

JACQUES TONNELLE

Étude de quelques problèmes liés à la transposition didactique

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1991, fascicule S6
« Vième école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 53-56

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1991__S6_53_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THEME 2

Travaux dirigés : *"Etude de quelques problèmes liés à la transposition didactique"*

par Jacques TONNELLE

I.R.E.M., Aix-Marseille (C.E.T.F.I)

163, avenue de Luminy 13228 MARSEILLE Cédex 09

INTRODUCTION.

La relation didactique unit trois "objets", à savoir le professeur, l'enseigné et enfin un élément essentiel: le savoir. Mais c'est plus précisément le savoir enseigné qui va ici retenir notre attention. Cette description minimale appelle cependant quelques commentaires.

La raison pour laquelle le savoir ne peut être oublié est que très peu de ce qui se passe entre le professeur et les élèves ne peut être compris uniquement au moyen des caractéristiques du professeur et des élèves, conçus comme des sous systèmes qui agiraient indépendamment du contexte. Le problème essentiel qui surgit ici n'est pas tant de décider s'il faut inclure ou non le savoir dans la relation didactique: il y est!

A cet égard, le didacticien se trouve constamment confronté au fait que la plupart des enseignants et des noosphériens évitent apparemment la question du savoir. Pourquoi tendent-ils à éluder cette question? Ou, pour être plus explicite, pourquoi ignorent-ils spontanément le savoir et leur propre relation personnelle au savoir? Et pour être encore plus précis, pourquoi ignorent-ils non pas la relation des élèves à ce savoir mais davantage leur relation à la relation des élèves au savoir. Ces questions, prises en charge par la théorie didactique, indiquent quelques précautions à prendre dans l'analyse de la transposition didactique.

Un problème majeur de la didactique des mathématiques est celui du traitement du savoir dans le système d'enseignement. L'étude objective montre que le savoir est, d'emblée, l'ingrédient essentiel de la vie didactique. Mais c'est aussi l'ingrédient le plus fragile et dissimulé de ses constituants si on veut bien s'y référer seulement de manière allusive et indirectement. Assez étrangement, le savoir dans le système d'enseignement semble générer des attitudes ambivalentes de la part de ceux qui en sont responsables, c'est-à-dire chez ces acteurs qui sont, à vrai dire, aussi les agents du système. On peut alors observer chez ceux-ci plus qu'un sentiment d'inviolabilité et de solennité dans les réactions que le savoir inspire, comme si quelque chose à son propos devait être tenu secret. C'est précisément la tâche de la théorie de la transposition didactique de révéler et d'analyser les hiatus qu'on ne peut manquer de rencontrer entre les savoirs désignés comme "à enseigner" et les savoirs enseignés (1).

I. Problématique

Le TD voudrait organiser la rencontre des participants avec quelques aspects particuliers de la transposition didactique, plus précisément avec cette partie du travail transpositif qui vise à fournir une "bonne" légitimité du savoir enseigné par rapport au savoir mathématique correspondant.

Pour réaliser cette rencontre, on adoptera la problématisation suivante: Soit une notion enseignée suffisamment connue. On envisagera à son propos un travail (réel ou invoqué) autour de quelques questions simples: D'où vient cette notion? Quand apparaît-elle dans le système didactique? Quelles transformations subit-elle pour y vivre? Avec quels objets entre-t-elle en interrelation? Quels effets didactiques son introduction produit-elle?

(1) A ce propos on pourra consulter: Chevallard Y. (1988), *On didactic transposition theory: some introductory notes*, Intervention faite au congrès de Bratislava

II. Le travail transpositif

2.1 Le problème de la ressemblance

De manière générale, le savoir enseigné doit ressembler au savoir savant. C'est une des conditions essentielles qui pèsent sur la structure du savoir enseigné, et que décrit la théorie de la transposition didactique. Cependant les critères de ressemblance du savoir enseigné au savoir savant ne font pas l'objet d'un donné intemporel que la noosphère se proposerait d'accréditer une fois pour toutes. Ces critères de ressemblance varient dans le temps sous l'effet d'un faisceau de contraintes dont l'écheveau reste à démêler. Ces critères n'ont d'ailleurs que peu d'objectivité. Car, en effet, le savoir savant n'est pas le résultat d'un choix clair et distinct, mais l'effet d'un processus complexe par lequel, à côté de créations didactiques propres, des éléments pris au savoir savant sont transformés et adaptés aux lois de la sphère didactique (2)

2.2 Les emblèmes de l'activité mathématique

En général, la ressemblance va se négocier puis s'établir pour un temps sur des noms, des étiquettes, c'est-à-dire sur des signifiants, au sens large. Et parmi ceux-ci, il va y avoir des étiquettes qui seront fonctionnellement beaucoup plus importantes que d'autres. On ne peut pas prévoir a priori ce que seront celles-ci. Il faut en analyser la genèse dans les propositions noosphériques.

Ces étiquettes particulières seront appelées des emblèmes. Par exemple: ξ , η , $\sum$, $\int$ seront emblématiques du fait que l'on se livre à une activité mathématique. Le premier emblème c'est de prétendre: " j'enseigne des mathématiques". Pour que cet enseignement fonctionne, il va falloir que se réalise le refoulement collectif du phénomène de transposition didactique lui-même. C'est la condition nécessaire et minimale pour que fonctionne le jeu par lequel la société va croire qu'elle réalise son projet (d'enseignement des mathématiques)... Jusqu'au jour où les distorsions engendrées par le traitement didactique du savoir feront que ce jeu sera dénoncé. On le voit, on est ici au coeur des problèmes de transposition.

Et précisément, il y a dans l'histoire du système d'enseignement des périodes où cette duperie est tenable, et d'autres où il y a crise. Et la réforme des maths modernes a été la solution introduite pour résoudre une telle crise. On a estimé, à la fin des années soixante, que ce qu'on faisait dans l'enseignement secondaire français sous le nom de mathématiques ne méritait plus ce nom. L'activité mathématique dans les classes a été décrédibilisée, et a été l'objet de soupçons. La distance entre les savoirs enseignés et le savoir apparaissait comme beaucoup trop grande...

On s'intéressera dans le TD à un thème enseigné actuellement au lycée dans le cadre de l'analyse. On montrera comment le traitement didactique de ce thème produit des situations favorisant certaines distorsions et entraînant certaines pathologies. Les phénomènes qui seront mis à jour permettront de faire quelques hypothèses sur l'évolution dans le temps de la nécessaire distance entre le savoir savant et le savoir enseigné.

(2) Pour illustrer ce propos, il faut lire: Rajoson L. (1988), *L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique: trois études de cas*, Thèse de 3^e Cycle en Didactique des Mathématiques, Université d'Aix-Marseille II

2.3 L' exemple de l'analyse

Il y a dans l'enseignement mathématique du lycée une partie que l'on appelle l'analyse. Mais qu'est-ce que faire de l'analyse au lycée? Il est probable que ce que fait le mathématicien qui se dit analyste, et ce que fait le professeur de mathématiques dans le cadre de l'enseignement de l'analyse au lycée n'ont rien de commun. Néanmoins, on va trouver de la ressemblance. Il faut donc essayer de s'entendre sur les signes de la ressemblance, bien que manifestement ce ne soit pas pareil. Il va falloir que les mathématiques enseignées soient ressemblantes par rapport aux emblèmes de l'analyse.

Cette description est générale. Mais il arrive que les signes emblématiques changent... Alors on ne mesure plus la ressemblance avec les mêmes critères. Que se passe-t-il?

Le premier exercice auquel on peut se livrer à propos de l'analyse est celui-ci: A quoi reconnaît-on a priori que l'on fait de l'analyse en mathématiques? Quels sont les emblèmes de l'analyse?

III. Analyse d'un épisode didactique

3.1 Le travail de la noosphère

Un évènement historique pour l'enseignement de l'analyse est la parution, en 1968, du "Calcul infinitésimal" de J. Dieudonné. Dans la préface de son livre, il va redéfinir les signes de la ressemblance, c'est-à-dire les emblèmes de l'analyse. Calculer en analyse, dit-il en substance, c'est: "Majorer, Minorer, Approcher". Les personnes qui s'intéressent à l'enseignement des mathématiques ne peuvent ignorer ce qu'un mathématicien de la stature de Dieudonné leur dit: si les étudiants n'apprennent pas à majorer, minorer, approcher, il ne font pas de l'analyse. Cette redéfinition de l'activité "faire de l'analyse" va alors travailler dans la noosphère. Et en 1981, les nouveaux programmes de seconde officialisent les mots cités: Majorer, Minorer, Approcher.

Faisons l'hypothèse que l'enseignement de l'analyse ait été, avant 1981, soupçonné de ne plus ressembler à l'analyse, et qu'une distance "critique" ait été dépassée (Il faudrait travailler cette hypothèse, ou tout au moins envisager les moyens de la valider). Il a donc bien fallu manipuler les mathématiques enseignées (ici les objets de l'analyse au lycée) pour que cette distance redevienne viable, c'est-à-dire pour qu'elles puissent être regardées de l'extérieur comme étant des mathématiques, pour qu'elles soient à nouveau suffisamment "proches" du savoir savant.

Un certain nombre de modifications vont permettre de faire que dans la mise en représentation des mathématiques enseignées apparaissent les emblèmes désignés: majorer, minorer, encadrer. Alors se met en place une construction du savoir enseigné mettant en valeur ces emblèmes...

3.2 Pathologies engendrées

Mais ces modifications ne peuvent être dictées par les seuls impératifs de la ressemblance. La vie des objets dans la classe dépend d'autres lois, celles qui gouvernent tout enseignement (et apprentissage) d'une notion mathématique dans une institution donnée. Celles-ci s'avèrent incontournables. On aboutit alors à un paradoxe qui peut être décrit ainsi.

Certains objets (MMA par exemple) sont introduits dans le but de diminuer la distance entre les mathématiques enseignées et les mathématiques savantes. Mais, du fait même de cette introduction, une nouvelle distance est recréée. Pourquoi cela? Bien sûr les objets se ressemblent, mais leur intervention dans la sphère didactique nécessite la création d'un univers de gestes mathématiques où s'introduisent de notables différences là où le mathématicien n'en verra aucune.

Ainsi naissent des pathologies dans le traitement didactique du savoir: on maintient en vie des objets et des façons de faire très sensibles à de petites variations formelles. Cette fragilité ne favorise pas l'émergence de techniques dont l'élève pourra s'emparer pour se faire la main puis devenir "bon élève" sur une classe donnée d'exercices.

3.3 Illustration

Un des cas simples où on majore, on minore et on approche au lycée est celui des suites. C'est particulièrement vrai dans le cas des suites qui convergent vers 0. Cet exemple sera longuement détaillé au cours du TD, car il permet de faire apparaître des phénomènes en accord avec les analyses qui précèdent...

3.4 Conclusion

Pour que le savoir puisse vivre comme savoir enseigné, il faut qu'il apparaisse comme fidèle au savoir à enseigner. Il lui faut alors assumer certains traits de ressemblance. Quand les critères de la ressemblance changent, il faut qu'il change aussi. Et le traitement didactique de ce savoir joue un rôle primordial dans l'évolution temporelle de la distance entre savoir savant et savoir enseigné.

IV. Problèmes de transposition didactique

Les développements précédents ont pour objectif de mettre en valeur la notion de problème de transposition didactique, à travers le thème étudié "Majorer, Minorer, Encadrer".

Après avoir rendu présents certains objets et certains phénomènes, on peut envisager de dégager une classe homogène de problèmes didactiques relatifs aux diverses manipulations qui sont faites de ces objets. Le but de ce travail est d'enrichir cette classe à l'aide d'autres questions, puis d'envisager une technique d'étude de ces problèmes.

Voici un embryon de cette classe de problèmes:

Problème 1:

Dans l'évolution du corpus enseigné (ou du curriculum), comment identifier les moments où il y a une action de la noosphère pour réduire la distance entre savoir savant et savoir enseigné?

Problème 2:

Quels sont les effets de l'introduction d'un objet o sur la distance entre savoir savant et savoir enseigné?

Problème 3:

Quelle est la perturbation de la distance au savoir savant qu'introduit le thème MMA ?

Problème 4:

Quelle est l'évolution dans le temps de la distance au savoir savant qu'introduit le thème MMA ?
