alpha_1 = 0,025$  dans la méthode des valeurs individuelles).

Les ordonnées donnent la probabilité de continuer à accepter les lots échantillons lorsque la valeur de la moyenne s'est déplacée de la valeur prévue  $\mu$  à la valeur  $\mu + \lambda\sigma$ .

##### 1°) Méthode des valeurs extrêmes.

Considérons la population normale  $N(0, 1)$ . Les limites de contrôle  $x_u$  et  $x_l$ , pour les valeurs maximum et minimum d'un échantillon de  $n$  observations, sont données par la relation :

$$[F(x_u; \mu = 0, \sigma = 1) - F(x_l; \mu = 0, \sigma = 1)]^n = 1 - \alpha$$

ce qui exprime la condition que, lorsque l'hypothèse  $H_0(\mu = 0; \sigma = 1)$  est vérifiée, les  $n$  valeurs se trouvent entre les limites  $x_u$  et  $x_l$  avec une probabilité  $1 - \alpha$ .

Compte tenu de la symétrie, cette relation s'écrit :

$$[2F(x_u; \mu = 0, \sigma = 1) - 1]^n = 1 - \alpha$$

Les solutions pour  $n = 4, 6$  et  $10$  et pour  $\alpha = 0,05$  sont données table 2.

Il est maintenant nécessaire de calculer la probabilité  $\beta$  que les  $n$  valeurs de l'échantillon se trouvent entre les limites  $x_u$  et  $x_l$  (c'est-à-dire la probabilité d'accepter  $H_0$ ), si c'est l'hypothèse alternative  $H_1(\mu = \lambda, \sigma = 1)$  caractérisant un déplacement  $\lambda\sigma$  de la moyenne, qui est vérifiée.

Pour comparer l'efficacité des trois méthodes :

- 1°) Valeurs individuelles
- 2°) Valeurs extrêmes
- 3°) Moyennes

il est nécessaire de calculer les courbes d'efficacité correspondantes.

Les résultats de ces calculs sont présentés dans la figure 4, compte tenu d'un déplacement égal à  $\lambda\sigma$  de la moyenne du procédé de fabrication, dont l'écart-type  $\sigma$  est supposé constant.

Les courbes d'efficacité relatives aux trois méthodes sont données pour  $n = 4, 6$  et  $10$ , pour un risque donné

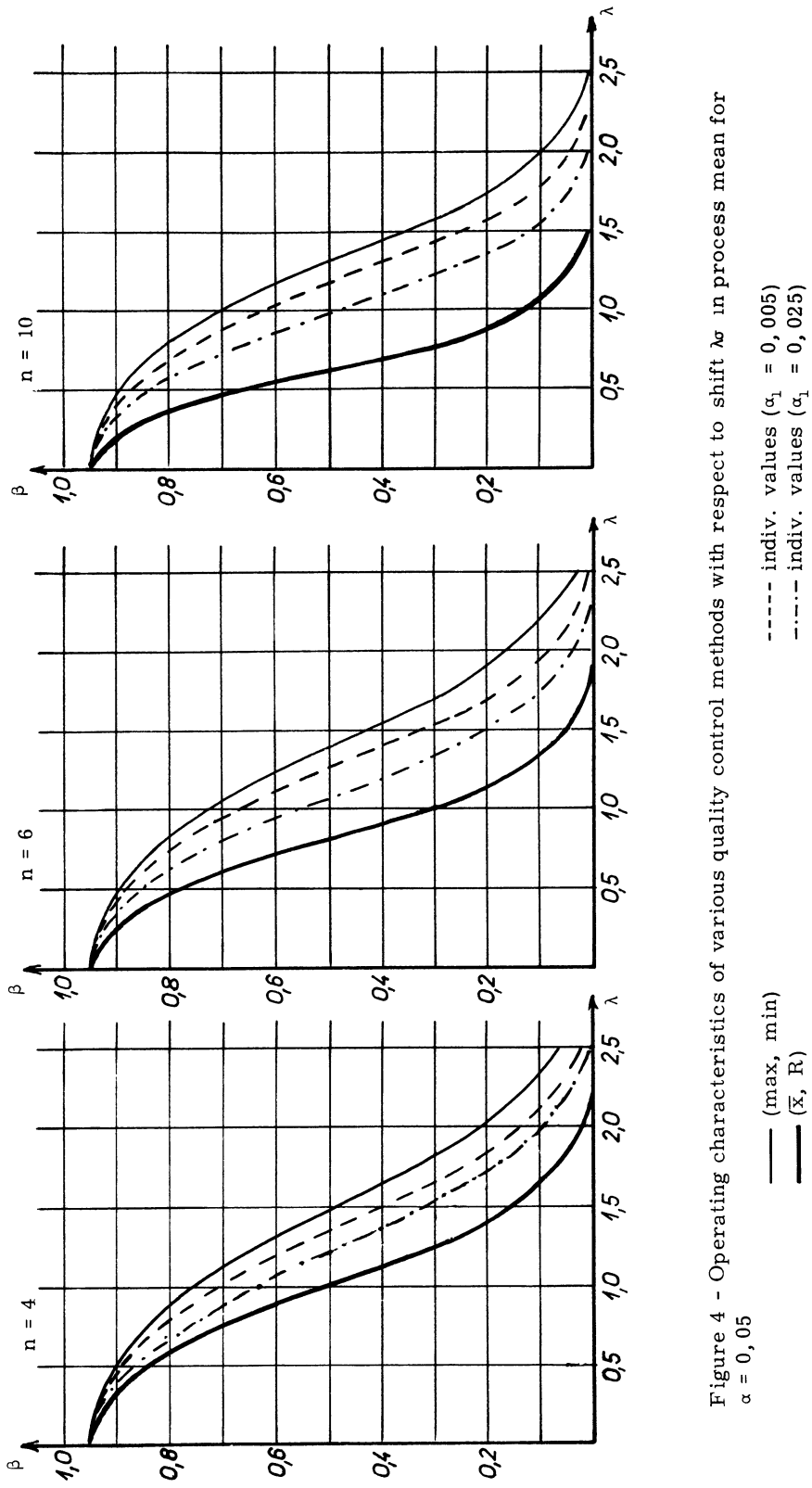


Figure 4 - Operating characteristics of various quality control methods with respect to shift  $\lambda$  in process mean for  $\alpha = 0,05$

— (max, min)  
 — (x̄, R)

----- indiv. values ( $\alpha_1 = 0,005$ )  
 -.-.-.- indiv. values ( $\alpha_1 = 0,025$ )



On a :

$$\begin{aligned}\beta &= [F(x_u; \mu = \lambda, \sigma = 1) - F(x_L; \mu = \lambda, \sigma = 1)]^n \\ &= [F(x_u + \lambda) - F(x_L + \lambda)]^n \\ &= [F(x_u + \lambda) + F(x_u - \lambda) - 1]^n\end{aligned}$$

La table 3 et les graphiques 4 donnent les valeurs de  $\beta$  pour  $n=4, 6$  et  $10$  et pour  $\lambda = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0$  et  $2,5$ .

### 2°) Méthode des valeurs individuelles.

Sur la base de l'hypothèse  $H_0$  ( $\mu = 0, \sigma = 1$ ) les limites de contrôle  $x_{1U}, x_{1L}, x_{2U}, x_{2L}$ , sont données par les équations (2) et (3). Les valeurs correspondantes pour  $n = 4, 6$  et  $10$ , pour  $\alpha = 0,05$  et pour les deux cas  $\alpha_1 = 0,005$  et  $\alpha_1 = 0,025$ , sont données table 2.

La probabilité d'accepter  $H_0$  ( $\mu = 0, \sigma = 1$ ) si l'hypothèse  $H_1$  ( $\mu = \lambda, \sigma = 1$ ) est vérifiée est :

$$\begin{aligned}\beta &= [F(x_{2U} - \lambda) - F(x_{2L} - \lambda)]^n + n [F(x_{2U} - \lambda) - F(x_{2L} - \lambda)]^{n-1} \cdot \\ &\cdot [F(x_{2L} - \lambda) - F(x_{1L} - \lambda) + F(x_{1U} - \lambda) - F(x_{2U} - \lambda)] \\ &+ n(n-1) [F(x_{2U} - \lambda) - F(x_{2L} - \lambda)]^{n-2} [F(x_{2L} - \lambda) - F(x_{1L} - \lambda)] \cdot \\ &\cdot [F(x_{1U} - \lambda) - F(x_{2U} - \lambda)].\end{aligned}$$

En raison de la symétrie, on a :

$$F(x_{iL} - \lambda) = 1 - F(x_{iU} - \lambda); \quad i = 1, 2.$$

d'où :

$$\begin{aligned}\beta &= [F(x_{2U} + \lambda) + F(x_{2U} - \lambda) - 1]^n \\ &+ n [F(x_{2U} + \lambda) + F(x_{2U} - \lambda) - 1]^{n-1} [F(x_{1U} + \lambda) - F(x_{2U} + \lambda) + F(x_{1U} - \lambda) - F(x_{2U} - \lambda)] \\ &+ n(n-1) [F(x_{2U} + \lambda) + F(x_{2U} - \lambda) - 1]^{n-2} [F(x_{1U} + \lambda) - F(x_{2U} + \lambda)] \cdot [F(x_{1U} - \lambda) - F(x_{2U} - \lambda)]\end{aligned}$$

Les valeurs de  $\beta$  pour  $n = 4, 6$  et  $10$ ,  $\alpha = 0,05$ ,  $\lambda = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5$ ; et pour les deux cas  $\alpha_1 = 0,005$  et  $\alpha_2 = 0,025$  sont données table 3 et fig. 4.

### 3°) Méthode des valeurs moyennes.

Les limites de contrôle  $\bar{x}_U$  et  $\bar{x}_L$  des moyennes d'échantillons de  $n$  observations sont, dans l'hypothèse  $H_0$  ( $\mu = 0, \sigma = 1$ ), données par :

$$F(\bar{x}_U) - F(\bar{x}_L) = 2F(\bar{x}_U) - 1 = 1 - \alpha$$

avec

$$\bar{x}_U = -\bar{x}_L = -\frac{K_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}$$

$K_{\alpha/2}$  étant la variable normale réduite correspondant au seuil de probabilité choisi  $\alpha$ .

Les valeurs de  $\bar{x}_0$  et  $\bar{x}_1$  pour  $n = 4, 6$  et  $10$ ,  $\alpha = 0,05$  sont données table 2.

La probabilité d'accepter  $H_0$  si  $H_1$  est vraie est :

$$\beta = F \{ \sqrt{n}(\bar{x}_0 + \lambda) \} + F \{ \sqrt{n}(\bar{x}_0 - \lambda) \} - 1$$

Ces valeurs de  $\beta$ , pour les valeurs ci-dessus de  $n$  et de  $\lambda$ , sont données table 3 et figure 4.

La comparaison des courbes d'efficacité confirme le fait que la méthode la plus efficace pour mettre en évidence un déplacement de la moyenne du procédé est celle basée sur les moyennes des échantillons.

La moins efficace - mais la plus simple en pratique - est celle des valeurs extrêmes.

Entre les deux se place la méthode des valeurs individuelles. Les limites de contrôle données table 1 pour  $\alpha = 0,05$  et  $\alpha_1 = 0,005$  donnent de meilleures courbes d'efficacité que la méthode des valeurs extrêmes. Cependant, il apparaît qu'une discrimination encore meilleure résulterait des limites calculées sur la base de  $\alpha = 0,05$  et  $\alpha_1 = 0,025$  (voir note, table 2).

Des études sont envisagées pour rechercher les avantages de la méthode des valeurs individuelles et, en particulier pour étudier les courbes d'efficacité compte tenu soit de variations dans l'écart-type, soit de variations simultanées dans la moyenne et l'écart-type.

#### REFERENCES

- 1 - L.I. BRAGINSKIJ - Statistical quality control in the engineering industry in Russian, Moscow, 1951.
- 2 - Mechanical Engineering Encyclopedia, vol.15, Chapter 8/in Russian/, Moscow 1951.
- 3 - Z. REZNY, A. ZALUDOVA and collective - Draft proposal of part III, revised Czechoslovak Standard "Statistical Quality Control" /in Czech/, 1956.
- 4 - B. PARDUBSKY - Statistical methods used in quality control /in Czech/, Developments in Mathematics and Physics, N°4, 1957.
- 5 - J.M. HOWELL - Control chart for largest and smallest values, Annals of Math. Stat., 1949.
- 6 - A. FONTANYI, K. SARKADI, E. VAS - Application of the theory of order statistics to statistical quality control / in Hungarian/, Publications of the Institute of Applied Mathematics of the Hungarian Academy of sciences II, 1953.

Table 1

Valeurs de  $l_1$  et  $l_2$  (exprimées en %) pour  $\alpha = 0,05$ 

n	P : Pourcentage moyen admissible de défectueux			
	2%	1%	0,5%	0,27%
3	- 2.5 <sup>(1)</sup>	2.6	6.5	9.3
	12.8	16.3	19.1	21.1
4	- 4.6	0.7	4.7	7.6
	9.4	13.4	16.4	18.5
5	- 6.3	- 0.8	3.4	6.4
	7.1	11.2	14.4	16.7
6	- 7.5	- 1.9	2.3	5.4
	5.3	9.6	12.9	15.3
7	- 8.6	- 3.0	1.4	4.5
	3.8	8.3	11.7	14.2
8	- 9.6	- 3.8	0.6	3.8
	2.6	7.2	10.7	13.2
9	-10.4	- 4.5	- 0.1	3.2
	1.6	6.3	9.9	12.4
10	-11.1	- 5.1	- 0.6	2.6
	0.7	5.4	9.1	11.7

Table 2

Limites de contrôle pour  $\alpha = 0,05$ 

n	Valeurs extrêmes	Valeurs individuelles		Valeurs moyennes
		$\alpha_1 = 0,005$	$\alpha_1 = 0,025^{(2)}$	
4	$x_U = 2.49$	$x_{1U} = 2.54$	$x_{1U} = \infty$	$\bar{x}_U = 0.98$
	$x_L = -2.49$	$x_{2U} = 1.89$	$x_{2U} = 1.49$	$\bar{x}_L = -0.98$
6	$x_U = 2.63$	$x_{1U} = 2.68$	$x_{1U} = \infty$	$\bar{x}_U = 0.80$
	$x_L = -2.63$	$x_{2U} = 2.08$	$x_{2U} = 1.71$	$\bar{x}_L = -0.80$
10	$x_U = 2.80$	$x_{1U} = 2.84$	$x_{1U} = \infty$	$\bar{x}_U = 0.62$
	$x_L = -2.80$	$x_{2U} = 2.30$	$x_{2U} = 1.96$	$\bar{x}_L = -0.62$

(1) Les valeurs négatives signifient que les limites de contrôle correspondantes sont en dehors des limites de tolérance.

(Voir note 2 à la page suivante).

Table 3

Valeurs de  $\beta$

n	$\lambda$	Valeurs extrêmes	Valeurs individuelles		Valeurs moyennes
			$\alpha_1 = 0.005$	$\alpha_1 = 0.025$	
4	0.5	0.905	0.895	0.874	0.830
	1.0	0.754	0.705	0.632	0.484
	1.5	0.496	0.400	0.316	0.149
	2.0	0.294	0.138	0.089	0.021
	2.5	0.061	0.025	0.014	0.001
6	0.5	0.900	0.888	0.858	0.768
	1.0	0.728	0.667	0.563	0.312
	1.5	0.436	0.324	0.210	0.043
	2.0	0.159	0.079	0.035	0.002
	2.5	0.028	0.008	0.002	0.000
10	0.5	0.893	0.879	0.839	0.647
	1.0	0.693	0.615	0.478	0.115
	1.5	0.361	0.234	0.117	0.003
	2.0	0.092	0.032	0.008	0.000
	2.5	0.008	0.001	0.000	0.000

(2) Pour une valeur donnée de  $\alpha$ , il existe pour  $\alpha_1$  une limite supérieure, au-delà de laquelle l'équation (2) donne pour  $F(x_{10})$  une solution inacceptable [ $F(x_{10}) > 1$ ]. La relation limite entre  $\alpha$  et  $\alpha_1$  peut être exprimée comme suit :

$$4\alpha_1 \leq \alpha + C_n^3 2(2^3 - 2^2) \epsilon_2^3 - C_n^4 3(2^4 - 2^2) \epsilon_2^4 + \dots$$

$$\dots - (-1)^k C_n^k (k - 1)(2^k - 2^2) \epsilon_2^k \dots$$

$$+ n(n - 1)(1 - 2 \epsilon_2)^{n-2} \epsilon_2^2,$$

avec  $\epsilon_2 = 1 - F(x_{20})$

Pour  $\alpha = 0,05$ , la valeur maximum acceptable de  $\alpha_1$  est très voisine de 0,025 ainsi qu'il résulte de l'équation (2) :  $F(x_{10}) = 1$  et par conséquent  $x_{10} = \infty$ .

M. Chartier m'a signalé que la courbe d'efficacité optimum de la méthode utilisant les valeurs individuelles était obtenue pour une valeur de  $\alpha_1$  inférieure au maximum possible de  $\alpha_1$ , maximum égal ici à 0,025. Cette question est l'objet de nouvelles recherches.