

A. GILLOIRE

Quelques points sur l'histoire de la théorie de l'information

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1981, fascicule 2

« Séminaire d'histoire des mathématiques au XXe siècle », , exp. n° 6, p. 1-5

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1981__2_A6_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

- QUELQUES POINTS SUR L'HISTOIRE DE LA THEORIE DE L'INFORMATION -

par A. GILLOIRE

L'information peut être définie de façon suffisamment générale comme ce qui fait la différence entre le connu et l'inconnu lors d'un échange entre deux entités, par exemple un observateur et le monde extérieur.

La notion d'évènement ayant une chance plus ou moins grande de se produire est donc sous-jacente au concept d'information : aussi le formalisme de la théorie de l'information est-il naturellement celui du calcul des probabilités.

La théorie de l'information a pris corps en tant que telle dans le cadre du développement des télécommunications ; devenue depuis autonome, elle a été appliquée de façon pertinente à des domaines aussi variés que la physique, la statistique, la biologie, les sciences humaines. Si dans la technique des télécommunications elle fournit la solution à certains problèmes (codage et transmission de messages), son rôle dans la démarche scientifique est plutôt d'ordre méthodologique en donnant des règles pour formuler correctement les questions, et non directement des résultats.

Une étude historique de la naissance et du développement du concept d'information dans les sciences exactes peut partir de la thermodynamique statistique pour aboutir aux applications techniques dans les télécommunications : c'est le schéma qui sera suivi ici.

1- Entropie, information et développement de la thermodynamique statistique

La thermodynamique se propose de décrire l'évolution de l'"état" d'un "système" au cours d'une "transformation". On a été amené à distinguer transformations réversibles et irréversibles : l'introduction du concept d'entropie par CLAUSIUS permet de caractériser une transformation irréversible par un accroissement de cette grandeur attachée au système en évolution. Lord KELVIN associe à l'augmentation d'entropie une dégradation de l'énergie : en particulier, une transformation réversible ne dégrade pas l'énergie, et un système capable de fournir une énergie "noble" (mécanique, électrique) possède des déséquilibres internes, c'est-à-dire une non-uniformité de ses grandeurs caractéristiques (pression, température, potentiel électrique) en chacun de ses points.

Les progrès de la conception atomiste au XIX^e siècle ont conduit à envisager les systèmes physiques comme des ensembles de particules ayant des comportements (mouvements) individuels, dont ne sont accessibles à l'expérimentateur que les effets macroscopiques moyens ; cette démarche incluait naturellement le raisonnement probabiliste, fondant ce que l'on pouvait alors appeler la thermodynamique statistique.

On admet alors que l'état d'un système d'un instant donné est la donnée de l'ensemble des positions et des vitesses des particules à cet instant, tous les états étant théoriquement accessibles à la mesure (ce qui ne sera pas le cas dans la théorie quantique). Pour un système isolé (ensemble micro-canonique) l'énergie totale est constante, et à l'équilibre il est raisonnable de supposer qu'il existe une symétrie dans le comportement des particules, traduite par le fameux "principe du bilan détaillé" : en conséquence, tous les états sont équiprobables et les quantités de mouvement des particules ont la même distribution statistique, dite de MAXWELL-BOLTZMANN.

La prise en compte de l'hypothèse quantique conduit avec plus de naturel à la notion d'états accessibles dénombrables de "complexions élémentaires" en nombre Ω ; il est alors possible de montrer que l'entropie du système isolé à l'équilibre est de la forme : $S = k \log \Omega$ (formule de BOLTZMANN-PLANCK). L'énoncé du "Théorème H" par BOLTZMANN établit une sorte de pont entre la thermodynamique classique et la thermodynamique statistique :

dans une transformation irréversible, l'entropie croît : l'évolution se fait vers l'état d'équilibre où l'entropie est maximale ; l'incertitude sur l'état microscopique du système est maximale également : l'entropie mesure ainsi le manque d'information sur le système dans ses détails.

La résolution du paradoxe du démon de MAXWELL par SZILARD en 1929 fait apparaître très nettement l'équivalence entre l'entropie au sens thermodynamique et l'information que l'expérimentateur doit obtenir pour agir sur le système. Le démon de MAXWELL, capable de trier les molécules froides et chaudes dans une enceinte fermée, diminue l'entropie du système isolé, violant ainsi le second principe de la thermodynamique : ceci constitue l'essence du paradoxe. Imaginant un dispositif ingénieux, SZILARD montre au moyen de considérations physiques que l'énergie nécessaire pour observer la molécule, et qui est donc apportée au système, se traduit par un accroissement de l'entropie de celui-ci ; cet accroissement est au moins égal à l'espérance mathématique du logarithme des probabilités de trouver la molécule dans l'un ou l'autre compartiment du dispositif. Ce raisonnement a eu une importance capitale dans l'établissement du concept moderne d'information.

2- La théorie mathématique des communications (SHANNON, 1948)

Rappelons les trois niveaux du problème des communications, tel que posé par WEAVER :

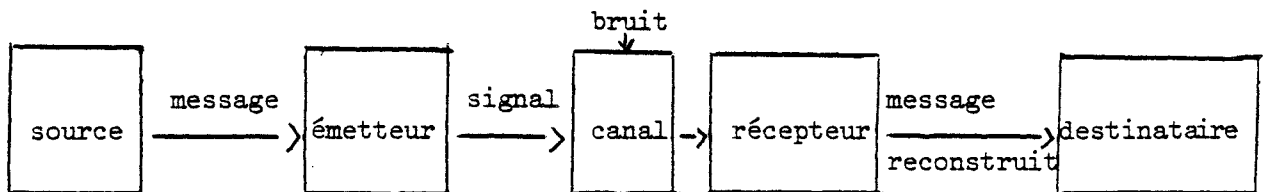
- niveau A (technique) : quelle peut être la qualité de la transmission ? (quelle confiance peut-on accorder aux symboles reçus ?)

- niveau B (sémantique) : les symboles utilisés sont-ils capables de porter toute la signification du contenu du message ?

- niveau C (efficacité) : le contenu sémantique du message affecte-t-il la conduite du destinataire dans le sens désiré ?

SHANNON se limite au niveau technique, déjà fort complexe.

La chaîne de transmission est représentée comme suit :



source : définie par ses propriétés statistiques (ex: chaîne de Markov dans le cas d'une source discrète) ; caractérisée par son entropie $H = \sum_i p_i \log p_i$,

p_i : probabilité que le symbole i soit émis.

émetteur et récepteur : adaptent la source au canal et le canal à sa destination. L'émetteur réalise un codage de la source, le récepteur un décodage du signal transmis par le canal.

SHANNON distingue le canal sans bruit où les symboles reçus sont identiques aux symboles émis, et le canal avec bruit où on observe des "erreurs".

Le théorème fondamental pour un canal sans bruit montre qu'il est possible de transmettre un nombre de symboles par seconde aussi proche que l'on veut de la limite $\frac{C}{H}$, où C est la "capacité" du canal en unités d'information par seconde (H étant mesuré en unités d'information par symbole). Dans le cas du canal avec bruit, le taux limite de symboles transmis par seconde est réduit d'une quantité appelée ambiguïté, ou, en d'autres termes, pour transmettre un taux donné de symboles par seconde on doit protéger le message (codes correcteurs d'erreurs, redondance). SHANNON aboutit donc à des résultats techniquement utilisables, sur lesquels s'est basé le développement moderne des transmissions à distance de messages de toutes sortes.

BIBLIOGRAPHIE :

Science and Information Theory, par L. BRILLOUIN -
Academic Press, 2e éd., 1962.

Principles of statistical Mechanics : the Information Theory approach,
par A. KATZ - Freeman, 1967.

The mathematical Theory of communications, par C.E. SHANNON et W. WEAVER -
Illini Books, 4e éd., 1969 (édité récemment en français).

Voir aussi : IEEE Transactions on Information Theory, publié 4 fois par an.