Rhematische Graphen: Über Peirce' Theorien der diagrammatischen Nachbildung von Propositionen

Constantin von Pückler
Technische Universität Berlin

Résumé. Depuis que les recherches sur l'AI ses concentrent sur les qualités formelles des structures conceptuelles, la théorie de Charles Peirce qui voudrait developper la logique de la future avec ses Graphs Existenciels (EG) semble finalement justifié. Ce qui suit présente avec les "Graphs Rhématiques" (RG) le fondement catégorique des EG et range les RG au cadre d'une sémiotique fondée sur une logique relationelle. Les RG figurent des prédicats indécomposables et leurs connections par lignes d'identité. Ce qui concerne la connectivité, on peut distinguer des modes extensifs, réflexifs, recursifs et diminuitifs. La reconstruction de deux exemples, à partir desquels Peirce établit sa thèse de l'élémentarité des relations triadiques, va permettre également de juger le potential et les limites des RG.

Abstract. Now that research of AI has begun to concentrate itself on the formal qualities of conceptual structures, Charles Peirce's confidence of having designed the logic of the future with his theory of Existential Graphs (EG) seems to be finally justified. The following presents the "Rhematical Graphs" (RG) as the categorical foundation of EG and puts them in line with semiotics resting on the logic of relations. RG depict indecomposable predicates and their connections by lines of identity. Among the latter, one can distinguish between extensive, reflective, recursive and diminuitive modes. By means of reconstructing two examples Peirce discussed to establish his thesis of the elementarity of triadic relations the potential and limitations of RG will be judged.

Philosophia Scientiæ, 4 (2), 2000, 67–131.

Zusammenfassung. Seit die KI-Forschung sich den formalen Eigenschaften begrifflicher Strukturen zugewandt hat, scheint Charles Peirce' Zuversicht, mit der Theorie der Existenziellen Graphen (EG) die Logik der Zukunft entworfen zu haben, nicht mehr völlig unbegründet. Im folgenden werden mit den "Rhematischen Graphen" (RG) die kategorialen Grundlagen der EG aufgewiesen und in den Rahmen einer relationenlogisch fundierten Semiotik gestellt. Die RG bilden nicht weiter zerlegbare Prädikate und ihre Verknüpfungen durch Identitätslinien ab. Dabei werden erweiternde, reflexive, rekursive und diminuitive Verknüpfungsformen unterschieden. Im Zuge der Rekonstruktion zweier Beispiele, mit denen Peirce die These von der Elementarität triadischer Relationen erhärtet, werden die Potentiale und Grenzen der RG ausgelotet.

1. Einleitung: Zur Aktualität logischer Diagramme

Vor etwas mehr als einhundert Jahren entwarf Charles Sanders Peirce mit den *Existenziellen Graphen* (EG) einen logisch-semiotischen Symbolismus zur Darstellung der Strukturen der Beziehungen, die zwischen prädikativen Funktionen und Aussagen (Prädikatenlogik, β–Teil der EG) und zwischen Aussagen und deduktiven Schlußfolgerungen bestehen (Aussagenlogik, α–Teil der EG). Aus einem einzigen Axiom leitete er ein System zweidimensionaler, nicht-linearer Graphen ab. Es vermag alle aus den Kalkülen der Quantoren- und der Junktorenlogik vertraute Operationen zu veranschaulichen. Daß mit diesem Werkzeug eine konsistente deduktive Logik erster Ordnung mit Identität entwickelt werden kann, wurde von Don Davis Roberts (vgl. 1973, 139ff.) demonstriert und von Hilary Putnam (vgl. 1982, 298) neuerlich in Erinnerung gerufen. Ungeachtet der zentralen Bedeutung, die Peirce seiner graphischen Notation nach der Jahrhundertwende beimaß (vgl. SS 3, 186 (1906); NEM 3, 885 (1908)) [1] und im Unterschied zu den Ergebnissen der logisch-algebraischen Untersuchungen aus der Periode zwischen 1870 und 1885, findet das System der EG in Werken zur Geschichte der Logik nur selten Erwähnung. Selbst große Monographien zum Gesamtwerk von Peirce unterschlagen entweder die graphischen Notationen (vgl. etwa Feibleman 1946; Murphey 1961) oder marginalisieren sie als Teil eines gescheiterten Versuchs, die Geltung von Peirce' idealistischer Variante des Pragmatismus zu beweisen (vgl. Hookway 1985, 258ff.). Dem Anspruch, den Peirce mit den EG verbindet — „ein bewegtes Bild des Denkens" zu entwerfen (CP 4.11

1. Die Siglen zu Peirce' Schriften werden im Literaturverzeichnis entschlüsselt. Wie allgemein üblich, werden die Belegstellen aus CP durch eine Ziffer für den Band und eine für den Paragraphen indiziert, welche Ziffern durch einen Punkt getrennt werden. Die hinter der Sigle MS stehende Ziffer verweist auf die Numerierung, mit deren Hilfe Richard Robin in seinem annotierten Katalog den in der Houghton Library in Harvard befindlichen Nachlaß ordnet (vgl. Robin 1967).

(1906)) und auf diese Weise die Konstitution des Wissens zu klären und zugleich diejenige der Phänomene, auf die es sich bezieht (vgl. CP 4.584 (1906)) —, werden diese Autoren nicht gerecht.

Dieses Versäumnis kompensieren die Untersuchungen von J. Jay Zeman (1964; 1967; 1968), Roberts (1973; 1997), Pierre Thibaud (1975), J.A. Faris (1981) und Kenneth Laine Ketner (1981; 1986a; 1986b). John F. Sowa (1984, 69ff.; 1997) hat ein System von „Conceptual Graphs" entworfen, das sich stark an Peirce' Formalismus anlehnt. Es gestattet, Repräsentationen von begrifflichen Strukturen in Programmiersprachen einzubringen und Rechnern zu implementieren. Seither hat sich die Arbeit an und mit „Begriffsgraphen" zu einer fruchtbaren Disziplin an der Schnittstelle von Philosophie, Logik, Informatik, Linguistik und Psychologie entwickelt (vgl. Nagle et al. 1992; Pfeiffer et al. 1993; Tepfenhart et al. 1994; Ganter/Wille 1997). Es wird heute allgemein anerkannt, daß Diagramme zumindest ebenso gut geeignet sind wie algebraische Kalküle, um Logik zu betreiben (vgl. Shin 1994; Glasgow et al. 1995; Allwein/Barwise 1996). Dagegen wird die Möglichkeit einer „heterogenen Logik", die, hierin der „Begriffsschrift" von Gottlob Frege (1879) ähnlich, graphische und algebraische Symbole verbindet, kontrovers diskutiert (vgl. Barwise/Etchemendy 1991; 1995). Durch die Forschung zur künstlichen Intelligenz angeregt, haben sich neuerdings auch Philosophen verstärkt dem Studium der EG zugewandt (vgl. Müller 1999, 147ff.; Schönrich 1999).

Das erwachende Interesse an graphischen Notationen für prädikaten- und aussagelogische Zusammenhänge bedürfte einer philosophiegeschichtlichen Reflexion ihrer spätestens bei Euler (1761, 114ff.) einsetzenden Entwicklung. Als Beitrag zu dieser Aufgabe stehen hier die diagrammatischen Vorläufer der ausgereiften Notation der EG zur Debatte, deren Spuren bis in die 1860er Jahre zurückweisen. Ein Leitmotiv beeinflußt Peirce' Denken von der frühen Definition des Zeichens als triadische Relation über die ersten Experimente mit einer graphischen Notation für Propositionen, die ich *„Rhematische Graphen"* (RG) nenne, bis zur Darlegung des Systems der *„Entitativen Graphen"* im „Monist" 1897 und zur unmittelbar darauf folgenden Umstülpung ihrer Verneinungskonvention, die den α-Teil des Systems der EG hervorbringt. Es entspringt der Überzeugung, zeichenverfaßte Denkvorgänge seien Darstellungsweisen zugänglich, die „uns von den Zufälligkeiten der Rede befreien" (CP 3.636 (1911)) und eine intersubjektiv überprüfbare Nachbildung des Zusammenspiels der unzerteilbaren Elemente mentaler Prozesse ermöglichen soll.

Schlußfolgernde Erkenntnis präsentiert sich dieser Überzeugung als Beziehungsgeflecht kleinster semiotischer Einheiten, die als Bausteine von Gedankenexperimenten dienen. Diese zugleich analytische und experimentelle Einstellung bringt einen Denkstil hervor, den Peirce „theorematische Überlegung“ nennt (NEM 3, 275f. (1895)). Er umfaßt zwei Schritte: Zunächst werden zusammengesetzte Aussagen und deduktive Schlußfolgerungen, die sich über ihnen bilden, durch eine ikonische Nachbildung der Beziehungen zwischen ihren konstitutiven Elementen dargestellt (vgl. CP 3.556 (1898); CP 4.233 (1902)). An den entstehenden Diagrammen werden sodann wahrheitsbewahrende Transformationsexperimente (vgl. SS 3, 133f. (1906)) mit dem Ziel angestellt, durch die Beobachtung der Ergebnisse dieser Umwandlungen Relationen an dem graphisch dargestellten Satz oder Schluß zu entdecken, die zuvor hinter seiner sprachlichen Hülle verborgen waren (vgl. CP 3.363 (1885); CP 2.227 (1897)). Unter einem Diagramm verstehen wir allgemein eine aus nicht weiter zerlegbaren Einheiten — den Graphen — zusammengesetzte bildliche Darstellung eines komplexen Sachverhalts oder, um mit Peirce zu sprechen, ein Zeichen, „das in erster Linie ein Ikon von Relationen ist und darin durch Konventionen unterstützt wird“ (SS 2, 98 (1903)). Ein logisches Diagramm ist eine flächige geometrische Figur, deren Teile in einer räumlichen Beziehung zueinander stehen, die der Struktur der darzustellenden logischen Aussage ähnelt (vgl. Gardner 1958, 28). Nach dieser Definition ist die Rede von Existenziellen *Graphen* mißverständlich, denn Peirce' „Bilder des Denkens“ sind aus unzerlegbaren Elementen komponierte komplexe Gebilde, also Diagramme.

Bekanntlich wählte Peirce als junger Mann mit einigem Erfolg die algebraische Form der Darstellung von Äußerungen und den Gedanken, durch die sie verursacht werden, sowie von den Sachverhalten, für die sie stehen (vgl. SS 2, 99ff. (1903)). Von den frühen 1880er Jahren an führte er diagrammatische Darstellungsformen zunächst neben der logischen Algebra ein, bis diese vom System der EG — einer nach der Ansicht der Mehrzahl der Rezipienten weniger brauchbaren Notation — völlig verdrängt wurde. Der folgende Abschnitt des Artikels (2.) vermittelt durch eine Erörterung der Gründe dieser Umstellungen erste Einsichten in das Wesen einer „als Semeiotik betrachteten Logik“ (CP 4.9 (1906)) — so der Titel eines der zahlreichen unvollendeten Buchprojekte von Peirce (vgl. S&S 80 (1908)) — sowie in den Nutzen, den Graphen und Diagramme für eine solcherart erweiterte Logik erbringen. In einem Abschnitt zur Entwicklung der graphischen Notation bei Peirce (3.) werden deren Vorläufer in der Theorie des Zeichens verortet, die Peirce von 1866 an auf das Fundament einer irreduzibel dreistelligen semiotischen Relation gestellt hat — eine Überzeugung, die er zeitlebens beibehalten sollte.

Das Hauptanliegen meines Beitrags ist eine systematische Exposition der graphischen Notation der internen Struktur affirmativ behaupteter Aussagen und der einzigen Regel der Verknüpfung von Begriffen, der sie folgt (4.). Hier werden die prädikativen Funktionen von Propositionen als rein formale Beziehungsgefüge rekonstruiert. Es ist erstaunlich, daß der begnadete Sprachschöpfer Peirce für die graphische Notation von Begriffen, die zu Diagrammen von vollständigen Aussagesätzen verknüpft werden, keinen eigenen Namen erfunden haben soll [2]. Ich schlage vor, sie Doktrin der „Rhematischen Graphen" (RG) zu nennen [3] und neben einer Standardform der Bildung zusammengesetzter RG „diminuitive" und „rekursive" Varianten der Konstitution von Graphenkomplexen zu unterscheiden. Die Exposition wird durch einige heuristische Überlegungen zur Kompatibilität der Systeme Rhematischer und Existenzieller Graphen beschlossen (5.). Sie kreisen um die Rekonstruktion zweier alternativer Reduktionen der scheinbar tetradischen Beziehung '— verkauft — an — zum Preis —', die Peirce in propositionaler (vgl. CP 7.537 (o.J.)) und graphischer Form darstellt (vgl. NZ 388 (1898)).

2. Die Vorzüge graphischer Notationen

2.1. Mathematik und Logik

Peirce klassifiziert die Wissenschaften gemäß Auguste Comtes Hierarchisierungsregel, daß die jeweils nachgeordnete Wissenschaft ihre regulativen Prinzipien der ihr vorgeordneten entnimmt, während diese, um ihre induktiven Schlüsse empirisch zu verifizieren, die ihr jeweils nachgeordnete Wissenschaft konsultiert (vgl. PLZ 39 (1903)). In „The Regenerated Logic" von 1896 rangiert die Mathematik vor der Logik [4] (vgl. CP

2. Möglicherweise hat Peirce seine Theorie für zu trivial erachtet, um sie ausführlicher zu thematisieren (vgl. Ketner 1986a, 377).

3. Peirce erkennt allerdings nach der Jahrhundertwende nur solche Darstellungen prädikativer Funktionen als Graphen an, die mit einer bestimmten Anzahl von Individuen verbunden sind, so daß keine der zugehörigen Variablen ungebunden bleibt (vgl. CP 4.461 (1903)). Graphen, die diese Bedingung nicht erfüllen, gelten ihm als „unanalysierte Expressionen" (CP 4.473 (1903); vgl. SS 3, 172 (1906)). Da jedoch aus der Obligation, die prädikative Funktion durch Anbindung von Konstanten vollständig zu „sättigen", der Verzicht auf die Diagrammatisierung von Aussagen folgt, die unabhängige Variablen enthalten (vgl. Roberts 1973, 49; 115), mag mein Vorschlag Gehör finden, obwohl er eingestandenermaßen Peirce' „Ethik der Terminologie" (vgl. PLZ 45ff. (1903)) zuwiderläuft.

4. Hier soll nicht unterschlagen werden, daß Peirce die Frage nach der Einheitlichkeit der Untersuchungsgegenstände der logisch-semiotischen Analyse nach der

3.428). Diese Priorität kann die Mathematik nur behaupten, wenn bei ihrer Grundlegung nicht auf die logische Unterscheidungen, etwa diejenige von Quantität und Qualität, zurückgegriffen werden muß. Charles Peirce' Vater Benjamin hatte 1870 die Mathematik als Wissenschaft definiert, die notwendige Schlüsse zieht (vgl. CP 3.558 (1898); CP 4.229 (1902)). Als solche ist sie abstrakter als die Logik, denn ihre Objekte sind „Schöpfungen unseres eigenen Geistes“ (VP 111 (1903)), deren Übereinstimmung mit irgendeiner Wirklichkeit ganz unerheblich ist (vgl. CP 5.567 (1901); PLZ 39 (1903)). Und sie ist allgemeiner als die Logik, da nicht-notwendige Schlüsse (Induktionen und Abduktionen) als Derivate der Deduktion betrachtet werden müssen (vgl. NZ 322ff. (1906)).

Das allgemeinste aller vorstellbaren Untersuchungsfelder bearbeitend, bringt die Mathematik Hypothesen hervor, deren Geltungsanspruch sich auf Verhältnisse bezieht, die in jeder vorstellbaren Welt bestehen würden (vgl. CP 1.417 (1896)). Als Praxis deduktiven Schlußfolgerns ist die Mathematik an der Verkürzung und Erleichterung der Schlußverfahren und an der Entwicklung eines Kalküls interessiert, der wiederkehrende Folgen von Schlüssen zusammenfaßt (vgl. CP 4.373 (1901)). Dagegen insistiert die Logik, sofern sie mit Peirce als Theorie des deduktiven Schließens bestimmt wird, auf einer möglichst lückenlosen Darstellung aller Schritte des illativen Übergangs von den Prämissen zur Konklusion (vgl. CP 4.239 (1902); CP 4.370 (1903); NEM 3, 527f. (o.J.)). Soll das mathematische „knowing that“ des deduktiven Schließens in ein logisches „knowing how“ überführt werden, wird die minutiöse Suche nach den elementaren Grundeinheiten der Schlußfolgerungsprozesse wie der Propositionen, über denen sie sich entfalten, zur vornehmsten Pflicht des Logikers. Jede Komplexion einer zunächst einfach erscheinenden Schlußform ist ihm willkommen.

Jahrhundertwende „phänomenologisch“ (vgl. SS 1, 385 (1902); VP 19ff.; SPP 543 (1903)) oder „phaneroskopisch“ beantwortet (vgl. CP 1.284 (1905); SS 3, 113f. (1906); zur Begriffsgeschichte vgl. de Tienne 1993). Wird die Phänomenologie als Ort einer gleichberechtigten Zusammenkunft von Verkörperungen der Möglichkeit, der Wirklichkeit und der Notwendigkeit begriffen, begründet sie als erste philosophische Disziplin die „Normativen Wissenschaften“ Ästhetik, Ethik und Logik (vgl. PLZ 39ff. (1903); SS 1, 71 (1904)). In der Begründungshierarchie folgen nunmehr die Prinzipien der Phänomenologie anstelle derjenigen der Logik auf die deduktiven Schlüsse der Mathematik. Der „semiotische Idealismus“ (vgl. McCarthy 1984) des alten Peirce hält mit „Phänomen“ oder „Phaneron“ einen Oberbegriff bereit, dem jedes relational strukturierte Etwas subsumiert werden kann. Für die Einzelheiten der Umstellung der Architektonik der Wissenschaften vgl. die Monographie von Beverly Kent (1987).

2.2. Ikonizität, Analytizität, Simplizität

Bevor die Vorzüge einer formalen Notation erörtert werden, muß sie zumindest in Grundzügen bekannt sein. Im Vorgriff auf die in Abschnitt 4 vorliegende Darstellung des Systems der RG muß daher hier das elementare Charakteristikum dieses Formalismus dargestellt werden. Wir neigen dazu, Relationen durch Linien abzubilden, die zwischen Punkten für Individuen verlaufen, die häufig durch Großbuchstaben gekennzeichnet werden. Peirce verfährt gerade umgekehrt: Die prädikativen Funktionen — oder, um Peirce' Begriff zu übernehmen, die „Rhemata" (vgl. SS 3, 171f. (1906)) — bilden die Fixpunkte seiner Diagramme. Sie werden in der Regel in englischer Schriftsprache skribiert. Gemäß der Anzahl logischer Subjekte, die durch Vermittlung des jeweiligen Rhemas aufeinander bezogen werden, grenzen an jeden unzerlegbaren RG für eine prädikative Funktion eine, zwei oder drei Linien. Mit welchen Argumenten Peirce die Notwendigkeit vierstelliger Prädikate abstreitet, wird noch zu zeigen sein (vgl. unten, Abschnitte 3.4., 4.2.5. und 5.2.1.). Will er mehrere prädikative Funktionen von demselben Individuum aussagen, verknüpft Peirce die entsprechenden ausformulierten Rhemata („Flecken"), indem er die Linien, die an ihre Peripherie grenzen („Haken"), miteinander verknüpft. Dadurch entstehen „Identitätslinien", die an jedem ihrer Punkte verzweigt werden, sich aber niemals kreuzen dürfen. Sie verbinden mindestens zwei RG und behaupten die Existenz von Individuen, von denen bestimmte Eigenschaften oder Relationen prädiziert werden. Soll ein komplexes Diagramm des β-Teils der EG entschlüsselt werden, hat sich das Verfahren bewährt, zunächst die Linien abzuzählen, die zwischen mindestens zwei RG verlaufen, und ihnen Individuenkonstanten zuzuordnen. Bleibt ein „Haken" ungesättigt, d.h. grenzt eine Linie an einem ihrer Enden nicht an einen „Fleck", bezeichnet sie „etwas" oder „jemand". Sind alle Linien des Diagramms dergestalt interpretiert, wird ihnen die in den Flecken enthaltene prädikative Information zugeschrieben.

Unter den möglichen Diagrammatisierungsformen [5] übertrifft die gra-

5. Peirce begreift neben der algebraischen auch die aristotelische Darstellungsform von Syllogismen im Sinne eines Diagramms, das die inferentielle Relation, die z.B. zwischen den drei Sätzen des Schlußfolgerungstyps Barbara bestehen, in einfacher Form repräsentiert (vgl. CP 3.363 (1885)). „Diagramm" wird von Peirce sehr weit gefaßt: Es handelt sich um eine Folge diskreter, akustisch oder visuell wahrnehmbarer Einheiten (vgl. CP 3.418 (1892)), welche die internen Beziehungsstrukturen von Tatsachen (vgl. SS 2, 99ff. (1903); CP 3.642 (1911)) und Gedanken (vgl. NEM 3, 270 (o.J.)) ikonisch nachbildet, indem die Relationen zwischen den Einheiten des Diagramms idealerweise ein Analogon der Beziehungsstruktur des Phänomens präsentieren, das durch das Diagramm abgebildet werden soll (vgl. NZ 320f. (1906)).

phische die anderen zunächst in einer Eigenschaft, die Peirce bei einer Erörterung der Vorzüge graphischer Notationen unter dem Stichwort *„Ikonizität“* abhandelt (vgl. SS 3, 197ff. (1908))[6]. Diese Eigenschaft hängt mit dem Anspruch der logischen Graphen zusammen, die Struktur der Beziehungen, die zwischen den Teilen der abzubildenden Propositionen oder Schlußformen bestehen (vgl. SS 2, 405 (1907)), zu analogisieren oder so nachzubilden, daß die Relationen zwischen den Grapheninstanzen[7] des Diagramms denjenigen ähneln, die zwischen den Elementen des abgebildeten Phänomens bestehen (vgl. SS 2, 98 (1903)). Die kontinuierliche Oberfläche des Behauptungsblatts[8] bildet die zweidimensiona-

6. Die Diskussion entzündet sich hier an der Frage nach der Zulässigkeit von „Selektiven“ — das sind Groß-buchstaben, die Identitätslinien ersetzen, indem sie die Orte ihrer Enden indizieren. Mit dieser Substitution will Peirce zum einen die Interpretation von Identitätslinien erleichtern, die „Gebiete“ überqueren, die durch „Schnitte“ von der Oberfläche des Behauptungsblatts abgegrenzt sind und daher als einfach oder mehrfach verneint gelten. Zum anderen werden dadurch Überschneidungen von Identitätslinien vermieden (vgl. CP 4.460ff. (1903)), die irreführenderweise die Identität der mindestens vier Endpunkte einander kreuzender Identitätslinien suggerieren. In anderen Texten nutzt Peirce das Experiment mit den Selektiven als Präzedenzfall der Erörterung der Vorzüge der Graphentheorie. Für die Lösung des Skriptionsproblems einander überschneidender Linien bietet er drei graphische Ikone an, die zunächst Kreuzungen (vgl. NZ 388 (1898); CP 4.460, Abb. 109; MS 450 (1903); MS 494 (o.J.); zit. Roberts 1973, 55), später Brücken nachbilden (vgl. SS 3, 172f., Abb. 3 (1906)).

7. Bei Peirce steht der Begriff „Graph“ für einen bestimmten „Typ“, der nicht selbst existiert, sondern im Sinne eines Gesetzes die Seinsweise von einzelnen Ereignissen oder Haecceitäten bestimmt. Die singulären Verkörperungen oder „Tokens“, die dem „Typ“ „Graph“ entsprechen, nennt Peirce „Replikas von Graphen“ (PLZ 139ff.; CP 4.447f. (1903)) oder, um den von Arthur Kempe in anderem Zusammenhang verwendeten Begriff „Replika“ zu umgehen, „Graphinstanzen“ (SS 3, 107; 145f. (1906); PLZ 139 Anm. (1910); für eine zeichenklassifikatorische Einordnung der Trichotomie von „Ton“, „Token“ und „Typ“ vgl. FÜ 162f. (1908)).

8. Das einzige Axiom von Peirce’ graphischem Formalismus betrifft die Interpretation des „Behauptungsblatts“ („sheet of assertion“). Es wird als Darstellung eines bestimmten Diskursuniversums betrachtet, über dessen Ausdehnung der Graphist und der Interpret sich vor der Niederschrift und der Deutung des Diagramms geeinigt haben müssen. Was immer auf eine uneingeschlossene Fläche dieses Blatts geschrieben wird, gilt als affirmative Behauptung von diesem Diskursuniversum (vgl. CP 4.430f.; SS 2, 100ff. (1903)). Unter den zahlreichen Versuchen von Peirce, das System der EG im Sinne der Modallogik zu erweitern, versprechen diejenigen den besten Erfolg, die bestimmte Modifikationen — etwa Einfärbungen — des Behauptungsblatts vornehmen, um das Diskursuniversum im Sinne der Möglichkeit oder der Notwendigkeit zu interpretieren (vgl. SS 3, 166ff. (1906)). In den meisten Fällen aber und durchgehend in der vorliegenden Arbeit wird das Behauptungsblatt nicht näher bestimmt. Es repräsentiert dann das Diskursuniversum des tatsächlich Gegebenen, und was auch immer darauf geschrieben wird, gilt als affirmativ behauptete Tatsache. Aus diesem Axiom folgt unmittelbar, daß ein Punkt auf dem Blatt oder ein Agglomerat von Punkten — eine Linie — „etwas existiert“ bedeutet (vgl. SS 3, 89ff. (1906)). Und wird ein Bereich des Behauptungsblatts durch eine geschlossene Linie vom Rest abgetrennt, ist sein Gebiet vom Universum des Existenten ausgeschlossen,

le Kontinuität des auf existierende individuelle Sachverhalte bezogenen Diskursuniversums nach. Indem sie bestimmte Gebiete von diesem Blatt abtrennen, repräsentieren „Schnitte“ auf ikonische Weise Diskontinuitäten im Diskursuniversum des Existenten (vgl. CP 4.512 (1906); Zeman 1968, 146ff.). Auf ähnlich ikonische Weise bildet die ununterbrochene Identitätslinie die Kontinuität der Identitätsbeziehung zwischen zwei oder mehr Subjekten nach (vgl. SS 3, 199f. (1908)).

Mit der Repräsentation von Beziehungsgefügen leiten logische Diagramme die theorematische Analyse ein. Wie in der topologischen Mathematik ist jede Deformation der Graphinstanzen gestattet, sofern dadurch die Beziehungsstruktur des Diagramms nicht verzerrt, also die Lage der Indizes für Prädikate und Propositionen sowie der Identitätslinien auf unterschiedlichen Gebieten des Behauptungsblatts nicht verändert wird (vgl. CP 4.509 (1903)). Transformationen von Graphen, die deren Stellung in den verschiedenen Gebieten des Diagramms verändern, unterliegen bestimmten Regeln, deren wahrheitsfunktionale Neutralität Peirce z.T. algebraisch mit Hilfe von Matrizen über Wahrheitswerten (vgl. CP 4.262 (1902); MS 339 (1911), zit. bei Fisch/Turquette 1966, 73ff.), z.T. mit graphischen Mitteln demonstriert (vgl. CP 4.493ff. (1903)). Solche Umwandlungen von Prämissen und Konklusionen verfolgen das Ziel, die illative Relation des Übergangs zwischen ihnen oder das „ergo“ herauszuarbeiten (vgl. CP 2.532ff. (1893); CP 3.440 (1896); SS 1, 281f. (1897)). Peirce stimmt mit seinem Schüler O.H. Mitchell überein, daß Einfügung in gegebene Prämissen und Auslassung von Teilen gegebener Konklusionen die kleinsten unterscheidbaren Schritte dieser Umwandlung sind (vgl. CP 4.374 (1902); SS 3, 180 (1906)). Und da diese fundamentalen logischen Operationen an graphischen Notationen leichter nachvollzogen werden können als an algebraischen, sind diese jenen nicht nur in bezug auf die Bildhaftigkeit ihrer Rekonstruktionen unterlegen, sondern auch bezüglich der Ikonizität der Transformationsexperimente, die an den Konstrukten vollzogen werden.

Das geschilderte, zugleich komplementäre und konträre Verhältnis von Mathematik und Logik vorausgesetzt, bedeutet die Entwicklung logischer Algebren einen Fortschritt gegenüber der gewöhnlichen aristotelischen Präsentation syllogistischer Dreischritte, denn mit ihrer Hilfe kann etwa eine Schlußfolgerung des Typs Barbara in vier logisch auseinander folgende Etappen zerlegt werden (vgl. Thibaud 1975, 165). Doch mit Hilfe der Transformationsexperimente des Teils β der Theorie der

---

so daß jeder darauf geschriebene Graph als verneint gilt (vgl. PLZ 141 (1903); SS 3, 169ff. (1906)).

EG kann derselbe Syllogismus in sieben (vgl. SS 3, 186ff. (1906)), acht (vgl. VP 98 (1903)) oder neun (vgl. SS 1, 455 (1903); Roberts 1973, 60f.) Schritte unterteilt werden. Die graphische Notationsform jeder anderen an „*Analytizität*“ dadurch überlegen, daß sie „das darstellt, was das andere [Darstellungssystem] im Grunde ohne Beweis annimmt“ (NZ 322 (1906)). Für den Mathematiker, der „von den sicheren Methoden die schnellste und kürzeste sucht“ (SS 3, 143 (1906)), ist die Analytizität eines Diagramms von geringem Belang. Für das in dieser Hinsicht dem des Mathematikers entgegengesetzte Forschungsinteresse des Logikers, „jeden kleinsten Schritt des [Erkenntnis-] Prozesses soweit [zu] klären, daß seine Natur verstanden wird“ (ebd.), muß diese Eigenschaft des Diagramms dagegen von entscheidender Bedeutung sein.

Führen die beiden erörterten Eigenschaften zu tieferen Einsichten in die Ursachen der Vorliebe, die Peirce graphische Notationen entgegenbrachte, erscheint der dritte für die EG beanspruchte Vorzug weniger plausibel. Peirce schreibt, die Anwendung der graphischen Notation sei „einfacher“ für die Darstellung von Aussagen als ihre Konkurrenten (vgl. SS 3, 197 (1908)), und sie führe „direkter“ als diese zur Lösung logischer Probleme (vgl. CP 3.619 (1901)). Diese Argumentationsfigur soll unter dem Stichwort *„Simplizität“* diskutiert werden. Ihr kann nur teilweise zugestimmt werden. Zwar ist die graphische Nachbildung von Aussagen und Schlußfolgerungen aufgrund der geringen Anzahl an Axiomen (vgl. Thibaud 1975, 67f.) und konventionell definierten Symbolen (vgl. Roberts 1973, 125f.) einfacher als die meisten logischen Algebren. Doch wenn unter „Simplizität“ neben der Sparsamkeit der Präsuppositionen auch die Leichtigkeit der Anwendung, besonders die Transparenz der Veränderungen verstanden wird, welche die einzelnen Schritte der Transformationsexperimente an einem gegebenen Diagramm verursachen, kann das System der EG dieses Attribut nicht für sich beanspruchen.

Kaum einer verfügt über eine ähnlich fundierte Ausbildung in geometrischer Mathematik wie Peirce, und es dürfte den meisten schwerfallen, das System der EG nach „ein oder zwei Wochen täglicher Übung“ (CP 4.617 (1908)) zu beherrschen. Dieser optimistischen Einschätzung der Möglichkeit der Aneignung der graphischen Logik scheint eine kognitive Prädisposition zugrunde zu liegen, die Peirce in einem autobiographischen Manuskript beschreibt: „Ich muß hier bemerken, daß ich von Natur keine Begabung für Sprache besitze. [...] Ich glaube nicht, daß ich je in Worten dachte: Ich verwende visuelle Diagramme, erstens, weil diese Denkmethode meine natürliche Sprache der Selbstkommunikation [im Orig.: „self-communion“ (vgl. Roberts 1973, 126)] ist, und zweitens, weil ich überzeugt bin, daß dies das beste System für diesen Zweck ist" (MS 620 (1909); zit. bei Walther 1989, 40). Rezipienten, deren Gedanken andere als visuelle Kanäle durchlaufen, werden sich J.A. Faris' Urteil anschließen, es sei schwierig, den Einfluß einzelner wahrheitsbewahrender Transformationsschritte auf den diagrammatisierten Satz oder Schluß abzuschätzen. Abgesehen von diesen Anwendungsproblemen, die zu der beklagenswerten Ignoranz gegenüber Peirce' Graphentheorie beigetragen haben mögen, ist das Ideal der Simplizität mit dem der Analytizität nur schwer zu vereinbaren, während Analytizität und Ikonizität interdependente Faktoren des theorematischen Experiments sind.

3. Das Zeichen als hypostatisches Abstraktum

3.1. Die unabgeleitete Qualität des Dritten

Bereits Peirce' frühe Schriften dokumentieren eine auffällige Vorliebe für dreiklassige Unterteilungen von epistemologischen wie ontologischen Begriffen. So analysiert der Achtzehnjährige in Anlehnung an Friedrich Schillers „Ästhetische Briefe" (vgl. Esposito 1980, 12f.) die Seele in die Erfahrungsbereiche „Sensation" („It"), „Affection" („Thou") und „Reason" („I") (vgl. CE 1, 4 (1857)). Inspiriert von der Kantischen Kategorienlehre [9], entwirft Peirce in der ersten Hälfte der 1860er Jahre eine Reihe inhaltlich heterogener Trichotomien wie „Matter — Mind — God" (CE 1, 76 (1862)) oder „Gott — Göttlicher Logos — Heiliger Geist" (SS 1, 145f. (1866)), deren einzige Gemeinsamkeit in der Form der analytischen Unterteilung eines Begriffs in drei Klassen besteht. Zu diesen häufig willkürlich anmutenden Trichotomien treten jedoch bald andere hinzu, die ein generatives Prinzip der Verbindung der Klassen zu einem einheitlichen Ganzen implizieren und auf diese Weise eine eigenständige, Kant überwindende und z.T. widersprechende [10] „Neue Kategorienliste" (SS 1,

9. Vgl. Kant 1781, A 80, B 106. Peirce schreibt 1909 rückblickend, er habe zu dieser Zeit die „Kritik der reinen Vernunft" „fast auswendig" gekonnt (MS 620 (1909), zit. bei Walther 1989, 40; vgl. CP 4.2; 1.4 (1898); 1.560 (1910)).

10. Im Unterschied zu Kant geht Peirce davon aus, daß jedes Phänomen Spuren jeder der drei Ideen der Relationalität enthält, die Peirce nach 1885 mit ordinalen Zahlenbegriffen oder, am häufigsten, durch deren Substantivierungen „Erstheit", „Zweitheit" und „Drittheit" benennt. Denn sobald die kategoriale Verfassung eines Phänomens, erscheine es auch noch so voraussetzungslos und unverbunden, thematisiert wird, tritt ipso facto ein Element der „Mediation" oder der „Repräsentation" auf den Plan, welche Begriffe Paradigmen der Drittheit sind. Aus dieser Überlegung folgt zum einen, daß Phänomene „reiner Erstheit" und „reiner Zweitheit", sollten sie überhaupt je auftreten, jedenfalls nicht während ihrer Emergenz, sondern erst im nachhinein durch Hinzufügung einer Komponente der Drittheit darstellbar sind. Zum anderen umfaßt

147ff. (1867)) vorbereiten. So bestimmt Peirce 1865 etwa „Darstellung" („representation") als „alles beliebige, das ist oder dargestellt wird, um für ein anderes zu stehen, und durch welches jenes andere für etwas stehen kann, das für die Darstellung stehen kann" (SS 1, 105).

Für den Standpunkt der ausgereiften Kategorialanalyse, die Peirce nach 1890 entwickelt, sind nur solche Klassenbildungen adäquat, die wie die eben zitierte Definition von „Darstellung" angeben, daß das erste Element des untersuchten Phänomens (oder der es behauptenden Aussage) das dritte in eben jene Beziehung zum zweiten Element bringt, in der es, das erste Element, selbst zum zweiten steht. „Der Begriff eines *Dritten* ist der eines Objekts, das sich so auf zwei andere bezieht, daß sich eines dieser beiden genauso auf das andere bezieht, wie sich auch das dritte auf dieses andere bezieht" (SS 1, 154 (1867); Hervorhebg. im Original). Durch die Dreiteilung soll sichergestellt werden, daß nicht bloß das erste Element auf das zweite einwirkt, welches im Anschluß daran und unabhängig davon auf ein drittes Element bezogen wird. Denn Klassifikationen dieser Art liegt lediglich ein Aggregat dyadischer Relationen zugrunde.

3.2. Die Überwindung der *Stare pro*-Konzeption des Zeichens

Im Kontext der Transformation der Kantischen Kategorienlehre entwickelt Peirce erste Zeichendefinitionen, an denen die semiotische Relevanz des generativen Prinzips triadischer Relationen ersichtlich wird, etwa: „A thing cannot stand for something without standing to something" (CE 1, 466 (1866); vgl. SPP 54 (1868); CE 3, 66f. (1873); CP 2.228 (1903)). Die prägnanten Eigenheiten von Peirce' Zeichentheorie — die irreduzibel triadische Struktur, die durch den Begriff „to stand *to* something *for* something" ausgedrückt wird, sowie die mit der Wendung „to stand to *something* for something" gegebene Entpersonifizierung des Zeicheninterpreten — sind in diesem Satz über die Zeichenrelation *in*

jede Drittheit notwendigerweise die beiden weniger komplexen Kategorien (vgl. SS 2, 158 (1903)): „Die Idee von Zweitheit und Erstheit wird nicht nur von Drittheit vorausgesetzt und involviert, sondern es wird nie möglich sein, irgendeine Zweitheit oder Erstheit in dem Phänomen zu finden, die nicht von Drittheit begleitet wird" (VP 63 (1903); vgl. CP 1.23 (1903)). Kants Kategorien indes verhalten sich gegeneinander exklusiv: Die Modalität eines Mannigfaltigen der reinen Anschauung z.B. wird einem und nur einem der drei apriorischen Verstandesbegriffe „Möglichkeit", „Dasein" und „Notwendigkeit" zugeordnet. Da andererseits jedes Phänomen seiner Quantität, seiner Qualität, seiner Relation und seiner Modalität nach bestimmt werden kann, liegt ein Vergleich der Kategorien von Peirce mit den vier Oberbegriffen der Kantischen Kategorientafel näher als einer mit den trichotomischen Teilklassen, die unter ihnen gebildet werden.

nuce enthalten. Die Behauptung der nicht-rückführbaren Triadizität der relationalen Struktur jedes Zeichens widerspricht dessen Bestimmung als Stellvertreter (der Vorstellung) des bezeichneten Gegenstandes, die bereits in den Reflexionen der Antike über die physischen (Platon) oder thetischen (Aristoteles) Bedingungen der Darstellungsrelation Verwendung fand. In der Neuzeit hat wohl Antoine Arnauld in einem Zusatz von 1683 zur „Logik von Port Royal" den repräsentationalistischen Zeichenbegriff am präzisesten gefaßt (vgl. Arnauld 1662, 42). Von diesem einflußreichen Lehrbuch angeregt, haben unter anderen Gottfried Wilhelm Leibniz (vgl. 1687, 233), John Locke (vgl. 1690, Bk. III) und Christian Wolff (vgl. 1729, 291ff.) die Bestimmung des Zeichens als „id quod stat pro aliquo" — als dasjenige, was für ein anderes steht — übernommen.

Mit der oben zitierten Erweiterung der Zeichenbeziehung um ein drittes Element nahm Peirce die radikalen Angriffe vorweg, denen repräsentationalistische Zeichendefinitionen im 20. Jahrhundert ausgesetzt werden. Die funktionalistische Variante dieser Kritik beruft sich auf Peirce' Einsicht, in der Struktur des Zeichens sei die Möglichkeit seines Eintritts in eine prinzipiell unendliche Kette einander interpretierender Zeichen immer schon angelegt. Jedes Zeichen ist demnach zugleich Deutung und wird gedeutet, und es gibt weder ein erstes noch ein letztes Zeichen (vgl. SPP 55f. (1868)). Folglich muß die allgemeine Struktur des Zeichens neben dem qualitativen Sosein des jeweiligen Zeichenmittels, in dem sich die semiotische Relation verkörpert, und dem tatsächlichen Bezug auf einen ideellen oder materiellen Gegenstand der Darstellung eine Dimension der Vermittlung umfassen. Sie stellt welche die Anknüpfung eines deutenden Zeichens an den denotativen Bezug des vorangehenden Zeichens sicher.

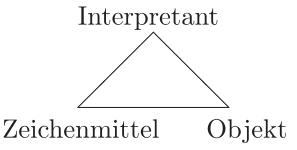
Innerhalb der triadischen Zeichenrelation erfüllt die Komponente „Interpretant" diese Funktion, indem sie die Beziehung zwischen dem Zeichen und dem extra-semiotischen Objekt vermittelt und auf diese Weise den Fortlauf der semiotischen Verkettung gewährleistet. Der denotative Bezug des Zeichenmittels auf den Gegenstand kommt nur unter der Voraussetzung zustande, daß zugleich der Zweck dargestellt wird, im Hinblick auf den dieser Bezug allererst entsteht. Unter diesen Umständen kann das Zeichen weder Ersatz noch Stellvertreter oder Auslöser der Idee des Gegenstandes noch auch identisch mit der dyadischen Beziehung zwischen Zeichenmittel und Bezeichnetem sein. Vielmehr muß es in einer simultanen Beziehung zwischen den drei Relata „Zeichenmittel", „Objekt" und „Interpretant" bestehen, d.h., das Zeichen selbst *ist* diese spezifische Kombination der Relata, nicht eines von ihnen oder ihre Summe.

Unter der Vielzahl von Zeichendefinitionen, in denen Peirce neben den drei Relata die Spezifität der semiotischen Relation expliziert, ist die folgende besonders geeignet, um die Irreduzibilität der Dreistelligkeit oder — von anderer Warte betrachtet — die Simultaneität des Zusammenschlusses der Zeichenrelata herauszustellen: „A *Sign*, or *Representamen*[11], is a First which stands in such a genuine triadic relation to a Second, called its *Object*, as to be capable of determining a Third, called its *Interpretant*, to assume the same triadic relation to its Object in which it stands itself to the same Object" (CP 2.274 (1903); Hervorhebg. im Original; vgl. NEM 4, 20f. (1902); SS 2, 164; PLZ 64; 123 (1903)).

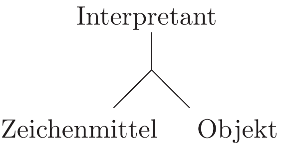
Eine triadische Relation gilt als „genuin", wenn ihre drei Glieder in einer Weise zusammengefügt sind, die nicht aus irgendeinem Komplex dyadischer Relationen besteht (vgl. CP 2.274; SS 2, 136 (1903); SPP 520 (1907); CP 1.477f. (1896); 6.321 (1909)). Weder zwischen Zeichenmittel und Objekt noch zwischen einem dieser Relata und dem Interpretanten besteht eine dyadische Relation; vielmehr bildet der Zusammenschluß der drei Relata eine einzige synchrone Triade (vgl. CP 6.323 (1909)). Das folgt aus Peirce' Bemerkungen über die Relationalität des Gebens, des neben dem Zeichenbegriff wichtigsten Paradigmas genuiner Drittheit: „A triad is something more than a congeries of pairs. For example, A gives B to C. Here are three pairs: A parts with B, C receives B, A enriches C. But these three dual facts taken together do not make up the triple fact, which consist[s] in this that A parts with B, C receives B, A enriches C, *all in one act*" (NEM 4, 307; Hervorhebg. im Original; vgl. 1.363 (1890)).

11. Im Unterschied zur „New List", in welchem frühen Aufsatz Peirce die triadische Zeichenbeziehung selbst „Repräsentamen" nennt (vgl. SS 1, 154), verwendet er diesen Begriff im Jahr 1903, bevor er ihn in den folgenden Jahren fallenläßt (vgl. S&S 193 (1905)), zur Kennzeichnung des ersten Relats jener Beziehung, um die Äquivokation von „Zeichen" als Begriff für die semiotische Relation und zugleich für ihre mehr oder weniger willkürliche und zufällige Manifestation in einem materiellen Träger zu umgehen (vgl. PLZ 123; SS 2, 163f. (1903)). Für eine Chronik der wechselhaften Karriere des Begriffs „Repräsentamen" bei Peirce vgl. Benedict 1985.

12. Eben dieses Zeichen hatte Peirce bereits 1870 als Symbol für die Inklusion von Klassen (vgl. CP 3.47) und später, im Zusammenhang mit dem Propositionenkalkül, als Zeichen für die Implikation eingeführt (vgl. CP 3.375 (1885)). Diese Übereinstimmung von logisch-algebraischen und graphischen Zeichen trägt dem Umstand Rechnung, daß jedes Korrelat der Zeichentriade die Beziehung zwischen den anderen Korrelaten impliziert (vgl. Thibaud 1975, 88), oder daß keines der Korrelate aus der Zeichentriade herausgetrennt werden kann, ohne daß diese Isolation sein Wesen verändern würde.



(Abb. 1): Das Zeichen als rekursiver Komplex dyadischer Relationen



(Abb. 2): Das Zeichen als genuin triadische Relation [12]

Im Hinblick auf die Fülle von Textmaterialien, in denen Peirce die Zeichenbeziehung beharrlich im Sinne einer einheitlichen, numerisch identischen Relation begreift [13], überrascht es, daß die Relationalität des Zeichens unter Berufung auf Peirce immer wieder durch ein rekursives Gefüge von drei dyadischen Relationen (Abb. 1) diagrammatisch dargestellt wird (vgl. etwa Nagl 1992, 43; Dougherty 1993, 69; Sheriff 1994, 34ff.). Und es ist erstaunlich, daß die seit 1931 dokumentierten Verwendungen des dreistelligen Graphen (Abb. 2) zur diagrammatischen Darstellung genuin triadischer Relationen (vgl. CP 4.309f. (1902)) — z.B. der des Gebens (vgl. SS 2, 137f. (1903); SS 3, 93 (1906)) oder der des Zeichens (vgl. SLM 17 (1904)) — systematisch übergangen werden, wenn es um die graphische Repräsentation der Zeichenbeziehung geht. Wird der Annahme, man könne nach Belieben zwischen den beiden gleichwertigen Darstellungsformen auswählen (vgl. Walther 1974, 54), aufgrund der Absenz eines mit Abb. 1 vergleichbaren Diagramms der semiotischen Beziehung in Peirce' Schriften (vgl. Ketner 1986a, 388) [14] die Zustim-

13. Angesichts der Gewohnheit von Peirce, die eigenen Annahmen immer wieder in Frage zu stellen und an möglichen Einwänden imaginärer Gesprächspartner zu erproben, ist es nicht verwunderlich, daß (nach meiner Kenntnis nicht mehr als) ein Text existiert, in dem Peirce die Identität der triadischen Zeichenbeziehung in Frage stellt: „A „sign“ is anything, A, which, (1) in addition to other characters of its own, (2) stands in a dyadic relation, r, to a purely active correlate, B, (3) and is also in a triadic relation *to* B *for* a purely passive correlate, C, this triadic relation being such as to determine C to be [in] a dyadic relation, s, to B, the relation s corresponding in a recognized way to the relation r“ (S&S 193 (1905); Hervorhebg. im Original). Peirce gerät mit dieser Definition allerdings in das Dilemma, die in demselben Briefentwurf explizit ausgeschlossene Bestimmung des Zeichens im Sinne eines Substituts (vgl. ebd.) als Teilfunktion der Zeichenrelation zuzulassen, da die mit der Wendung „corresponding in a recognized way to“ umgangene Behauptung der Identität der Dyaden r und s zugleich die Identität von A (Zeichenmittel) und C (Interpretant) behaupten müßte. Das bedeutet jedoch, daß der semiotische Prozeß durch dieses Zeichen keinerlei Fortentwicklung erfahren würde. Es trüge also keine Information.

14. Im Postskript zu einem Brief vom 28. Dezember 1908 an Victoria Lady Welby

mung verweigert, muß allen Formen der Darstellung der Zeichentriade in der Gestalt eines Aggregats von Dyaden mit Skepsis begegnet werden.

Über die Gründe der Verbreitung der reduktionistischen Fehldeutung können nur Spekulationen angestellt werden. Plausibel ist die Annahme, die prominente Darstellung der Bezüge zwischen drei Aspekten der Bedeutung von Charles Ogdens und Ivor Richards[15] (vgl. 1923, 18f.) werde unkritisch auf den Zeichenbegriff von Peirce übertragen (vgl. Spinks 1991, 10ff.). Aus der relationenlogischen Unbedarftheit von Ogden und Richards folgen irrtümliche Annahmen über die Konzeption des Zeichens: Ihr der Abb. 1 ähnelndes Diagramm suggeriert die von Peirce explizit ausgeschlossene Möglichkeit, das Wesen des Zeichens durch die Verbindung der zweistelligen Bezüge zwischen drei Paaren von Zeichenrelata zu erschließen.

Nach der Kategorienlehre von Peirce konstituieren dyadische Relationen solche Phänomene, die als widerständige Haecceitäten im Seinsmodus der Tatsächlichkeit auftreten (vgl. SS 1, 272 (1897)) und, hinreichende Kenntnis der relevanten Daten vorausgesetzt, mit Hilfe der Gesetze von Ursache und Wirkung prinzipiell kontrolliert und prognostiziert wer-

---

entwickelt Peirce allerdings zur Explikation seiner Methode der Klassifizierung von Zeichen ein Diagramm (vgl. FÜ 165), aus dem ein graphisches Modell des Zeichens im Sinne des Dreiecks in Abb. 1 erschlossen werden kann, und an anderem Ort schreibt er über Unterscheidungen, die aus dem Umstand entstehen, „daß man dort, wo man ein Tripel [gestrichen: Triade] hat, auch drei Paare hat; und dort, wo man ein Paar hat, auch zwei Einheiten hat“ (SS 2, 158 (1903)). Tatsächlich zerteilt Peirce, um Kriterien der Unterteilung von Zeichen zu gewinnen, die Zeichentriade nicht nur in ihre Korrelate, sondern — im Widerspruch zur Doktrin der Elementarität der triadischen Relation — auch in die zeichenintern bestehenden dyadischen Bezüge. So ergibt sich ein Klassifikationskriterium beispielsweise aus dem „Seinsmodus des dynamischen Objektes“ des Zeichens, ein anderes aus der dyadischen „Relation des Zeichens zu seinem dynamischen Objekt“ und ein drittes aus „der triadischen Relation des Zeichens zu seinem dynamischen Objekt und zu seinem normalen Interpretanten“ (FÜ 155 (1908)). Dieses letztere Kriterium findet in alternativen Erörterungen der Klassifikationsproblematik jedoch keine Erwähnung, obwohl hier wie dort von „zehn verschiedenen Aspekten, in denen Zeichen wesentlich variieren können“ (SS 2, 403 (1907)), die Rede ist (vgl. PLZ 122 (1903); SS 2, 402f. (1907); NEM 3, 886f. (1908)). Jedenfalls können mit Hilfe der aus der irreduzibel triadischen Relationalität des Zeichens abstrahierten dyadischen Bezüge zwischen Zeichen und („unmittelbarem“ oder „dynamischem“) Objekt, zwischen Zeichen und („unmittelbarem“, „dynamischem“ oder „endgültigem“) Interpretant sowie zwischen Objekt und Interpretant mindestens 66 Zeichentypen definiert werden (vgl. Lieb 1953; Sanders 1970).

15. Ogden war über die Vermittlung von Lady Welby mit den Gedanken von Peirce vertraut. Im Appendix der Originalausgabe der Monographie über den Bedeutungsbegriff zitiert er ausführlich aus drei Briefen von Peirce an Lady Welby. Da aber weder in der Peirce-Welby-Korrespondenz noch in den zu Peirce’ Lebzeiten veröffentlichten Schriften der dreistellige Graph Verwendung findet, hatten Ogden und Richards keine Gelegenheit, ihn der Peirce’schen Zeichentheorie zu entnehmen.

den können (vgl. SPP 290 (1892)). Was aber könnte in einem Universum der Zweitheit dafür verantwortlich sein, daß drei Kausalbeziehungen zur Einheit des Zeichens „zusammengeschweißt“ (CP 1.363 (1890)) werden? Diese Frage kann im begrifflichen Rahmen von Ogden/Richards und ihren Nachfolgern nicht entstehen, geschweige denn beantwortet werden. Daher verfehlen alle dyadischen Darstellungen der Triadizität der Zeichenbeziehung die wesentliche Pointe der Peirce’schen Semiotik: Die Behauptung der Einheitlichkeit eines zeitlich ausgedehnten Zeichenprozesses gründet auf der Voraussetzung, daß die kleinsten an seinem Verlauf unterscheidbaren Einheiten aktuelle Verkörperungen des Zeichens (Zeichenmittel) simultan auf zwei weitere Komponenten beziehen, die auf das „fait accompli“ der externen Ursache (das sich dem semiotischen Zugriff widersetzende „dynamische“ Objekt) und auf die zweckhafte Fortsetzung des Darstellungsprozesses (Interpretant) verweisen. Aufgrund dieser doppelten Einbindung in einen übergreifenden Prozeß kann das Zeichenmittel einer gegenwärtig gegebenen Zeichenrelation, die ein vorangegangenes Zeichen deutet, mit dessen Interpretanten ebenso durch „unendliche Identifikation“ (vgl. CP 1.294 (1905)) verknüpft werden wie der Interpretant des gegebenen Zeichens mit dem Zeichenmittel des unmittelbar folgenden Zeichens, welches das gegebene zu deuten antritt. Durch solche Verknüpfungsoperationen entsteht ein wahrhaft kontinuierliches[16] semiotisches Netzwerk. Wie kann dessen Struktur diagrammatisch dargestellt werden?

3.3. Hypostatische Abstraktion

Nun ist die Bestimmung der drei Relata des Zeichens und ihrer synchronen Relation nicht mehr als ein erster, Peirce’ Überlegungen keineswegs

16. Peirce entwickelt aus einer Kritik an der Herleitung von Georg Cantors Theorie transfiniter Mengen (vgl. NZ 190f. (1892); CP 3.577ff. (1897); NZ 392f. (1898)) unter Rückgriff auf Bernard Bolzanos Definition von „Mächtigkeit“ (vgl. SS 2, 140 (1903)) eine eigenständige Theorie der Kontinuität. Ihre Besonderheit besteht in dem Nachweis, daß jeder Versuch der Identifikation einer in einem echten Kontinuum enthaltenen diskreten Einheit vergeblich ist: „A true continuum is something whose possibilities of determination no multitude of individuals can exhaust“ (CP 6.170 (1892); vgl. CP 4.220 (1897)). Denn ein Kontinuum ist ein kollektives Ganzes, dessen Teile wiederum aus kollektiven Ganzen geordneter Elemente bestehen (vgl. CP 3.642 (1901); SS 3, 137ff. (1906)). Insofern diese Unbestimmbarkeit sowohl Elementen wahrhafter Kontinua als auch gewöhnlichen Prädikaten (vgl. SS 2, 256 (1904)) sowie der „freien und unabhängigen Entfaltung“ des Geistes im Kosmos (NZ 180 (1892)) zukommt, kann die „synechistische“ Philosophie des Kontinuums (vgl. CP 7.565ff. (1892); 1.172 (1898)) als Nexus von Mathematik, Semiotik und spekulativer Kosmologie begriffen werden. Zum Werdegang dieses Gedankens bei Peirce vgl. Potter/Shields 1977.

erschöpfender analytischer Schritt über die unreflektierte Verwendung des Zeichenbegriffs hinaus. Allerdings fußen die weiterführenden Thesen und Theoreme zur Bestimmung der Elemente von Propositionen, zur Verknüpfung von Begriffen sowie zur Klassifikation von Zeichen und zur Transskription von Argumenten in die Notation der EG allesamt auf der vorgängigen Identifikation der triadischen Struktur des Zeichens. Daher ist eine Explikation des dreistelligen Graphen als propädeutischer Einstieg in Peirce' elaborierte Semiotik unverzichtbar.

Der Begriff „Zeichen" ist selbst abgeleitet. Wer nach der Struktur des Zeichens fragt, entwickelt diese Neugierde innerhalb eines vorgängigen Bezeichnungszusammenhangs. Ein Zeichen ist ein „ens rationis" — etwas, das nicht die Sinne affiziert, sondern durch das Denken entdeckt wird (vgl. SS 2, 255 (1903)). Die Substantivierung des Verbs „bezeichnen" wird durch einen unmittelbaren, notwendigen Typ des Schlußfolgerns bewirkt (vgl. CP 4.463 (1903)). Seine Konklusionen bestehen in vergegenständlichenden Umwandlungen von Prädikattermen in Substantive — etwa in einer Transformation der Proposition „Der Ofen ist schwarz" zu „An diesem Ofen ist Schwärze" oder zu „Diesem Ofen kommt Schwärze zu" (vgl. SS 1, 151 (1867)). Diesen inferentiellen Typus nennt Peirce *„hypostatische Abstraktion"* (vgl. CP 4.235 (1902); SPP 482f. (1906)). Bei dieser Operation wird das Prädikat entweder, wenn es sich um einen nicht-relativen Begriff wie „ist schwarz" handelt, durch eine hypostasierte Qualität wie „Schwärze", oder aber, wenn es ein relativer Begriff wie „bezeichnet" ist, durch eine substantivierte Relation wie „Bezeichnung" ersetzt (vgl. SS 2, 255 (1904)). Dadurch wird so viel wie möglich von dem prädikativen Gehalt oder der „logischen Tiefe"[17] des

17. Von Anbeginn präferiert Peirce John von Salisburys universalienrealistische Unterscheidung zwischen „logischer Breite" und „logischer Tiefe" einer Aussage gegenüber dem seit John Stuart Mill gebräuchlichen Begriffspaar „Denotation" und „Konnotation" (vgl. CP 2.407ff. (1867); PLZ 81 Anm. (1903)). „Die Gesamtheit der Prädikate eines Zeichens sowie die Gesamtheit der Eigenschaften, die es bezeichnet", bilden die „logische Tiefe" einer Proposition oder eines Arguments, „die Gesamtheit der Subjekte sowie ohne Unterschied auch die Gesamtheit der wirklichen Objekte eines Zeichens wird seine logische Breite genannt" (NZ 347 (1904)). Zwischen beiden besteht ein interdependentes Verhältnis, denn wenn die Eindeutigkeit der „logischen Breite" durch Einführung neuer Benennungen in den Satz oder das Argument vergrößert wird, nimmt die Eindeutigkeit der „logischen Tiefe" ab. Umgekehrt bewirkt die Spezifikation des Prädikats — z.B. vermöge der hypostatischen Abstraktion des Ausgangssatzes — eine Abnahme der Eindeutigkeit seiner „logischen Breite" (vgl. SS 3, 152 (1906)). Da das Begriffspaar jedoch den mit dem notwendigen Zweckbezug jeder Darstellung (vgl. PLZ 170f. (1903)) gegebenen dynamischen Aspekt der teleologischen Entwicklungsfähigkeit von Zeichen unterschlägt (vgl. CP 3.608 (1901)), ergänzt Peirce es um den Begriff des „logischen Gebiets" (CP 2.419 (1867)), der die „Gesamtheit von Tatsachen" oder die Information benennt, „die ein Zeichen auf einem

zu analysierenden Satzes auf seine grammatischen Subjekte übertragen (vgl. S&S 71; NEM 3, 885 (1908)).

Im Kontext einer Analyse der Aussage „A bezeichnet B für C" erbringt die hypostatische Abstraktion etwa eine Proposition wie „Zeichen(mittel) A steht in einer (repräsentativen) Relation zu B und zugleich für C (über dem sich eine funktional äquivalente Relation entfaltet)". Worin besteht der Zweck dieser Vergegenständlichung von Prädikaten? Vermöge des „Beschneidens der Flügel der Wörter" (SS 2, 255 (1904)) können die externen Anbindungsfähigkeiten der Prädikate, die in einfachen Aussagen enthalten sind, herausgearbeitet werden. Durch die „Substantivierung der flüchtigen Elemente des Denkens" (CP 3.642 (1901)) werden aus „Zeichen [...], durch die wir denken", solche, „an die wir denken" (SS 3, 161 (1906)). Der hypostatische Schluß dient einer „Beobachtung von Zeichen" (SPP 482 (1906)), die umso detaillierter wird, je häufiger die Abstraktion wiederholt wird. Jede ihrer Anwendungen bringt ein logisches Äquivalent der Proposition hervor, über der sie gebildet wird, das ein Subjekt mehr als diese enthält. Auf diese Weise nähert sich die Analyse der Valenz des Prädikats ihrem idealen Ziel: der Darstellung des Prädikats als homogenes, aus kontinuierlichen Teilen zusammengesetztes Ganzes. Ein Beispiel einer Annäherung an das „kontinuierliche Prädikat" (vgl. S&S 72; NEM 3, 885 (1908)) — oder für die Bildung gleichwertiger Propositionen durch iterierte Anwendung hypostatischer Abstraktionen — wird unten im Zuge der diagrammatischen Rekonstruktion von Peirce' Argument über die Reduzierbarkeit von $n > 3$-stelligen Polyaden anhand einer Dekomposition der scheinbar vierstelligen Relation des Verkaufens erläutert (vgl. unten, 4.2.5. und 5.2.1).

3.4. Irreduzibilität und Generativität der Zeichentriade

Das der Zeichenbeziehung adäquate Diagramm ist der durch Abb. 2 repräsentierte dreistellige Graph. Diese Darstellungsform entwickelt Peirce erst etwa zwei Jahrzehnte nach seiner Einsicht in die Irreduzibilität der triadischen Relation. In dem programmatischen Fragment „One, Two, Three: Fundamental Categories of Thought and Nature" macht er 1885 die triviale Beobachtung, daß ein Weg ohne Abzweigung — oder auch eine Kombination solcher Wege — nicht mehr als zwei Orte verbinden kann, wogegen Kombinationen gegabelter Wege jede beliebige

gegebenen Erkenntnisstand verkörpert" (NZ 347 (1904); vgl. S&S 99 (1909)).

Anzahl von Orten verbinden[18]. Über diese Beobachtung erstellt er ein Diagramm, das darstellt, wie acht Orte mittels eines Systems gegabelter (nicht gekreuzter) Wege in Beziehung zueinander treten (vgl. CP 1.371 (1885)). Hatte Peirce bereits 1870 die Unableitbarkeit der Triade relationenalgebraisch demonstriert (vgl. CP 3.63ff.; 3.144), entwickelt er hier als positives Gegenstück zur Doktrin der Nichtrückführbarkeit triadischer Relationen die These, alle höherstelligen Polyaden seien auf Kombinationen von Triaden reduzierbar.

Die Grundeinheiten der imaginären Landkarte von 1885 sind dreistellige Grapheninstanzen nach dem Muster von Abb. 2. Ihre Bildhaftigkeit oder Ikonizität macht ihren entscheidenden Vorzug im Vergleich zu konkurrierenden Diagrammen aus. Denn Peirce' Anspruch, „bewegte Bilder des Denkens" zu entwerfen (CP 4.8 (1906); SS 3, 193 (1908)), impliziert, daß Diagramme die Propositionen und Argumente, die sie darstellen, nicht aufgrund von Konventionen symbolisch repräsentieren, sondern die Strukturen der entsprechenden Gedanken ikonisch nachbilden. Daß ein Diagramm ein Ikon von Relationen ist, heißt, daß seine Gestalt der Form des relationalen Phänomens, das es repräsentiert, ähneln soll (vgl. CP 4.368 (1902); SS 2, 98 (1903)). Das gilt nicht erst für das System der EG, sondern ebenso für seine Vorläufer wie z.B. das nach Abaelards semiotischer Trias „Term — Proposition — Argument"[19] den EG vorangehende „System der Darstellung von Aussagen" (MS L 477 (1913), zit. bei Ketner 1986a, 375). Wie dieses System die relationale Struktur von Propositionen offenlegt, wird im folgenden Abschnitt unter dem Titel „Rhematische Graphen" erörtert.

Im Unterschied zu einigen späteren Verwendungen (vgl. SS 2, 137 (1903); SLM 17 (1904); SS 3, 93f.; 117 (1906)), dient das früheste bekann-

---

18. Gegen dieses Argument kann der von Alfred Bray Kempe (vgl. 1886) antizipierte Einwand vorgetragen werden, das Zusammentreffen dreier ungegabelter Wege an einem Punkt könne die Funktion der Verbindung von mehr als zwei Orten erfüllen, die Peirce gegabelten Wegen zuweist (vgl. Skidmore 1971, 22f.). Da der unter dem Stichwort „Triple Junction" in die Graphentheorie eingegangene Vorschlag Kempes die Grundlagen der Peirce'schen Relationenlehre bedroht, hat dieser auf seine Widerlegung besonderen Wert gelegt. 1892 kritisiert Peirce, daß Kempe bei der Rückführung der Triade auf einen synchronen Komplex dreier Dyaden eine Zusatzannahme einführt (vgl. CP 3.424). Doch da Peirce zur selben Zeit im Zusammenhang mit der Dekomposition von Tetraden auf ebendieses Hilfsmittel zurückgreift (vgl. CP 1.363 (1890)), wirkt dieser Widerlegungsversuch weniger überzeugend als der Hinweis auf die uneingestandene Drittheitlichkeit der „Triple Junction" (vgl. CP 3.424 (1892)), deren verborgene Wirkung der alte Peirce an Kempes eigenen Diagramm aufzeigt (vgl. S&S 200; SS 3, 93f. (1906); zum Einfluß Kempes vgl. Roberts 1973, 20ff.).

19. Im Unterschied zu Abaelard unterscheidet Peirce das durch diese Begriffe Bezeichnete nicht aufgrund seiner Struktur, sondern nach den Funktionen, die es innerhalb des semiotischen Prozesses erfüllt (vgl. SS 3, 189ff. (1906); SS 2, 397 (1907)).

te Diagramm der relationalen Struktur des Zeichens nicht primär der Demonstration der irreduziblen Struktur der Triade. Die Landkarten-Metapher exemplifiziert vielmehr die generative Kraft dreistelliger Graphen bei der Herstellung komplexer Beziehungsgefüge, mündet sie doch in der Behauptung, daß Tetraden als Relative Produkte zweier Triaden und im allgemeinen alle $n > 3$-stelligen Relationen als Produkte von Relativen Multiplikationen einer bestimmbaren Anzahl dreistelliger Relationen konzipiert werden können (vgl. SS 1, 294 (1897)). Unter Voraussetzung der Möglichkeit der relationalen Dekomposition von Tetraden und höherstelligen Beziehungen und in der idealistischen Überzeugung, zwischen semiotischen und kosmischen Prozessen bestünde eine Strukturanalogie oder Isomorphie (vgl. CP 1.316; 1.351 (o.J.)), nimmt Peirce an, die Vielfalt des Universums sei prinzipiell als mächtiger Komplex ein- bis dreistelliger Relationen zu rekonstruieren (vgl. CP 4.310 (1902); VP 78 (1903)).

Weder die positive noch die negative Behauptung einer Sonderstellung der Triade sind unwidersprochen geblieben. Die den Quine'schen Aufruf zur Reduktion aller höherstelligen auf dyadische Prädikate (vgl. Quine 1954) beantwortende Mengentheorie widerstreitet der Irreduzibilitätsthese mit der Behauptung, triadische Relationen wie die des Gebens seien extensional als Mengen geordneter Paare, wobei eines der aufeinander bezogenen Korrelate seinerseits aus einem geordneten Paar besteht, erschöpfend darstellbar (vgl. Christopherson/Johnstone 1981 sowie die Kritik dieser Auffassung in Ketner 1987, 300ff.). Dieser Versuch negiert die mit der Rede von der Genuität verbundene Behauptung, die Triade sei nicht als Agglomerat dyadischer Relationen zu begreifen, sondern müsse als eigenständige, sogar fundamentale Relationsform verstanden werden (vgl. SS 1, 320 (1897)). Zwar übersieht das kategoriale Mißverständnis der Mengentheorie wie der relationenlogische Irrtum von Ogden/Richards die Spezifität der Triade. Doch im Unterschied zu diesem zerlegt jenes die eine triadische Relation anstatt in drei Dyaden in zwei geordnete Paare.

Andererseits kann die zuerst von Bertrand Russell, der über die Vermittlung von Lady Welby mit Peirce' Kategorienlehre bekannt war, formulierte Frage nach dem Wesen von „Viertheit" (vgl. Lady Welby an Peirce, S&S 39 (1904)) und nach den Bedingungen der Rückführung von $n > 3$-stelligen Relationen auf Triaden noch immer nicht befriedigend beantwortet werden. Peirce hat diesen Einwand antizipiert und den scheinbar tetradischen Satz „A verkauft B an C zum Preis D" in zwei triadische Propositionen „A geht mit C Transaktion E ein" und „E besteht in der Herausgabe von B zum Preis D" dekomponiert (vgl. CP

1.363 (1890)), wobei das letzte Subjekt des ersten Satzes mit dem ersten des zweiten „unbestimmt identifiziert“ wird [20]. Er scheint diese wiederholt beschriebene Zerlegung der Pseudo-Tetrade (vgl. SS 2, 138 (1903); S&S 190 (1905)) für einen hinreichenden Beweis der generativen Potenz genuiner Triaden erachtet zu haben. Da die Dekomposition jedoch nur möglich ist, wenn die Extension des ursprünglichen Bereichs, über den sich statt einer tetradischen Relation zwei triadische Relationen bilden sollen, um ein im Ausgangssatz nicht enthaltenes *„Hilfssubjekt“* („Transaktion E“) erweitert wird, kommt die relationenalgebraische Fassung des Beweises nicht recht zum Ziel (vgl. Herzberger 1981, 46f.). Aufgrund ihrer Tendenz, die Intension der Relation gegenüber der Bestimmung ihrer Extension zu vernachlässigen, führen eindimensionale und lineare Diagramme algebraischer n-Tuplen angesichts der sukzessiven Abkehr Peirce’ von algebraischen zugunsten graphischer Methoden (vgl. CP 3.619 (1901); SS 3, 142f. (1906); Thibaud 1975, 161ff.) möglicherweise in eine Sackgasse, wenn es um den Beweis der Rückführbarkeit $n > 3$-stelliger Relationen auf Triaden geht.

Kenneth Ketners graphentheoretischer Versuch des Beweises der Rückführbarkeit höherstelliger Polyaden demonstriert, daß tatsächlich jede $n > 3$-stellige Relation aus Triaden komponiert werden kann — mehr noch, daß die Triade insofern die elementare Relation ist, als von der Medade bis zur „Transfinitiade“ jede vorstellbare Relation im Sinne einer kontinuierlichen Verschmelzung bestimmter Mengen von Triaden dargestellt werden kann [21]. Über den Nachweis der Möglichkeit einer solchen Reduktion hinaus ist nichts, auch nicht der Beweis ihrer Notwendigkeit,

20. Die Überlegung, die Transaktion E sei ihrerseits durch eine dyadische Relation definierbar, weshalb die Pseudo-Tetrade als Relatives Produkt einer Dyade und einer Triade begriffen werden müsse (vgl. Mertz 1979, 168ff.), übersieht Peirce’ Ansicht, daß Kombination Triadizität involviert (vgl. S&S 43 (1904); SS 2, 412 (1907); 6.321 (1909)) oder sogar mit ihr identisch ist, „denn die Vorstellung von einem Zusammengesetzten setzt mindestens zwei Teile und ein Ganzes voraus, oder insgesamt zumindest drei Objekte“ (CP 7.537 (o.J.); vgl. CP 1.515 (1896)). Selbst wenn, was zu bezweifeln wäre, die „Transaktion E“ nicht in mehr bestünde als in der Beziehung von Ware *und* Preis, implizierte doch die doppelte Bestimmung des Subjekts „E“, die das „und“ anzeigt, die ter-identische Wirksamkeit einer triadischen Relation (vgl. SS 3, 173 (1906)).

21. Für diese Vereinigungen gilt nach Peirce die Regel, daß sich durch die Anbindung von Relationen gerad-zahliger Valenz oder „Artiaden“ nur weitere Artiaden, aber keine „Perisside“ oder Relationen ungeradzahliger Valenz, erzeugen lassen (vgl. SS 1, 295 (1897)). Dagegen soll die Verknüpfung jeder geraden Zahl von Triaden, den kleinsten polyadischen Perissiden, einen Relationenkomplex „von irgendeiner geraden Wertigkeit“ ergeben, „welche die Zahl der Triaden um nicht mehr als zwei übersteigt, und jede ungerade Zahl ergibt irgendeine ungerade Wertigkeit, für welche dieselbe Beschränkung gilt“ (SS 3, 92 (1906)).

erforderlich, um dem Theorem von der Generativität der Triade zuzustimmen. Denn sofern neben Ikonizität und Analytizität die Einfachheit einer logischen Notation als Kriterium der Beurteilung ihrer Adäquanz dient, gibt es keinen Grund, bei ihrer Konstruktion mehr vorauszusetzen als die zur Erfüllung ihrer Funktionen unverzichtbaren Grundelemente. „Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem" (CP 6.274 (1893)) — das ist wohl der einzige Satz des großen Nominalisten Ockham, den der erklärte scotistische Realist Peirce vorbehaltlos akzeptiert hat. Der folgende Abschnitt wird zeigen, wie gering die Zahl der im Sinne von Übereinkünften begriffenen Vorannahmen von Peirce' Diagrammatisierung der prädikativen Funktionen von Propositionen ist.

4. Rhematische Graphen als Ikone der relationalen Struktur von Prädikaten

Vermöge einer einfachen Operation über einer hypostatisch abstrahierten Proposition — der Streichung der „grammatischen Subjekte" (CP 4.58 (1893))[22] oder ihrer Ersetzung durch Leerstellen (vgl. CP 2.358; 2.379 (1901); CP 2.95 (1902)) — tritt die reine relationale Struktur des vergegenständlichten Prädikats hervor (vgl. S&S 71; NEM 3, 885 (1908)). Die Gestalt einer auf das vom Prädikat implizierte Beziehungsgefüge reduzierten Proposition wie „—steht in einer Bezeichnungsrelation für—zu—" zeigt ikonisch an, daß jeder Satz über das Prädikat „bezeichnen" durch die Anbindung von genau drei Subjekten zu einer vollständigen Aussage wird. Weil die abstrakte Leerform mittels der Sättigung der offenen Anbindungsmöglichkeiten durch drei Eigennamen, etwa „A", „B" und „C", in eine vollständige Proposition transponiert werden kann, kommt dem Prädikat „bezeichnen" die Wertigkeit drei zu. Dieses Resultat ist weder zu erklären noch zu beweisen. Es entbirgt sich dem Forscher, der wie ein Mathematiker die Folgen eines tentativen Theorems untersucht (vgl. NEM 4, 275f. (1895)), indem er Diagramme nicht-willkürlich nach Maßgabe wahrheitsbewahrender Regeln transformiert und das Ergebnis seines Experiments beobachtet (vgl. CP 3.363 (1885); CP 2.227 (1897); FÜ 158 (1908)).

Solche auf die rein prädikative Funktion gleichsam skelettierten Sätze

22. Der Begriff „grammatisches Subjekt" bezeichnet diejenigen Teile eines Satzes, die durch Eigennamen oder demonstrative und selektive Pronomina ersetzt werden können, ohne daß die syntaktische Ordnung der Proposition verändert wird (vgl. CP 4.438 (1903)). Innerhalb des Satzes fungieren grammatische Subjekte als Indizes, welche die vom Prädikat repräsentierte Relation an den Diesheiten einer widerspenstigen Wirklichkeit festmachen (vgl. SPP 256f. (1885); CP 2.357 (1903)).

nennt Peirce „Rhemata“ (vgl. CP 3.636 (1901); 4.438 (1903); NZ 352ff. (1904)). Wie Gottlob Freges „Begriffsschrift“ (1879), aber in Unkenntnis ihrer, präsupponieren Peirce' Analysen eine methodologische Analogie zwischen chemischen Atomen und den Prädikattermen einer Proposition (vgl. CP 1.421 (1896); SS 1, 278 (1897); SPP 506f. (1907)). Der Verbindung der beiden ionischen Enden eines Sauerstoffatoms mit zwei Wasserstoffatomen zu einem Wassermolekül vergleichbar, können z.B. die offenen Leerstellen des dyadischen Rhemas „—liebt—” durch eine Anbindung von zwei passenden Subjekttermen zu einer vollständigen Proposition erweitert werden. Gleiches gilt für nicht-relative Rhemata wie „—ist weiß“, die durch die Anbindung eines einzigen grammatischen Subjekts zu wohlgeformten Sätzen werden, und für triadisch relative Rhemata wie „—gibt—an—“, deren Rückübersetzung in die natürliche Sprache die Anbindung von drei Subjekten erfordert. Konsequenterweise betrachtet Peirce Begriffe oder unverbundene Phänomene als unzerlegbare Elemente größerer Funktionszusammenhänge, und er klassifiziert sie gemäß der Bindungsmöglichkeiten oder Valenzen, die ihre relationale Struktur bestimmen.

Diesem Prinzip folgend, teilt Peirce nach dem Vorbild der Ordnung der vertikalen Reihen von Dimitri Mendelejews periodischer Tafel der chemischen Elemente die kleinsten analytischen Einheiten der Sprache und der Erfahrung den „cenopythagoreischen“[23] Kategorien „Erstheit“, „Zweitheit“ und „Drittheit“ zu (vgl. CP 7.528ff. (o.J.)). Nicht-relative Rhemata (vgl. CP 3.420f. (1896)) wie „—ist weiß“ oder „—ist sterblich“ gehören demnach der gleichen Kategorie monadischer Bindungsfähigkeit an wie Wasserstoff, Lithium, Natrium und die anderen chemischen Elemente der Valenz eins (vgl. NZ 325; SS 3, 114; S&S 200 (1906)). Zum Zweck der Analyse der Valenz der prädikativen Funktion einer Proposition werden alle Relata als logische Subjekte, alle Relative als logische Prädikate der Aussage betrachtet (vgl. SS 1, 277 (1897)). Die Wertigkeit oder Valenz der Prädikate ist identisch mit der Summe der grammatischen Subjekte, die zu verbinden sie jeweils geeignet sind.

23. Das Präfix „ceno-“ kann entweder den Eleaten, das mit seinem Namen verbundene Paradox bzw. die Kontinuitätstheorie im allgemeinen repräsentieren, oder aber, wie bei Jeremy Bentham, ein anglizistisches Derivat von $\chi o \iota \nu o \xi$ (allgemein) sein. Beide Positionen wurden verteidigt; am plausibelsten ist jedoch die Annahme, daß Peirce diese Doppeldeutigkeit bewußt eingesetzt hat.

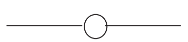
4.1. Konventionen der Konstruktion von Instanzen Rhematischer Graphen

Geht es um die graphische Transskription von Rhemata und ihren Leerstellen, zieht Peirce wegen der Anschaulichkeit dieser Begriffe die Rede von „Flecken“ und ihren „Haken“ vor (vgl. CP 4.441; PLZ 142; SS 2, 115f. (1903); SS 3, 172f. (1906)). Wie die Wertigkeit eines Rhemas identisch mit der Anzahl seiner Leerstellen ist, gleicht die Wertigkeit eines Flecks der Anzahl seiner Haken (vgl. SS 2, 407 (1907)). Die Koexistenz dieser Begriffspaare indiziert keine extensionale Differenz ihrer „logischen Gebiete“. Welches der Paare Verwendung findet, hängt allein davon ab, ob die forschungsperspektivische Grenze zwischen der Analyse eines Satzes, die sich im Medium der Sprache vollzieht, und seiner graphischen Repräsentation überschritten werden soll oder nicht.

Die diagrammatische Darstellung der unzerlegbaren Bestandteile der propositionalen Analyse speist sich aus folgenden Elementen, deren Formen jeweils den externen Strukturen [24] des Abgebildeten ähneln sollen (für das Folgende vgl. SS 1, 294 (1897); S&S 200 (1906); Ketner 1986a, 377ff.):

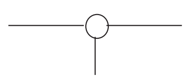
(Abb. 3):

Fleck mit einem Haken



(Abb. 4):

Fleck mit zwei Haken



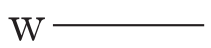
(Abb. 5):

Fleck mit drei Haken

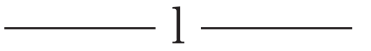
Um den Gebrauch dieser Grundformen der RG zu erleichtern, können die Flecken um Kleinbuchstaben ergänzt werden. Dieses Zugeständnis birgt gewisse Gefahren, da Buchstaben dem linearen Paradigma der Darstellung von Relationen entsprechen und der Ikonizität ihrer flächigen Repräsentation zuwiderlaufen (vgl. SS 3, 197f. (1908)).

Wird Abb. 3 als graphisches Abbild des monadischen Rhemas“—ist weiß“, Abb. 4 als Ikon des dyadischen Rhemas „—liebt—“ und Abb. 5 als Ikon des triadischen Rhemas „—gibt—an—“ begriffen, können wir

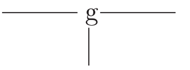
24. „Der Leser wird vielleicht die äußerst intelligente Frage stellen: Wie ist es für unzerlegbare Elemente möglich, irgendwelche Unterschiede in der Struktur zu besitzen? Für die interne logische Struktur ist das natürlich unmöglich. Doch bei der äußeren Struktur, d.h., für die Struktur der möglichen Zusammensetzungen mit ihnen, sind begrenzte Strukturunterschiede möglich“ (SS 3, 114 (1906)). „Wertigkeit ist die Grundlage jeder externen Struktur; und wo Unzerlegbarkeit eine interne Struktur ausschließt [...] sollte Wertigkeit die erste Erwägung [bei der Klassifikation] sein. Ich nenne dies die These des Cenopythagoreanismus“ (SS 3, 93 (1906)).



(Abb. 3')



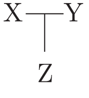
(Abb. 4')



(Abb. 5')

skribieren, wobei der Kleinbuchstabe in Abb. 3' wie jeder Fleck mit einem Haken für ein nicht-relatives oder qualitatives Prädikat steht. Die Valenz dieses RG ist eins, denn er enthält die Möglichkeit, der externen Anbindung eines und nur eines weiteren Graphen. Die Buchstaben in den Abb. 4' und 5' repräsentieren relative Prädikate, denen die Wertigkeiten zwei und drei zukommen, weil ihre rhematischen Gegenstücke zwei bzw. drei Leerstellen umfassen. Sie werden graphisch durch Flecken mit zwei oder drei Haken dargestellt, an die andere Graphen für Prädikate jeder der drei beschriebenen Arten geknüpft werden können.

Neben der nicht-linearen Zweidimensionalität zeichnet eine weitere Besonderheit die Peirce'sche Notation aus. Aufgrund der hervorragenden Stellung, welche die Schriftsprache innerhalb der Klasse der Diagramme einnimmt, ist es üblich, Relationen durch die lineare Anordnung der Relata als geordnete n-Tuplen darzustellen. So bezieht sich der Ausdruck $\sum x \sum y \sum z\, g(xyz) > 0$ (vgl. CP 3.359 (1885)) auf die in Abb. 5' ikonisch nachgebildete Relation des Gebens, welche die grammatischen Subjekte X, Y und Z in geordneter Weise aufeinander bezieht. Die adäquate Darstellung einer solcherart von den Subjekttermen her verstandenen Relation ist



(Abb. 6).

Allerdings steht nicht die Bestimmung der beteiligten Relata im Zentrum von Peirce' graphischer Behandlung von Relationen, sondern die Beziehungsstruktur der prädikativen Funktion, über der die Relation sich bildet. Und um diese formale Eigenschaft jeder Relation zu verdeutlichen, ist es unerläßlich, von ihren Subjekten abzusehen. Folglich enthalten Peirce' Abbilder von Beziehungsgefügen keine Indizes für die aufeinander bezogenen Entitäten. Im Gegensatz zu der extensionalen Auffassung, die sich zumeist solcher algebraischer Notationen bedient, die in der Tradition Guiseppe Peanos (vgl. etwa 1891) gebildet wurden, verweisen die Buchstaben im System der RG nicht auf die grammatischen Subjekte des zu analysierenden Satzes, sondern auf die prädikative Funktion, die diese allererst in Beziehung zueinander setzt [25]. Wird die

25. Die Zwecke von logischen Kalkülen, wie sie von Peano, Russell/Whitehead und

Anzahl der Relationen gesucht, die ein graphisches Äquivalent der mengentheoretischen Darstellung von Relationen (wie etwa Abb. 6) enthält, müssen die zwischen den Subjektindizes vermittelnden, unverbundenen Linien gezählt werden, wobei die Summe der Linien derjenigen der beteiligten Relationen gleicht. Für die Notationen der intensionalen Systeme der RG und der EG dagegen ist die Menge der Linien identisch mit der Summe der an der Beziehung teilhabenden Individuen oder Klassen (vgl. SS 1, 285; 289 Anm. (1897))[26].

Bei der Skribierung und Dechiffrierung von Grapheninstanzen für prädikative Funktionen legt die räumliche Anordnung der Haken zum Fleck fest, welcher Subjektterm welche syntaktische Stellung innerhalb der vollständigen Proposition einnimmt. Da das monadische Rhema „—ist weiß" lediglich über eine Leerstelle verfügt, ist die Konvention, daß der Haken (wie in Abb. 3) von rechts an den Fleck grenzt, willkürlich. Anders im Falle der Haken eines Flecks für ein relatives Rhema der Valenz zwei: Disquiparante oder asymmetrische dyadische Rhemata wie „—ist Vater von—" werden im Unterschied zu äquiparanten oder symmetrischen wie „—ist Begleiter von—" zu vollständigen Propositionen, indem zwei grammatische Subjekte, denen unterschiedliche syntaktische Funktionen zukommen, in die Leerstellen eingesetzt werden (vgl. SS 3, 123ff. (1906)). Die Relation „Lieben" umfaßt ein aktives und ein passives

---

anderen entwickelt wurden, um wiederkehrende Schlußfolgerungsoperationen zusammenzufassen und auf diese Weise den Denkweg von den Prämissen zur Konklusion zu verkürzen, widersprechen dem Ziel der Graphentheorie von Peirce. Es besteht in der Zerlegung von Schlußfolgerungsprozessen in so viele unterscheidbare Einzelschritte wie nur möglich, um die Analyse der relationalen Struktur von Propositionen und Argumenten, nicht etwa den Übergang von den Prämissen zur Konklusion, zu befördern (vgl. CP 4.424 (1903); SS 2, 392f.; SS 3, 143 (1906)). „Our purpose, then, is to study the workings of necessary inference. What we want, in order to do this, is a method of representing diagrammatically any possible set of premisses, this diagram to be such that we can observe the transformation of these premisses into the conclusion by a series of steps each of the utmost possible simplicity" (CP 4.429 (1903)).

26. Das Abzählen der in den Diagrammen enthaltenen Linien ist eine sichere Methode, um das Abstraktions-niveau der Peirce'schen Überlegungen zu senken und der allgemeinen Gewohnheit Rechnung zu tragen, Beziehungen über die Begriffe für Individuen oder Klassen, zwischen denen sie bestehen, zu erfassen. Die Bildhaftigkeit, mit der Peirce' Theorie der RG die Aufgabe der Aufdeckung des Zusammenspiels der kleinsten, unteilbaren Elemente sei es der Proposition, sei es des Phaneron angeht, entbirgt sich jedoch eher einer auf die ikonische Repräsentation der Relationalität kontemplierenden Betrachtung. Sollen die Diagramme vollständige Propositionen anstelle von Konvoluten von Rhemata darstellen, werden ihre ungebundenen Haken, die als „etwas" oder „jemand" gelesen werden, durch Anbindung von monadischen Graphen für Subjektterme — idealerweise durch Eigennamen — schrittweise gesättigt. Um diese von den Flecken für monadische Prädikate (vgl. Abb. 3') unterscheiden zu können, sollten sie mit Großbuchstaben versehen werden.

Korrelat, und ein Satz wie „A ist Vater von B“ ist nicht gleichbedeutend mit seiner Umkehrung, „B ist Vater von A“. Um dem gerecht zu werden, legt Peirce fest, daß das aktive Korrelat einer disquiparanten Dyade durch den Haken repräsentiert wird, der von links an den Fleck grenzt. Das passive Korrelat wird durch den rechts angrenzenden Haken dargestellt. Handelt es sich bei dem Prädikat um ein aktiv konjugiertes Verb, fungiert das Subjekt, das bei der Ersetzung der Leerstellen des Rhemas links vom Prädikat positioniert wird, als Nominativsubjekt, während das rechts vom Prädikat stehende Subjekt in der vollständigen Proposition eine der Deklinationsformen Dativ oder Akkusativ annimmt (vgl. SS 1, 285f. (1897)). Steht das Verb dagegen in einer passiv konjugierten Form, ist der Haken rechts vom Fleck der Ort des Nominativsubjekts, und das grammatische Subjekt, dem der von links an den Fleck grenzende Haken entspricht, wird nach den Regeln einer der beiden anderen genannten Deklinationsformen gebeugt. Unter Voraussetzung dieser Skriptionskonvention kann der mit den grammatischen Subjekten A („aktives Korrelat“) und B („passives Korrelat“; vgl. SS 3, 116 (1906)) angereicherte Fleck der Abb. 4’ alternativ von links nach rechts als „A liebt B“ oder von rechts nach links als „B wird von A geliebt“ gelesen werden.

„Triadische Relative“, nimmt Peirce an, „bringen keine besonderen Schwierigkeiten mit sich“ (SS 1, 286 (1897)). Doch die Kasuistik dreistelliger Flecken ist weniger einheitlich als die dyadischer Disquiparanzen. Als Beispiel für die graphische Transskription einer vollständigen Proposition mit dem Prädikat „Geben“ verknüpft Peirce jeden Haken des dreistelligen Flecks in Abb. 5’ mit einem einstelligen Fleck bzw. einer monadischen Relation, wobei er das Subjekt, das in der vollständigen Proposition im Nominativ steht, von links und das im Dativ stehende von rechts an den Graphen anbindet. Den Platz unterhalb des Flecks besetzt der im Akkusativ stehende Subjektterm (vgl. ebd., Abb. 10). Im Zuge der Erörterung der Komposition dreistelliger Graphinstanzen zu komplexen Beziehungsgefügen verwendet Peirce jedoch in demselben Aufsatz eine alternative Anordnung der Haken um den Fleck g, die mit dem für zweistellige Flecken eingeführten Ordnungsprinzip übereinstimmt, insofern sie den zusätzlichen Haken, der den dreistelligen vom zweistelligen Fleck unterscheidet, für den Kasus Dativ reserviert (vgl. ebd., 289, Abb. 16).

Erst Jahre später weist Peirce diesen Ort explizit dem Subjekt zu, das innerhalb des vollständigen Satzes im Dativ steht (vgl. SS 3, 89 (1906)). Doch Peirce’ Formen der Darstellung von Prädikaten der Valenz drei divergieren nicht nur hinsichtlich der Zuordnung der Haken zu verschiedenen Deklinationsformen, sondern auch in bezug auf die graphische Anordnung der Haken zueinander (in Winkeln von 90 und 180 Grad wie in Abb. 5 oder in Winkeln von 120 Grad wie in Abb. 2; vgl. CP 4.460, Abb. 107f. (1903)). Ohnehin steht der Versuch, den Haken dyadischer und triadischer Flecken kasuistisch bestimmte Subjekte zuzuordnen, in Widerspruch zu der topologischen Neutralität der RG und der EG: Solange die Stellung der Linien bzw. der Linien und der Schnitte zueinander nicht verändert wird, ist jede Verzerrung und Deformation des Diagramms erlaubt. In jedem Fall tritt jedoch das Problem der kasuistischen Bestimmung der Haken dreistelliger Flecken gegenüber dem Nachweis der Unableitbarkeit triadischer Relationen in den Hintergrund. Denn die Wirkungen der konstitutiven Faktoren dieser Elementarität — Irreduzibilität und Generativität — sollen unabhängig von jeder schulgrammatischen Fragestellung demonstriert werden (vgl. CP 4.438n (1903)).

4.2. Konventionen der Komposition Rhematischer Graphinstanzen

Die Ausrichtung der Propositionalanalyse an den Entdeckungen der zeitgenössischen Chemie setzt sich fort bei der Explikation der Methodik der Verknüpfung der unzerlegbaren Elemente. Wie dem materiellen Atom im Bereich sprachlicher Reproduktion das Rhema entspricht, gilt Peirce die Proposition als semiotisches Gegenstück des Moleküls (vgl. SS 2, 407 (1907)). In den 1890er Jahren legt Peirce die Analogie eng am Vorbild der Chemie aus, indem er annimmt, jede vollständige Proposition müsse die relationale Form einer nullwertigen Beziehung oder einer Medade annehmen (vgl. SS 1, 276ff. (1897)) [27]. Sofern alle Haken einer vollständigen Proposition durch Konstanten für Individuen oder Klassen gebunden, also alle ihre Leerstellen gesättigt sind, können keine weiteren Prädikate an sie geknüpft werden. Wie ein Molekül bildet die medadische Proposition eine hermetische Einheit. Ihre Geschlossenheit verhindert zwar jede weitere Anbindung von Elementen, die demselben unzerlegbaren Typus angehören wie die Elemente, aus denen sie selbst besteht. Auf einer höheren Ebene geht jede medadische Proposition jedoch mit anderen Einheiten desselben Typs Bindungen ein, die ein drittes Ganzes neben dem

27. Da solche Medaden zusammengesetzt sind, widerspricht das alltägliche Auftreten vollständig gesättigter Propositionen nicht der im Zusammenhang mit der Untersuchung der unzerlegbaren Elemente des Phaneron aufgestellten These, der Medade entspreche eine wirkungslose und völlig von allem anderen getrennte Idee, also eine offensichtliche Unmöglichkeit (vgl. SS 3, 116 (1906)). „There are no medads like argon and xenon except the Absolute Truth. But loosely we may take a complete proposition for a medad“ (S&S 200 (1906)).

Rhema und der Proposition hervorbringt — nämlich das Universum der Argumente und Schlußfolgerungen. Die Zusammenfügung von elementaren Propositionen zu Argumenten — diese zweite Klasse semiotischer Komposition auszudrücken ist Aufgabe des aussagenlogischen Teils des Systems der EG [28].

4.2.1. Das Relative Produkt

Der Begründungszusammenhang von Rhema, Proposition [29] und Argument entspricht mithin dem, der zwischen Atom, Molekül und der stofflichen Beschaffenheit der Welt besteht. Auch die Form der Verbindung der Leerstellen von Rhemata oder der Haken von Flecken folgt der Vorstellung der Chemie der Ära Mendelejew, durch die Verknüpfung zweier Atome würden zwei lose Enden, nämlich eines von jedem Atom, „gesättigt", d.h. in einen Zustand versetzt, in dem sie, solange die Verknüpfung Bestand hat, nicht weiter anbindungsfähig sind [30]. Von seiten der Mathematik erhält die Kombinationslehre der Chemie durch Augustus DeMorgans Formulierung des Relativen Produkts Unterstützung. Sie besagt, daß die Verknüpfung der dyadischen Relationen „A ist Liebhaber von B" und „B ist Diener von C" mit der zusammengesetzten Relation „A ist

28. „The system of Existential Graphs (at least, so far as it is at present developed) does not represent every kind of Sign. For example, a piece of concerted music is a Sign; for it is a medium for the conveyance of Form. But I know not how to make a graph equivalent to it. [...] All that existential graphs can represent is *propositions*, on a single sheet, and arguments on a succession of sheets, presented in temporal succession" (S&S 197 (1906); Hervorhebg. im Original).

29. In „The Logic of Relatives" von 1897 ist zwar nicht von „Rhemata" sondern von „Relativen" die Rede. Doch da Peirce die Terminologie vom Rhema und seinen Leerstellen bereits 1892 im Kontext der Chemie-Analogie entwickelt (vgl. CP 3.420f.), und weil er später seinen früheren Gebrauch von „Relativ" zugunsten von „Relation" zurückzunehmen gedenkt (vgl. CP 6.318f. (1909)), sind wir berechtigt, im Sinne der begrifflichen Vereinheitlichung von Rhemata anstatt von Relativen zu sprechen. Dagegen halten wir an dem im „Monist" 1897 verwendeten Begriff „Proposition" fest und übernehmen nicht den Begriff „Dicent", den Peirce 1903 als Klassenbegriff für jene Propositionen einführt, die ihre eigene Wahrheit behaupten (vgl. PLZ 76; 83f.; 161). Denn für die Theorie der Verknüpfung von Begriffen zu größeren semiotischen Einheiten ist diese Unterscheidung bedeutungslos.

30. James Joseph Sylvester und William Kingdon Clifford experimentierten in den 1880er und 1890er Jahren an der Johns-Hopkins-Universität mit ähnlich begründeten Graphen, die allerdings der Darstellung algebraischer Invarianten dienten (vgl. SS 2, 248f. (1904); Murphey 1961, 196f.; Biggs/Lloyd/Wilson 1976, 64ff.). Dieselbe Metapher von „ungesättigten Begriffen" verwendet Gottlob Frege (vgl. 1892, 80).
Doch im Unterschied zu Peirce sind es hier Nominative und Demonstrativpronomina, also Indizes für Einzeldinge, die an die losen Enden von Prädikaten geknüpft werden, nicht etwa durch Vermittlung der grammatischen Subjekte weitere Prädikate. Für eine Gegenüberstellung der Notationsformen von Peirce und Frege vgl. Hawkins 1981.

Liebhaber des Dieners von C“ eine weitere dyadische Relation ergibt. In der algebraischen Standardform der Gleichung entspricht dem

$$A(2r) = \mu + \nu - 2 \qquad \text{(Relatives Produkt nach DeMorgan).}$$

„Addizität“ nennen wir mit Robert Burch (vgl. 1991b) die Wertigkeit eines zusammengesetzten Diagramms, um sie von den „Valenzen“ der unzerlegbaren graphischen Elemente, aus denen es besteht, zu unterscheiden. „$A(2r)$“ bezeichnet die Addizität einer Verknüpfung von zwei Relationen, und „μ“ und „ν“ stehen für die Valenzen von zwei unverbundenen Graphen. Die Konstante 2 indiziert eine Präsupposition des Relativen Produkts: Eine Operation der Verknüpfung von Relationen im allgemeinen (oder von Begriffen im besonderen) verbindet niemals mehr als zwei Relationen oder Begriffe auf einmal, denn sonst müßte an der Stelle der Konstante 2 eine Variable stehen.

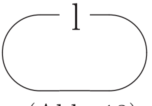
Unter Voraussetzung von drei Typen unzerlegbarer Elemente, deren Gegenstücke im System der RG drei Typen von Flecken sind, ergeben sich nach DeMorgans Definition des Relativen Produkts folgende sechs Diagramme und Addizitätsgleichungen:

(Abb. 7)	w—	b—	w— b	$A(2r) = 1 + 1 - 2$
(Abb. 8)	w—	—l—	w— l—	$A(2r) = 1 + 2 - 2$
(Abb. 9)	w—	—g—	w—g—	$A(2r) = 1 + 3 - 2$
(Abb. 10)	—l—	—l—	—l—l—	$A(2r) = 2 + 2 - 2$
(Abb. 11)	—l—	—g—	—l—g—	$A(2r) = 2 + 3 - 2$
(Abb. 12)	—g—	—g—	—g—g—	$A(2r) = 3 + 3 - 2$

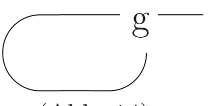
Die Abb. 7, 8 und 10 liefern graphische Evidenzen für die Validität der Irreduzibilitätsthese, daß dreistellige Relationen nicht durch die Anbindung zweier $n < 3$-stelliger Relationen hervorgebracht werden können. Daß selbst beliebig lange Ketten von Dyaden dazu nicht taugen (vgl. SS 3, 92 (1906)), veranschaulicht die Linearität des Graphenkomplexes in Abb. 10. Abb. 12 demonstriert, daß Tetraden durch eine einfache Verknüpfung zweier Triaden generiert werden *können*, und mehr als der Nachweis der Möglichkeit dieser Generierungsform ist nicht erforderlich, wenn man Ockhams Rasiermesser ansetzt.

4.2.2. Über die interne Bindung von Begriffen

Gleichwohl gibt sich Peirce mit DeMorgans Operation nicht zufrieden, denn sie berücksichtigt weder die Verknüpfung von mehr als zwei Relationen noch diejenige der relationeninternen Bindung von zwei Haken eines einzigen Flecks (vgl. CP 3.421 (1892)). Mit dieser zweiten Möglichkeit rechnet Peirce von Beginn an, d.h. bereits in einem Brief vom 21. 12. 1882 an Mitchell (vgl. CE 4, 394ff.), dem ersten Entwurf zu einer graphischen Transskription von Propositionen. Selbstbezügliche Propositionen wie „Jemand liebt sich selbst“ oder „Jemand gibt sich selbst etwas“ müssen über Rhemata gebildet werden, die mehr als eine Leerstelle umfassen. Ihre adäquate Diagrammatisierung ist



(Abb. 13)



(Abb. 14).

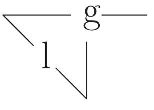
Im Falle der *„internen Bindung“* von Haken wird die Valenz des Flecks vermindert, doch diese Sättigung verdankt sich nicht der Anbindung einer zweiten Graphinstanz. Daher ist in der Gleichung zur Ermittlung des Relativen Produkts ν, die Variable der Valenz der angebundenen Graphinstanz, notwendigerweise 0 (zu den Besonderheiten der internen Bindung vgl. Burch 1991a, 11ff.). Die Valenzen intern gebundener RG können zwar mit DeMorgan als $V(l) = 2 + 0 - 2$ für Abb. 13 und $V(g) = 3 + 0 - 2$ für Abb. 14 korrekt ermittelt werden. Sofern aber die Algebra eine „Wissenschaft des Auges“ ist (CP 1.34 (1869)) und ihre Gleichungen wie jedes Diagramm dem Gebot der Ikonizität unterworfen sind, suggerieren die Dreigliedrigkeit der beiden Kalküle sowie das Symbol der Addition irreführenderweise die dreistellige Idee einer Kombination. Zudem bleibt die Operation DeMorgans auf die Teilklasse der Berechnung der Addizitäten zweigliedriger Graphen beschränkt, obwohl sich durch ihre iterierte Anwendung die Addizitäten $n > 2$-gliedriger Relationenkomplexe berechnen lassen, indem über der ermittelten Addizität eines ihrer zusammengesetzten Teile und der Valenz einer weiteren Relation, die das Gefüge vervollständigt, ein Relatives Produkt gebildet wird.

4.2.3. Peirce’sches Produkt; Diminuitive und Rekursive Anbindung

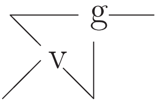
Mit der Ersetzung der Konstante in DeMorgans Gleichung durch eine Variable löst Peirce in einem Zug beide Probleme der Valenz- und Addizitätsberechnung. In „The Logic of Relatives“ schreibt er: „Generell ergibt die Verbindung einer μ-ade und einer ν-ade eine $(\mu+\nu-2\lambda)$-ade, wobei λ die Anzahl der Bindungen für die Vereinigung ist“ (SS 1, 295 (1897)). Die Ergebnisse der diesem Satz entsprechenden Formel

$$A(2r) = \mu + \nu - 2\lambda$$

stimmen nicht in jedem Fall mit den durch Bildung des Relativen Produkts gewonnenen Resultaten überein. Der Satz „Jemand (A) gibt jemandem (B), den er liebt und der ihn liebt, etwas (C)“ beinhaltet eine triadische Relation zwischen A, B und C sowie eine äquiparante dyadische Relation zwischen denselben Einzeldingen A und B, zwischen denen die triadische Relation substituiert. Dabei kann offen bleiben, ob die Gabe und die Liebesbeziehung in irgendeinem Verhältnis zueinander stehen.



(Abb. 15)



(Abb. 16)

Das die Relationalität dieser Proposition darstellende Diagramm in Abb. 15 bildet die Einwertigkeit der zusammengesetzten Beziehung ikonisch durch den ungesättigten Haken nach, der von rechts an den Fleck g anschließt. Nach DeMorgans Operation entspricht diesem Agglomerat zweier Relationen die Addizität $3+2-2$, welches Ergebnis der Anzahl der Haken des zusammengesetzten RG-Komplexes in Abb. 15 widerspricht. Peirce’ Variable λ bezieht sich auf „die Anzahl der Bindungen für die Vereinigung“ (SS 1, 295 (1897)), und deren Summe ist in diesem Fall 2, weil durch die Anbindung *einer* Relation *zwei* Paare von Haken gesättigt werden. Mithin ergibt sich die Addizität $(3 + 2) - 2(2)$.

Mag die Einwertigkeit einer derartigen doppelten Anbindung einer dyadischen und einer triadischen Relation der intern gebundenen Triade auch oberflächlich ähneln, zeigt sich beim Abzählen der Linien der beiden Diagramme der Unterschied, daß an der von Abb. 14 ausgedrückten Beziehung zwei Einzeldinge (Geber/Empfänger und Gabe) teilhaben, während die von Abb. 15 dargestellte Relation zwischen drei Einzeldingen (Geber/Liebhaber, Empfänger/Geliebter und Gabe) substituiert. Die Klasse jener Verknüpfungen von RG-Instanzen miteinander oder mit bestehenden Graphenkomplexen, die ein relationales Gebilde hervorbringen, dessen Addizität um mindestens 2 geringer ist als die Wertigkeit eines aus denselben Elementen gebildeten Graphenkomplexes, bei dessen

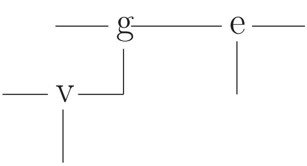
Konstruktion jeder Anbindungsschritt je einen Haken des bestehenden Komplexes und einen des anzubindenden Flecks sättigt, wollen wir *diminuitive Anbindungen* nennen. Auch die Addizität der diminuitiven Anbindung zweier triadischer Relationen, wie sie etwa der Aussage „Jemand (A) gibt jemandem (B), dem gegenüber er zu etwas (C) verpflichtet ist, etwas (D)“ entspricht und in Abb. 16 diagrammatisch dargestellt wird, kann mit Hilfe des Relativen Produkts nicht berechnet werden.

Neben der diminiutiven nutzt Peirce eine weitere Variante der Anbindung, die Diagramme hervorbringt, deren Wertigkeiten DeMorgans Gleichung nicht korrekt zu erfassen vermag. Zur Erklärung der *rekursiven Anbindung* von RG muß die Formel aus „The Logic of Relatives“ erweitert werden, so daß sie Addizitäten von Diagrammen angibt, die aus mehr als zwei Graphen zusammengesetzt sind. Erst einer Übertragung der Gleichung auf mehrgliedrige Beziehungsgefüge zeigt sich der große Nutzen der Einführung der zusätzlichen Variablen λ:

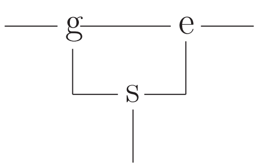
$$A(\psi r) = (\mu + \nu + o + ... + \psi) - 2\lambda \qquad \text{(Relative Multiplikation).}$$

Obwohl Peirce diese Formel meines Wissens nicht eigens aufstellt, nutzt er sie, wie wir noch sehen werden, mehrfach zur Bildung komplexer Graphen, so daß ihr Resultat unter dem Namen Peirce’sches Produkt in die Mathematik der Relationen eingehen konnte.

Eine mehrere Prädikate enthaltende Proposition wie „Jemand (A) gibt jemandem (B), den jemand (F) zu etwas (G) verurteilt, etwas (C), das etwas (E) um etwas (D) ergänzt“ kann wie in Abb. 17 diagrammatisch dargestellt werden.



(Abb. 17)



(Abb. 18)[31]

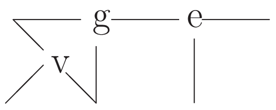
Hierbei werden drei dreistellige RG-Instanzen, welche die über triadischen Prädikaten gebildeten Propositionen „A gibt dem B ein C“, „F verurteilt B zu G“ und „C ergänzt D um ein E“ nachbilden, durch unbestimmte Identifikation von je einem ihrer grammatischen Subjekte mit-

31. Ein äquivalentes Diagramm entwickelt André de Tienne (vgl. 1992, 1298). Allerdings möchte er dieses Diagramm als Explikation der Zeichentriade, genauer als Vergrößerung ihres Konvergenzpunktes, verstanden wissen.

einander verknüpft. Von den sieben beteiligten Subjekten A bis G, denen sieben ununterbrochene Linien des Diagramms entsprechen, sind zwei, nämlich B und C, nicht weiter anbindungsfähig oder gesättigt. Solche Subjektterme werden durch Linien dargestellt, deren Endpunkte an Indizes für Prädikate grenzen — im Beispielfall durch die Linien zwischen g und v und zwischen g und e. Alle anderen Linien entsprechen ungesättigten Haken, deren korrespondierende Subjekte durch Anbindungen weiterer Relationen näher spezifiziert werden können. Abb. 17 enthält fünf solcher Linien. Ein damit übereinstimmendes Ergebnis erhält man durch die Bildung des Peirce'schen Produkts über den Relationen g, v und e, $A(3r) = (3+3+3) - 2(1+1)$.

Betrachten wir nun das graphische Äquivalent der Proposition „Jemand (A) gibt jemandem (B) etwas (C), das etwas (E) um etwas (D), das der Empfänger (B) jemandem (F) schuldet, ergänzt". Auch dieser Satz zerfällt in drei triadische Relationen — in diejenigen des Gebens (g), des Schuldens (s) und des Ergänzens (e). Doch im Unterschied zu dem nach der Standardform gebildeten Beziehungsgefüge (Abb. 17) bezieht der rekursive Komplex (Abb. 18) sechs den grammatischen Subjekten A bis F entsprechende Haken aufeinander, von welchen die drei für die Subjekte B, C und D stehenden Haken nicht weiter anbindungsfähig sind. Das Diagramm in Abb. 18 zeigt drei ungebundene Haken, was dem Ergebnis der Addizitätsgleichung, $A(3r) = (3+3+3) - 2(1+2)$, entspricht.

Bei der Diagrammatisierung des im Beispielsatz zu Abb. 18 enthaltenen Beziehungsgeflechts entsteht durch die erste Anbindung ein zweigliedriger RG-Komplex, dessen Addizität 4 durch DeMorgans Gleichung ermittelt werden kann. Das gilt unabhängig davon, welches Paar aus der Trias triadischer Prädikate durch den ersten Schritt der Operation verbunden wird. Der zweite Verknüpfungsschritt — die Anbindung der jeweils dritten triadischen RG-Instanz an den zweigliedrigen Komplex — vermindert dessen Addizität um 1, indem die Anbindung zwei ungebundene Haken zugleich sättigt. Die Bildung eines aus drei unzerlegbaren RG-Instanzen, deren Valenzen mit der Addizität ihrer Komposition identisch sind, zusammengesetzten Diagramms über einem diminuitiv angebundenen zweigliedrigen RG-Komplex der Addizität 2 (vgl. Abb. 16) erreicht dasselbe Ergebnis auf dem umgekehrten Weg: Im zweiten Verknüpfungsschritt wird der dritte RG nach der Standardform angebunden, um die Addizität des dreigliedrigen Komplexes auf 3 zu erhöhen. So entsteht bei der graphischen Transskription aus der Proposition „Jemand (A) gibt jemand (B), den er zu etwas (D) verurteilt, etwas (C), das etwas (E) um etwas (F) ergänzt" folgendes Diagramm der Addizität $A(3r) = (3+3+3) - 2(2+1)$:



(Abb. 19)

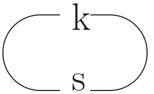
Ungeachtet der Identität der verbundenen Elemente und der Addizität des resultierenden RG-Komplexes entdeckt die vergleichende Betrachtung der Diagramme in den Abb. 18 und 19 eine wesentliche Differenz: Während die drei ungesättigten Haken des ersten Diagramms verschiedenen Flecken angehören, ist der Fleck g des zweiten Diagramms vollständig spezifiziert, da jeder seiner drei Haken gesättigt ist, wogegen zwei der drei Haken des Flecks e weiterhin anbindungsfähig sind. Wir können von *„symmetrischer“* und *„asymmetrischer rekursiver Anbindung“* sprechen, um diesem Unterschied, der sich an der algebraischen Addizitätsgleichung nicht zeigt, Rechnung zu tragen.

Asymmetrisch rekursive Diagramme können aus jeder ungeraden Anzahl von triadischen RG-Instanzen zusammengesetzt werden, während symmetrisch rekursive RG-Komplexe nur aus solchen Mengen von triadischen RG-Instanzen gebildet werden können, deren Anzahl einer der Potenzen von 3 gleicht. Symmetrisch rekursive RG-Komplexe verbinden die Elemente, aus denen sie bestehen, auf besonders homogene Weise, deren Kohärenz der Zeichenrelation stark ähnelt, so daß man versucht ist, von „Superzeichen“ zu sprechen, wäre dieser Begriff nicht schon anderweitig besetzt — nämlich im Sinne einer „Zusammenfassung von Zeichen zu einer neuen Einheit oder Ganzheit“ (Walther 1974, 108ff.). Dieser Terminologie zufolge müssen die in den Abb. 7 bis 23 dargestellten Diagramme sämtlich als „Superzeichen“ klassifiziert werden, denn jedes von ihnen verbindet Zeichen für elementare oder unzerlegbare Prädikatterme zu Leerformen für zusammengesetzte Aussagen — also zu „Zeichen eines höheren Repertoires“. Über diesen können in einem zweiten Schritt der diagrammatischen Reproduktion semiotischer Gebilde die junktorischen, quantorischen und modalen Operationen der Teile α, β und γ des Systems der EG entwickelt werden. Symmetrisch rekursive RG-Komplexe bilden eine Teilklasse solcher „Superzeichen“. Aufgrund ihrer funktionalen Äquivalenz mit den Elementen, aus denen sie bestehen, sowie wegen der kohärenten Anordnung dieser Elemente ist dieser Verknüpfungstyp von besonderem Interesse. Das Theorem der rekursiven Anbindung könnte etwa die genetischen Spekulationen über die Bedingungen der zufälligen Entstehung einer Tendenz der Gewohnheitsbildung aus dem Chaos ungebundener Möglichkeit befruchten (vgl. CP 1.409ff. (1890); 6.490 (1910)) oder auch der erkenntnistheoretischen Frage nach der Möglichkeit der Entstehung begründeter, allem methodischen Fallibilismus zum Trotz verläßlicher Überzeugungen frische Impulse verleihen.

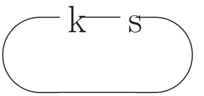
4.2.4. Die Regel der Anbindung von Rhematischen Graphen und ihre Deutung

Dem naheliegenden Einwand, diminuitive und rekursive Anbindungsformen verletzten eine strikte Lesart der einzigen Regel, der Begriffsverknüpfungen unterworfen sind (vgl. SS 3, 191 (1906); SS 3, 198 (1908)), kann mit dem Hinweis begegnet werden, daß der Begriff „concept“ in der Anbindungsregel „The combination of concepts is always by two at a time and consists in indefinitely identifying the subject of the one with the subject of the other“ (CP 1.294 (1905)) auf prädikative Begriffe beschränkt werden muß. Denn würden die im Zuge der Transformation von Prädikaten zu Rhemata gestrichenen Namen für Einzeldinge oder Subjekte dem Begriff „concept“ subsumiert, könnte die Anbindung einer triadischen Relation nicht, wie 1907 behauptet (vgl. SPP 507), die Valenz einer Relation oder die Addizität eines Relationengefüges um 1 vermindern, indem sie in *einem* Anbindungsschritt *zwei* der offenen Bindungsmöglichkeiten des Graphenkomplexes sättigt, an den sie gebunden wird. Zwar sind Subjektterme zweifellos „concepts“, denen die relationale Struktur monadischer Prädikate entspricht. Aber ebenso unzweifelhaft ist die Rede von Subjekttermen, deren Subjekte mit denen anderer Begriffe identifiziert werden, wenn nicht unsinnig, so zumindest redundant.

Aus diesem Dilemma führt ein Verständnis von „concept“, das nur solche Begriffe der Anbindungsregel unterwirft, die gemäß der Konventionen der graphischen Übersetzung von Rhemata als Flecken skribiert werden. Diese Interpretationshypothese wird durch die Untersuchung von Beispielen gestützt, die Peirce zur Erläuterung der Theorie der Verknüpfung heranzieht. Würde „concept“ anstatt der Flecken deren Haken bezeichnen, wäre die diminuitive Anbindung einer Triade, welche die Valenz eines Graphen oder die Addizität eines Graphenkomplexes vermindert, ebenso unmöglich wie folgende Anbindung zweier dyadi-scher RG-Instanzen, die zum diminuitiven Typus gehört: Der medadischen Proposition „Sie küßten und sie schlugen sich“ entsprechen die Diagramme



und



(Abb. 20; MS L 294 (1882), Roberts 1973, 18)

(Abb. 21; vgl. CP 4.457, Fig. 105f. (1903)).

Hier sättigt die Anbindung des zweiten Begriffs (wie im Falle der Abb. 15 und 16) nicht, wie in CP 1.294 vorgesehen, einen, sondern zwei Haken von jedem der verknüpften dyadischen Flecken.

4.2.5. Die Dekomposition der Tetrade des Verkaufs

Daß Peirce, obwohl eine restriktive Lesart der Anbindungsregel diese Möglichkeit ausschließt, RG auf rekursive Weise aneinander knüpft, demonstriert die Diagrammatisierung einer alternativen Reduktion der Tetrade „S verkauft ein T an B zum Preis M". Diese Variante ist in höherem Maße analytisch als die erörterte (vgl. oben, 3.4.) Anbindung zweier Triaden über das Hilfssubjekt „Transaktion E" (vgl. CP 1.363 (1890); SS 2, 137f. (1903)), denn sie führt ein Konvolut triadischer Relationen ein, das neben den vier ungebundenen Subjekten S, T, B und M nicht weniger als sieben Hilfssubjekte umfaßt. Wir wollen uns eines Urteils über den Nutzen dieser Erweiterung enthalten, um uns auf die Identifikation der verwendeten Anbindungstypen zu konzentrieren. In einem undatierten Manuskript schreibt Peirce:

> „[...] Every tetradic relation, or fact about four objects can be analyzed into a compound of triadic relations. This can be shown by an example. Suppose a seller, S, sells a thing, T, to a buyer, B, for a sum of money, M. This sale is a tetradic relation. But if we define precisely what it consists in, we shall find it to be a compound of six triadic relations, as follows:
> 1st, S is the subject of a certain receipt of money, R, in return for the performance of a certain act Ag;
> 2nd, This performance of the act Ag, effects a certain delivery, D, according to a certain contract, or agreement, C;
> 3rd, B is the subject of a certain acquisition of good, G, in return for the performance of a certain act, Ab;
> 4th, This performance of the act Ab effects a certain payment, P, according to the aforesaid contract C;
> 5th, The delivery, D, renders T the object of the acquisition of good G;
> 6th, The payment, P, renders M the object of the receipt of money, R" (CP 7.537 (o.J.)).

Die Niederschrift des aus sechs triadischen RG-Instanzen komponierten Komplexes erfolgt in sechs Schritten, von denen nur vier Verknüpfungsoperationen im engeren Sinne sind. Zunächst wird die RG-Instanz für den zwischen S, R und Ag vermittelnden Satz (1^{st}) skribiert. Sie wird im zweiten Schritt der Diagrammatisierung durch die erste Anbindungsoperation nach der Standardform mit der RG-Instanz (2) verbunden. Aufgrund der Identifikation der Subjekte Ag in (1^{st}) und (2^{nd}) darf an die ihnen entsprechenden Haken hinfort kein weiterer Haken angebunden werden. Das Resultat der ersten Anbindung von zwei (und nur zwei) RG-Instanzen, die für prädikative Begriffe stehen, ist ein zweigliedriger RG-Komplex der Addizität 4 (vgl. Abb. 12).

Der dritte Schritt fügt dem nichts hinzu. Die triadische RG-Instanz (3), welche die Proposition (3^{rd}) über B, G und Ab nachbildet, wird auf das Behauptungsblatt [32] skribiert, ohne daß einer ihrer Haken durch Identifikation des entsprechenden Subjekts mit einem der Subjekte, für welche die vier Haken des aus (1) und (2) gebildeten Graphenkomplexes stehen, gesättigt würde. Stehen solcherart zwei oder mehr RG-Instanzen oder RG-Komplexe unverbunden nebeneinander auf dem Behauptungsblatt, wird die Konjunktion der durch sie ausgedrückten Phänomene behauptet (vgl. CP 4.433f. (1903)) [33]. Die durch den dritten Schritt hervorgebrachte graphische Skriptur wird gelesen als „S ist Subjekt einer Geldeinnahme R als Ausgleich für die Ausführung einer Handlung Ag, die eine Übergabe D nach Maßgabe eines Vertrags C bewirkt *und* B ist Subjekt einer Gütervermehrung G als Ausgleich für die Ausführung einer Handlung Ab.“

Die im vierten Schritt der Bildung des tetradischen Graphenkomplexes angebundene triadische RG-Instanz (4) enthält wie die RG-Instanz (2) keinen Haken, der nach Abschluß der vier Verknüpfungsoperationen ungesättigt bliebe. Keines der Subjekte der Proposition (4^{th}), weder Ab noch P noch C, gehört also zur Klasse der anbindungsfähigen Subjekte

32. Das leere Behauptungsblatt beschreibt Peirce als besonderen Graphen, der eine zwischen dem Graphisten und dem Interpreten eines Diagramms bestehende Übereinkunft anzeigt: Was immer auf das Blatt geschrieben wird, betrifft ein Diskursuniversum, dessen Eigenschaften, über die Konsens besteht, durch jeden auf das Blatt geschriebenen Graphen näher bestimmt werden (vgl. CP 4.432; SS 2, 101f. (1903)).

33. Diese Konvention über die Diagrammatisierung der Konjunktion widerspricht dem später „Entitativ“ genannten Graphensystem, das der „Monist“-Aufsatz von 1897 einführt. In diesem System bedeutet die Juxtaposition uneingekreister Graphen die Adjunktion der Propositionen, die sie nachbilden, und ihre Konjunktion wird durch die Einkreisung der gleichzeitig behaupteten Graphen sowie durch die Einkreisung dieser gleichzeitigen Behauptung ausgedrückt — eine graphische Operation, die im System der EG Adjunktion bedeutet. An der „Widernatürlichkeit und Anikonizität“ (CP 4.434 (1903)) des Systems der Entitativen Graphen nahm Peirce nach eigenem Bekunden kurz nach der Drucklegung der „Logic of Relatives“ Anstoß (vgl. CP 4.618 (1908)), doch Paul Carus, der Herausgeber des „Monist“, ließ sich nicht auf eine neuerliche Publikation zur Graphentheorie ein, die das Innerste der „Logic of Relatives“ nach außen gekehrt hätte (vgl. MS 280 (ca. 1905); zit. bei Roberts 1973, 27, sowie MS 500 (1911), zit. bei Thibaud 1975, 50). Da die Thesen des vorliegenden Aufsatzes die Konnektivität von RG unabhängig von der Einführung des Schnitts als Zeichen für Verneinung, wodurch das System der EG erst entsteht, behandeln, beanspruchen sie Geltung für die Grundlegung beider Systeme der Diagrammatisierung.

des tetradischen Zieldiagramms. Solche gleichsam unter der Oberfläche höherstelliger Relationen im Verborgenen substituierenden Beziehungen können in Analogie zur Rede vom Hilfssubjekt, welcher Begriff bei der Diskussion der Reduktion der Tetrade des Verkaufens in CP 1.363 (1890) eingeführt wurde (vgl. oben, 3.4.), *„Hilfsprädikate“* genannt werden [34]. Hilfssubjekte tragen zur intensionalen Kohärenz der Graphenkomplexe bei, an denen sie teilhaben, und ihre Ableitung aus der Ausgangsrelation obliegt einer iterierten hypostatischen Abstraktion. Die Anbindung der vierten RG-Instanz stiftet ein neuartiges relationales Gefüge, indem sie zwei vormals unverbundene Teilgraphen zu einem einheitlichen Gesamtgraphen zusammenfügt. Das Ergebnis der Niederschrift der RG-Instanz (3) bestand in deren Koexistenz mit einem zweigliedrigen, nach der Standardform angebundenen RG-Komplex der Addizität 4. Nun verbindet die RG-Instanz (4) die ungebundene RG-Instanz (3) mit dem durch die Verknüpfung von (1) und (2) erzeugten Gebilde, indem durch denselben Anbindungsschritt sowohl Ab, einer der ungebundenen Haken der RG-Instanz (3), als auch C, einer der ungesättigten Haken des aus (1) und (2) gebildeten Komplexes, mit je einem der Haken der RG-Instanz (4) identifiziert werden.

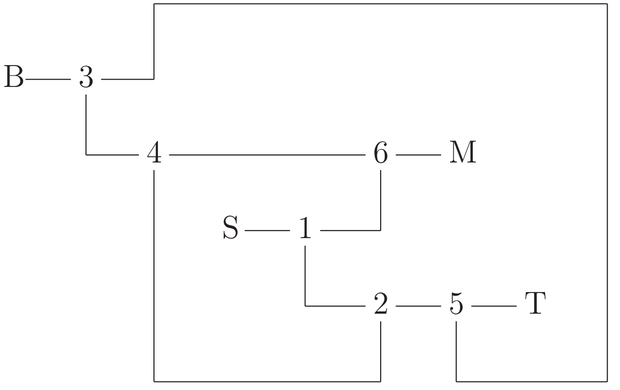
Mit einer strikten Auslegung der Regel der Verbindung von RG (vgl. CP 1.294 (1905)) ist diese Verknüpfung nicht vereinbar, weil sie kraft einer einzigen Operation zweimal zwei Subjekte identifiziert. Gleichwohl zeigt das aus dem Vollzug des vierten Schritts resultierende Diagramm keinerlei Anzeichen von Rekursivität oder Diminuitivität, besteht es doch in einem viergliedrigen RG-Komplex der Addizität 6, wie er in äquivalenter Form durch Standardanbindungen von vier triadischen RG-Instanzen hätte entstehen können. Aufgrund des Vermögens dieses Anbindungstyps, durch einen einzigen Verknüpfungsschritt zwei oder drei zuvor unverbundene Graphen oder Graphenkomplexe aneinander zu binden und auf diese Weise die Addizität eines Graphenkomplexes um mehr als 1 zu erhöhen, kann von *erweiternder Anbindung* gesprochen werden.

34. Die Zerlegung der vierwertigen Proposition „A verkauft dem B ein C zum Preis D“ in zwei über das Hilfssubjekt „Transaktion E“ angebundene Triaden erhöht zwar die Anzahl der Prädikate, indem an die Stelle der einen tetradischen Relation des Verkaufens die beiden triadischen Relationen des gemeinsamen Vollzugs und der doppelten Bestimmung einer Transaktion treten. Doch das triadische Prädikat über die Teilhaber an der Transaktion (A, B) verbindet wie die Triade über ihre Komponenten (C, D) je zwei der Subjektterme, die durch die Tetrade aufeinander bezogen werden. Der Begriff „Hilfsprädikat“ dagegen bezeichnet unzerlegbare Einheiten der relationenlogischen Dekomposition von Beziehungsgefügen, die weder selbst noch durch eines der Subjekte, zwischen denen sie vermitteln, im Ausgangssatz vertreten sind. Im Diagramm erscheinen sie als Flecken, deren Haken ohne Ausnahme an andere Flecken gebunden sind, wodurch ihre Sättigung graphisch repräsentiert wird.

Denn dyadische oder triadische RG-Instanzen, die diesen Anbindungstyp realisieren, binden relationale Gebilde jeder beliebigen Komplexion aneinander.

Durch die Schritte fünf und sechs werden je zwei der ungebundenen Haken des RG-Komplexes auf rekursive Weise in triadische RG-Instanzen eingebunden, wodurch die Addizität des Gesamtgraphen jeweils um 1 vermindert wird. Diese Operationen fügen die durch die ersten vier Schritte geknüpfte Kette von RG-Instanzen zu einem semiotischen Netzwerk zusammen. Aus der Hexade, die durch Anbindung der triadischen RG-Instanz (4) entstanden war, wird im fünften Schritt ein pentadisches Gebilde, indem zwei ihrer ungebundenen Haken, die den Subjekten D in der Proposition (2^{nd}) und G in der Proposition (3^{rd}) entsprechen, in die triadische RG-Instanz (5) eingebunden und gesättigt werden, während diese dem Graphenkomplex nur einen neuen ungesättigten Haken, T, hinzufügt. Und die Anbindung der RG-Instanz (6) sättigt die Subjekte R aus Proposition (1^{st}) und P aus Proposition (4^{th}), die sie zu dem neuen Subjektterm M in Beziehung setzt, wodurch die Addizität der Pentade um 1 verringert wird.

Wird auf die Symbolisierung gesättigter Subjektterme verichtet, zeigt das Diagramm das folgende Abbild des relationalen Gefüges der scheinbar vierstelligen Relation des Verkaufens. Um die Übersicht zu erleichtern, werden die Kleinbuchstaben für Prädikate durch Kardinalzahlen ersetzt, die der ordinalen Numerierung der triadischen Propositionen in Peirce' Zitat entsprechen:



(Abb. 22)

Für die einzelnen Konstruktionsschritte ergeben sich folgende Addizitätsgleichungen:

$$
\begin{aligned}
V(S,R,Ag) &= 3 && (4)\\
A(2r)(Ag,D,C) &= (3+3)-2(1)=4 && (5)\\
A(3r)(B,G,Ab) &= (3+3+3)-2(1+0)=7^{35} && (6)\\
A(4r)(Ab,C,P) &= (3+3+3+3)-2(1+0+2)=6 && (7)\\
A(5r)(D,T,G) &= (3+3+3+3+3)-2(1+0+2+2)=5 && (8)\\
A(6r)(P,M,R) &= (3+3+3+3+3+3)-2(1+0+2+2+2) &&\\
&= 4 && (9)
\end{aligned}
$$

5. Vorbemerkungen zu einer möglichen Integration Rhematischer und Existenzieller Graphen

Die Theorie der EG zerfällt in drei Teilbereiche α, β und γ. Jeder dieser Bereiche führt eigene graphische Elemente und Konventionen der Deutung und Transformation der Diagramme ein, über die im vorhinein zwischen dem „Graphist“ und dem „Interpreten“ Übereinstimmung hergestellt werden muß. Die Systemteile bilden eine Begründungshierarchie, deren Logik gebietet, daß die Konstruktionselemente und -Vorschriften von α vor denen von β und diese vor denen des γ-Teils erörtert werden. Ihre Differenz erweist sich an den Unterschieden zwischen den semiotischen Gebilden, deren graphische Rekonstruktion die Diagrammatisierung jeweils bezweckt. EG-Diagramme des α-Typs stellen logische Beziehungen zwischen ganzen Sätzen oder vollständigen Propositionen her. Mit Hilfe der β-Graphen läßt sich die interne Struktur der unanalysierten Gesamtheiten, die in Teil α untersucht werden, als Muster der Identitätsbeziehungen aufweisen, die zwischen den Prädikaten der jewewiligen Aussage bestehen. γ-Graphen repräsentieren Relationen, die zwischen Prädikaten über Prädikate — metasprachlichen Abstraktionen und Modalitäten — bestehen (vgl. SS 2, 132 (1903)).

35. Beim dritten Konstruktionsschritt wird nicht eine RG-Instanz an einen bestehenden Graphenkomplex angebunden, sondern eine unverbundene Grapheninstanz auf das Behauptungsblatt geschrieben, welche die Konjunktion der Bedeutungen behauptet, für die der aus der Verknüpfung von (1) und (2) entstandene RG-Komplex und die RG-Instanz (3) jeweils stehen. Wegen der Unverbundenheit dieser Teilgraphen, oder weil bei diesem Konstruktionsschritt keine Paare von Haken aneinander gebunden werden, wird in der Addizitätsgleichung 0 zu der Variable λ addiert. Das Resultat des Wertigkeitskalküls gibt dann die Summe der Wertigkeiten der unverbundenen Teilgraphen an.

Jeder der drei Systembereiche kann weiter hinsichtlich der Funktionen des Aufbaus und der Umformung unterteilt werden. Der Aufbaufunktion gehören die graphischen Elemente und die Regeln zu ihrer Verknüpfung an. Die Funktion der Umwandlung betrifft die Regeln der wahrheitsbewahrenden Transformation der entstandenen Diagramme zum Aufweis logischer Äquivalenzen. Innerhalb dieser Typologie der Untersuchungsbereiche der Theorie der EG gehören die RG zur Aufbaufunktion des β-Teils. Zu den Satzbuchstaben des α-Teils und den entsprechenden Konventionen, daß Gegenüberstellungen Konjunktion und Einschlüsse Negation bedeuten, kommen in Teil β die RG und die Regeln ihrer Verknüpfung durch Identifizierung der Subjektbegriffe für Individuen oder Klassen, die an verscheidenen Prädikaten teilhaben, sowie die Identitätslinie und die Regel ihrer Verzweigung. Da die Stellung der RG innerhalb des Systems der EG nur unter der Voraussetzung eingehender erörtert werden kann, daß die Konventionen der Konstruktion und Deutung von α-Graphen bekannt sind, werden zunächst einige der Grundprinzipien der graphischen Logik unanalysierter Propositionen eingeführt.

5.1. Teil α der EG

Teil α der EG gründet auf einem einzigen Axiom: Das leere Behauptungsblatt stellt ein „Diskursuniversum“ dar, über das zwischen dem Graphisten und dem Interpreten des Diagramms dahingehend Übereinstimmung besteht, daß alles, was auf die Oberfläche dieses Blattes geschrieben wird, wahre Behauptungen über existierende individuelle Sachverhalte ikonisch nachbildet (vgl. PLZ 140 (1903)). Daher ist das leere Behauptungsblatt selbst ein Graph (vgl. SS 2, 101f.; CP 4.431 (1903)), dessen Bedeutung Pierre Thibaud (1975, 52) treffend als „reine Denotation des Wahren ohne jegliche Konnotation“ beschreibt. Auf seine Oberfläche werden Großbuchstaben geschrieben, die ausschließlich unanalysierte Propositionen oder Behauptungen als ganze anzeigen (vgl. SS 2, 140 (1903)), ohne daß Linien zwischen diesen Indizes vermitteln oder spezifische Verknüpfungsregeln deren Verhältnis zueinander bestimmen (vgl. SS 2, 129 (1903)).

Die Regeln der Verknüpfung von α-Graphen sehen vor, daß zwei oder mehr Satzbuchstaben, die auf das Behauptungsblatt geschrieben werden, für Propositionen stehen, die zu gleicher Zeit ausgesagt werden: Juxtaposition bedeutet Konjunktion (vgl. CP 4.433 (1903)). Außerdem verbinden die Schnitte auf dem Behauptungsblatt die Satzbuchstaben. Gegenüberstellung und Einkreisuzng stellen die Mittel bereit, um neben der Konjunktion und der Negation die klassischen logischen

Junktoren Disjunktion und Implikation nachzubilden. Ein *Schnitt* („cut" (CP 4.399ff. (1903); CP 4.556ff. (1906) oder „sep" (CP 4.449ff. (1903))) ist „eine in sich selbst zurückkehrende lineare Abtrennung [...], die alles, was sie einschließt, von dem Behauptungsblatt trennt, auf dem sie selbst steht, oder von jedem anderen Gebiet, auf dem sie selbst steht. Der gesamte Raum innerhalb des Schnitts (doch nicht einschließlich des Schnitts selbst) soll das *Gebiet* des Schnitts heißen" (PLZ 141 (1903); Hervorhebg. im Original). Ein hohes Maß an Ikonizität kennzeichnet dieses graphische Verfahren: Wenn jede auf die Oberfläche des Behauptungsblatts geschriebene Grapheninstanz die Wahrheit der Proposition bzw. die Existenz des Phänomens aussagt, die oder das sie denotiert, bedeutet die Abtrennung dieses Gebiets vom Behauptungsblatt folgerichtig die Behauptung der Falschheit der entsprechenden Aussage oder der Nicht-Existenz des nachgebildeten Sachverhalts.

Der Schnitt bewirkt die Negation jeder Grapheninstanz, die auf einem Gebiet steht, das durch einfache Einkreisung von der Oberfläche des Behauptungsblatts abgetrennt ist. Je nachdem, welche der Grapheninstanzen einfach oder mehrfach durch Einkreisung vom Diskursuniversum des Existenten abgetrennt ist, stehen die diagrammatisierten Aussagen in einem der Verhältnisse des propositionalen Kalküls zueinander, die schon Aristoteles und den Kontrahenten des Universalienstreits bekannt waren. Soll z.B. ein Konditionalsatz „de inesse"[36] diagrammatisch darge-

36. Der alte Peirce unterscheidet zwei Arten logischer Implikation und der entsprechenden konditionalen Propositionen: die „de inesse" interpretierte oder „materielle Implikation" und die „gewöhnliche Implikation" (vgl. CP 3.444 (1896)), die heute zumeist „strikte Implikation" genannt wird. Sein Augenmerk gilt der ersten Implikationsform, welche die Wahrheit der konditionalen Folgebeziehung „unter tatsächlich existierenden Umständen" behauptet (SS 2, 103 (1903)), während die zweite die Wahrheit der Illation unter jedem möglichen Umstand aussagt. Beispiele können die Differenz erläutern: Zum zweiten Typ von Konditionalsätzen gehören Aussagen über naturgesetzliche Zusammenhänge wie „Wenn die Temperatur unter null Grad fällt, friert Wasser zu Eis". Konditionale Propositionen dieses Typs sind immer umkehrbar („Wenn Wasser zu Eis friert, ist die Temperatur unter null Grad gefallen"), und die implikativen Folgen, die sie ausdrücken, sind wahr, wenn die antezedenten und die konsequenten Satzteile entweder beide wahr oder beide falsch sind. Anders im Falle der „materiellen Implikation", die Peirce an dem Beispielsatz „Es gibt eine verheiratete Frau, die Selbstmord begehen wird, wenn ihr Mann im Geschäftsleben versagt", erörtert (SS 3, 157f. 1906)). Hier ist keine Umkehrung möglich (vgl. SS 1, 282f. (1897)). Weil das „Konditional de inesse" lediglich behauptet, daß entweder der Antezedent falsch oder der Konsequent wahr ist, falsifiziert nur eine von vier über dem Bereich von Antezedent und Konsequent zu bildenden Wahrheitswertkombinationen die Behauptung der illativen Folge. Nur wenn alle Ehemänner im Geschäftsleben scheitern, ohne daß eine ihrer Ehefrauen sich umbringt — oder wenn es gar keine Ehepaare gibt —, ist die Falschheit der „materiellen Implikation" erwiesen (vgl. SS 2, 122; CP 4.435 (1903); SS 3, 157f. (1906); für einen relationenalgebraische Variante

stellt werden, wird weder der antezedente noch der konsequente Teil der Implikation auf die Oberfläche des Behauptungsblatts geschrieben, da weder die Existenz der Ausgangsbedingung noch die des konditionalen Nachsatzes, sondern allein die Existenz der implikativen Verbindung, die zwischen ihnen besteht, behauptet wird. Die „*Schlinge*" („scroll") (vgl. PLZ 141; CP 4.436f. (1903)) erfüllt diese Anforderung an das graphische Ikon für materielle Implikationen, indem sie den Vordersatz des Konditionals „de inesse" einfach und den Folgesatz zweifach einkreist.

Auf der Grundlage des das Behauptungsblatt betreffenden Axioms und mit Hilfe der Konventionen der Plazierung des Schnitts oder der Schnitte kann jede hypothetische Proposition in die graphische Notation transskribiert werden, gleichgültig, welchen der genannten Junktoren sie enthält. Doch zur Analyse der Elemente solcher hypothetischen Propositionen trägt der α-Teil des Systems der EG nicht bei. Weder die Quantifikation der grammatischen Subjekte noch die Bestimmung der relationalen Struktur des Prädikats machen die Funktion dieses Theorieteils aus, der allein die logische Stellung von Propositionen zueinander thematisiert. Sofern also RG-Instanzen die Beziehungsgefüge von Prädikaten nachzubilden beanspruchen, sind sie geeignet zur Darstellung der prädikativen Mikrostruktur jener unanalysierten Propositionen, die der α-Teil des Systems der EG aufeinander bezieht. Eine Integration der graphischen Formen der Darstellung von Prädikaten und ihren Verknüpfungen einerseits und von elementaren Propositionen andererseits, die durch logische Junktoren aufeinander bezogen werden, ist nicht nur möglich, da beide Repräsentationssysteme verschiedene Typen semiotischer Einheiten behandeln, sondern erwünscht, weil dadurch sowohl die Ikonizität als auch die Analytizität der Diagramme erhöht würden.

5.2. Das Wesen der Identitätslinie: Konventionen des Teils β

Auf dem Fundament des propositionalen Kalküls α entwickelt Peirce im β-Teil des Systems der EG mit der *„Identitätslinie"* ein Werkzeug, das die graphische Transskription kategorischer und relativer Propositionen gestattet. Enthält ein EG-Diagramm eine Identitätslinie[37], bildet es eine kategorische Aussage über die Existenz oder die Nicht-Existenz eines

des gleichen Arguments vgl. CP 3.375 (1885)).

37. Wenn eine Identitätslinie Schnitte überquert, wird sie „Ligatur" genannt (vgl. PLZ 147; CP 4.499 (1903)). Da hier aber weniger die Konventionen der Verbindung von Graphen über logische Operatoren zur Debatte stehen als vielmehr zulässige Formen der Kombination von Graphen, werden weder die Theorie der Schnitte noch die der dadurch entstehenden Ligaturen eingehender behandelt.

einzelnen Dings oder Sachverhalts nach; zeigt es zwei oder mehr Identitätslinien oder Ligaturen, ist es als Ikon einer relativen Proposition zu betrachten (vgl. SS 2, 124f. (1903); MS 1147 (o.J.), zit. Roberts 1973, 113). Die „Identitätslinie [...] soll die Identität der unbestimmten Einzeldinge behaupten, die durch alle ihre Punkte dargestellt werden, und macht das Einzelding zu dem Subjekt, das irgendeine Leerstelle eines Rhemas an dem jeweiligen Haken des Flecks ausfüllt, an dem diese Linie bei diesem Rhema angrenzt" (SS 2, 120 (1903)).

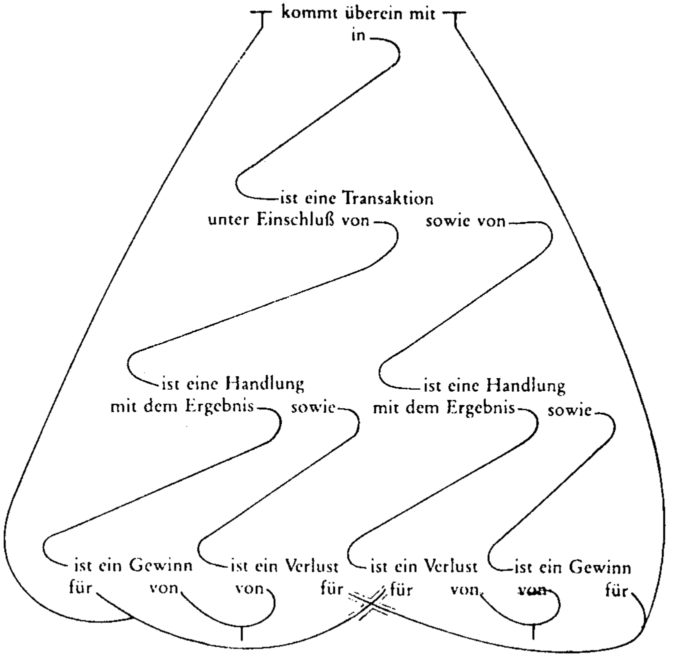
Durch die Einbeziehung der Identitätslinie wird der α-Teil der EG zu einem Darstellungssystem erweitert, das die interne relationale Struktur von kategorischen und relativen Propositionen nachbildet, indem Haken von ein- bis dreistelligen Flecken über fette Linien nach der beschriebenen Regel an ungebundene Haken anderer Flecken geknüpft werden. Der große Vorzug dieser Ergänzung besteht in der impliziten Quantifikation, die durch eine Übertragung der α-Konventionen über die Wirkungen der Schnitte auf β-Graphen möglich wird (vgl. Zeman 1967). Diagramme, die eingekreiste oder durch Schnitte vom Behauptungsblatt abgetrennte Gebiete umfassen, werden *„endoporeutisch"* interpretiert, d.h., von außen nach innen gelesen. Jene Teile des Gesamtgraphen, die auf der kontinuierlichen Oberfläche des Behauptungsblatts stehen oder am wenigsten häufig eingekreist sind, werden als erste gedeutet, dann die einmal mehr eingekreisten Teilgraphen usf. (vgl. SS 1, 289 (1897); SS 3, 129; SS 3, 182 (1906)).

Über die Quantifizierung des logischen Individuums, das die fett skribierte Identitätslinie nachbildet, entscheidet die Plazierung des am wenigsten häufig eingekreisten Abschnitts der Identitätslinie. Steht er auf der kontinuierlichen Oberfläche oder auf zweifach, vierfach oder auf andere Weise geradzahlig eingekreisten Gebieten des Behauptungsblatts, wird das Individuum, das durch diese Linie dargestellt wird, mit einem Existenzquantor versehen. Die Übersetzung eines solchen Diagramms hat mit den Worten „Es gibt etwas oder einiges („some"), das..." zu beginnen, und die nähere Bestimmung der Auswahl dieses Etwas obliegt dem Proponenten der Behauptung (vgl. SS 1, 293f. (1897); CP 4.439; CP 4.483 (1903)). Liegt der von den wenigsten Schnitten umschlossene Abschnitt der Identitätslinie auf einem einfach oder andersartig ungeradzahlig eingekreisten Gebiet, kann jeder Interpret des Diagramms ein Individuum aus dem entsprechenden Diskursuniversum auswählen und an ihm als Fallbeispiel die Wahrheit der skribierten Behauptung induktiv überprüfen (vgl. CP 4.458 (1903)). Wenn eine Behauptung mit den Worten „Es gibt irgendetwas („any"), das..." eingeleitet wird, überträgt sich das Recht, ein geeignetes Individuum auszuwählen, das Selektivpronomen „irgendetwas" zu ersetzen und die Behauptung am Einzelfall zu verifizieren oder zu falsifizieren, auf den oder die Adressaten der Behauptung. Das heißt für den Behauptenden, daß er sich der Wahrheit seiner Aussage gewiß sein muß — daß er „alle" meinen muß, wenn er „irgendetwas" sagt. Ungeradzahlig eingekreiste Identitätslinien stellen das graphische Äquivalent des Allquantors dar.

Diese Prinzipien der impliziten Quantifikation identischer grammatischer Subjekte können problemlos auf die Doktrin der RG übertragen werden. Abgesehen davon scheint sich der β–Teil der EG lediglich durch eine unwesentliche Skriptionskonvention von der Doktrin der RG zu unterscheiden. Ob die Linien, die Haken von Flecken verbinden, fett oder fein gezeichnet werden, ist unwesentlich, wenn das System der RG dadurch über ein Zeichen für Identität verfügt, daß es Flecken miteinander verknüpft, indem die Subjekte, für welche die jeweils aneinander gebundenen Haken stehen, miteinander „unendlich identifiziert" werden (CP 1.294 (1905)). Wie Identitätslinien bezeichnen in RG-Diagrammen enthaltene Linien numerisch identische Einzeldinge. Doch im Unterschied zu diesen vermögen die Linien in den Diagrammen der Abb. 7 bis 12 und 15 bis 21 nur jeweils zwei Flecken auf einmal zu verbinden, denn die Verknüpfungsregel für RG schreibt vor, daß bei jedem Anbindungsschritt die Haken von zwei und nur zwei Flecken aneinander gebunden werden dürfen. Daß Peirce gelegentlich selbst von diesem Prinzip abweicht, wurde bei der Analyse der graphischen Rekonstruktion der Pseudo-Tetrade des Verkaufs nach CP 7.537 (o.J.), genauer bei der oben „erweiternd" genannten Einbindung der triadischen RG-Instanz (4) deutlich, von deren Leerstellen je eine an den aus (1) und (2) gebildeten RG-Komplex und an die zuvor gänzlich ungebundene RG-Instanz (3) geknüpft wurden, während die dritte ungesättigt blieb. Mit diesem Kunstgriff — einen prädikativen Begriff in einem Schritt an zwei andere zu knüpfen, also durch die Niederschrift einer RG-Instanz drei Prädikate zugleich aufeinander zu beziehen — handelt Peirce einer engen Lesart seiner Verknüpfungsregel zuwider. Gleichwohl stimmt das graphische Resultat dieser Operation mit dem Ergebnis der algebraischen Addizitätsgleichung überein, wenn die dritte Variable λ, die das Peirce'sche von DeMorgans Relativem Produkt unterscheidet, so interpretiert wird, daß sie für die Anzahl der durch den jeweiligen Anbindungsschritt gesättigten Paare von Haken steht.

5.2.1. Eine alternative Reduktion der Pseudo-Tetrade des Verkaufs

Kurz nach der Einführung des Systems der EG entwarf Peirce 1898 eine alternative Version der Reduktion der Pseudo-Tetrade des Verkaufs auf



(Abb. 23): Reduktion der Pseudo-Tetrade des Verkaufs durch β-Graphen des Systems EG

eine Menge zusammengesetzter triadischer Graphen. Obwohl Peirce mit dem zu diesem Zweck skribierten Diagramm (vgl. NZ 388 (1898)) primär die Generativität der Triade zu demonstrieren beabsichtigt, ist ein Vergleich mit der oben erörterten Argumentation für die Reduzibilität von $n > 3$-stelligen Relationen (vgl. CP 7.537 (o.J.)) vor allem wegen der unterschiedlichen Formen der Beweisführung interessant. Während Peirce in dem undatierten Manuskript sechs Propositionen über triadische Prädikate anführt, aus deren Komposition sich die Pseudo-Tetrade zusammensetzt, deren RG-Diagramm Abb. 22 zeigt, zeichnet er 1898 nur das EG-Diagramm und überläßt dem Leser die propositionale Ausdifferenzierung (vgl. NZ 388 (1898)) (vgl. Abb. 23).

Nach der Variante von 1898 kann das Rhema „—verkauft—an—zu dem Preis—" in vierzehn triadische Relationen zerlegt werden, deren Verschmelzung zur Pseudo-Tetrade Peirce' Diagramm graphisch demonstriert. Zum Zwecke seiner Rekonstruktion werden zunächst die Leerstellen des vierstelligen Rhemas mit Großbuchstaben angereichert. Sie indizieren gestrichene Diesheiten und ergänzen das Rhema zu der vollständigen Proposition „S verkauft T an B zum Preis M“. Dann wird versucht, die triadischen Relationen, die bei jedem der Anbindungsschritte entstehen, in propositionaler Form zusammen mit der Arithmetik der Addizität des Graphenkomplexes, der sich mit jeder solchen Verknüpfung ergibt, wiederzugeben. Dieser Beginn ist willkürlich. Da durch Abb. 23 nicht etwa zeitliche Abfolgen, sondern logische Beziehungen diagrammatisiert werden, kann im Prinzip mit jedem der 14 triadischen Graphen begonnen werden. Es empfiehlt sich jedoch, die Rekonstruktion mit der Analyse eines Flecks einzuleiten, von dessen Haken mindestens einer mit einem Großbuchstaben besetzt ist. Am oberen Ende des Diagramms beginnend, ergeben sich:

(1) Ein Verkäufer (S) kommt mit einem Käufer (B) in einer Transaktion (Ta) überein.
$V(S, B, Ta) = 3$

(2) Transaktion (Ta) schließt eine Handlung der Veräußerung (V) und eine Handlung des Erwerbs (E) ein.

$$A(2r)(Ta, V, E) = (3 + 3) - 2(1) = 4$$

Einem Vorschlag folgend, den Peirce an anderem Ort macht, können die beiden Handlungen, welche die Leerstellen des Rhemas „—schließt—und—ein“ füllen, mit der Veräußerung („giving“) und dem Erwerb einer Ware („receiving“) gleichgesetzt werden (vgl. CP 7.537 (o.J.)).

(3) Die Veräußerung (V) zeitigt die Ergebnisse Abgabe der Ware (AW) und Erhalt einer Summe Geldes (EG).

$$A(3r)(V, AW, EG) = (3 + 3 + 3) - 2(1 + 1) = 5$$

(4) Der Erwerb (E) zeitigt die Ergebnisse Erhalt der Ware (EW) und Abgabe einer Summe Geldes (AG).

$$A(4r)(E, EW, AG) = (3 + 3 + 3 + 3) - 2(1 + 1 + 1) = 6$$

Beim Vollzug der Verbindungsschritte (2), (3) und (4) werden triadische Graphen nach der Standardform an den Graphenkomplex gebunden. Dadurch entsteht ein Relationengefüge der Addizität 6, das durch vier aneinander gebundene RG-Instanzen diagrammatisiert werden kann. Auch die Ergebnisse der beiden folgenden Operationsschritte sind mit der Verknüpfungsregel der RG kommensurabel. Es handelt sich um Verknüpfungen des diminuitiven Typs, da bei jeder der beiden Anbindungen mehr als ein Paar von Haken aneinander geknüpft wird. Jeweils einer der durch die Operationen (5) und (6) gesättigten Haken entspricht einer der Leerstellen AW und EG, die durch die Anbindung von Graphinstanz (3) zu ungebundenen Haken des Graphenkomplexes geworden sind. Je ein anderer Haken von (5) und (6) sättigt die S und B entsprechenden Haken des zuerst skribierten triadischen Flecks (1), der, dadurch an allen seinen Haken gebunden, zum Hilfsprädikat des Graphenkomplexes wird. Der jeweils dritte Haken von (5) und (6), M, bleibt nach der fünften Operation zunächst ungebunden, bevor ihn die sechste, in einem Schritt drei ungebundene Haken (AW, B, M) verschiedener Flecken aufeinander beziehend, in eine Linie des Diagramms transformiert, die zunächst keiner weiteren Anbindung zugänglich ist.

(5) Der Erhalt des Geldes (EG) bedeutet für den Verkäufer (S) den Gewinn einer bestimmten Summe Geldes (M).

$$A(5r)(EG, S, M) = (3 + 3 + 3 + 3 + 3) - 2(1 + 1 + 1 + 2) = 5$$

(6) Die Abgabe der Ware (AW) bedeutet für den Käufer (B) den Verlust einer bestimmten Summe Geldes (M).

$$A(6r)(AW, B, M) = (3+3+3+3+3+3)-2(1+1+1+2+3) = 2$$

Nach der Kombinatorik der Doktrin der RG, die sich auf Addizitätsgleichungen stützt, bleiben nunmehr zwei ungebundene Haken übrig, an denen die Konstruktion des pseudo-tetradischen Komplexes fortfahren kann. Es sind die Haken für den Erwerb der Ware (EW) und für die Abgabe des Geldes (AG), die an den rechten der beiden Flecken für „— ist eine Handlung mit dem Ergebnis — sowie —„grenzen. Da nach der Anbindung der sechsten triadischen RG-Instanz ein Graphenkomplex entstanden ist, der ein funktionales Äquivalent einer Dyade erzeugt, wäre, sofern der Zielgraph vier ungesättigte Haken enthalten soll, die Anbindung einer triadischen RG-Instanz nach der Standardform zu erwarten, welche die Addizität des Gesamtgraphen um 1 erhöhen würde. Doch Peirce wählt einen anderen Weg:

Bereits zuzeiten der Entwicklung der algebraischen Notation verfügt Peirce mit dem Komma-Operator über ein Symbol zur Darstellung der Erhöhung der Wertigkeit eines Begriffs, über den eine hypostatische Abstraktion vollzogen wird (vgl. CE 3, 372ff. (1870) sowie Burch 1994, 96ff.). Oben (vgl. 3.3.) wurde die Wirkung dieses Schlußfolgerungstyps an der Vergegenständlichung des Prädikats „ist schwarz“ vorgeführt: Aus

„Dieser Ofen ist schwarz“ wird „Diesem Ofen kommt Schwärze zu“ (vgl. SS 1, 151 (1867)). Mit der Hypostase geht eine Veränderung der relationalen Struktur des Satzes einher: Im ersten Fall werden zwei monadische Rhemata, „—ist ein Ofen“ und „—ist schwarz“, zu einer Medade verknüpft. Dagegen stellt sich die interne Struktur des zweiten Satzes dyadisch dar: Das zweistellige Rhema „—kommt—zu“ wird durch die beiden oben genannten vollständig gesättigt. Diese Operation, schreibt Peirce an Lady Welby, ist beliebig oft wiederholbar, bis als idealer Grenzwert der Analyse ein „kontinuierliches Prädikat“ erscheint (vgl. S&S 71f. (1908)).

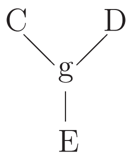
Das graphische Gegenstück zu diesen Überlegungen ist die gegabelte Identitätslinie, „Linie der Ter-Identität“ genannt. In dem Manuskript von 1898, dem Abb. 23 entnommen ist, verwendet Peirce die gefettete Linie, um die Identität ihrer Endpunkte zu behaupten (vgl. NZ 386). Später ergänzt er diese Skriptionskonvention um den *„Graphen der Ter-Identität“*, der das Rhema „—ist identisch mit—und mit—“ ausdrückt (vgl. SS 2, 137; CP 4.445 (1903); SS 3, 91; 107; 172 (1906)). Daß Peirce 1898 darauf verzichtet, diese Linien fetter zu zeichnen als jene, die für gebundene Haken von RG-Instanzen stehen oder Schnitte markieren, ist nicht ungewöhnlich (vgl. die Diagramme in CP 4.445ff. (1903)). Denn der Unterschied zwischen einer dyadischen RG-Instanz (Abb. 24)

A— l — B

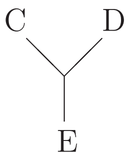
(Abb. 24)

A——— B

(Abb. 25)



(Abb. 26)



(Abb. 27)

und einer einfachen Identitätslinie (Abb. 25) oder zwischen einer triadischen RG-Instanz (Abb. 26) und einer gegabelten Identitätslinie (Abb. 27) ist ebenso leicht am Fehlen des Flecks wie an der Stärke der Linien zu erkennen. Im System der RG wird der Fleck durch einen Kleinbuchstaben indexikalisch gekennzeichnet, an den ein, zwei oder drei Haken angrenzen, dem oder denen das Subjekt oder die Subjekte des Prädikats entsprechen, das durch ihn bezeichnet wird. „Ist“, die Kopula der Identität [38], ist selbst kein Prädikat und gleichwohl geeignet, prädikative

38. Die Kopula der Identität gründet auf der „wichtigsten logischen Relation [...], dem Kernstück für alles übrige“ (SS 1, 297 (1897)) — dem illativen Übergang von den Prämissen zur Konklusion, als deren Ausprägungen Peirce die klassischen Ope-

Begriffe miteinander zu verknüpfen, ja, mit diesem Wort können beliebige Mengen von Prädikaten in einer einzigen Identitätsbeziehung vereint werden (vgl. S&S 198 (1906)).

Ohne die Einführung von Verzweigungen könnten von keinem Individuum und von keinem Klassenbegriff mehr als zwei Eigenschaften prädiziert werden. Sind zwei Subjekte desselben Prädikats oder verschiedener Prädikate durch dyadische Identifikation miteinander verknüpft, darf nach einer strengen Lesart der Regel „The combination of concepts is always by two at a time“ (CP 1.294 (1905)) kein weiterer Graph an die entstandene unverzweigte Linie gebunden werden. Die mißliebige Konsequenz, daß unter diesen Umständen nie mehr als zwei Eigenschaften zugleich von einem Individuum ausgesagt werden könnten, umgeht Peirce durch die Erlaubnis, an jedem Punkt einer Identitätslinie Verzweigungen anzubringen. Auf die Addizitätsgleichung wirkt sich das Anbringen einer Verzweigung so aus, daß die Summe der Valenzen der einzelnen Graphen um 3 und die Anzahl der Bindungen, die in Abb. 28 durch das Zeichen „+“ angezeigt werden, also der Wert der Variable λ, um 1 vermehrt wird. Die Addizität des Gesamtgraphen erhöht sich somit um 1. Ein Beispiel dafür liefert Abb. 28, wo eine Verzweigung an die Stelle der identifizierenden Verbindung des passiven Korrelats der Relation des Liebens mit dem Subjekt des monadischen Prädikats „ist weiß“ tritt.

— liebt — + — ist weiß $\quad A = 2 + 1 - 2(1)$

— liebt — + — + — ist weiß $\quad A = 2 + 3 + 1 - 2(2)$

(Abb. 28: Einfügung eines Punktes der Ter-Identität)

Im Diagramm der Abb. 23 sind sechs solcher Graphen enthalten. Das ist an den sechs Konvergenzpunkten, an denen sich Identitätslinien ver-

ratoren der Konjunktion, Disjunktion, Negation und Implikation versteht (vgl. CP 2.532ff. (1893)). Unter den „illativen Umformungen“ (SS 3, 174f. (1906)) ist der implikative Bezug zwischen Propositionen der fundamentale. Dieser bereits in der relationenalgebraischen Schaffensphase für die Inklusion von Klassen demonstrierte Befund (vgl. CP 3.171ff. (1880)) ist auch bei der Ableitung der Konventionen des α-Teils des Systems der EG wirksam, wenn Peirce das Prinzip der graphischen Nachbildung der Negation vermöge einer Auflösung des äußeren Einschlusses einer Schlinge erreicht, die für die Behauptung steht, „daß gleichgültig, was wahr ist, C [die in den inneren Einschluß der Schlinge skribierte Proposition] wahr ist“ (SS 3, 177 (1906)). Der offensichtlich paradoxe Inhalt dieser Aussage ist dafür verantwortlich, daß sie mit der Falschheit von C gleichgesetzt werden kann.

zweigen, ablesbar. Von diesen müssen nunmehr zwei in den durch den sechsten Konstruktionsschritt entstandenen Graphenkomplex eingefügt werden, um den Fortlauf der Rekonstruktion zu gewährleisten:

(7) Ein Subjekt (S) einer Übereinkunft (mit B über Ta) ist identisch mit dem Subjekt eines Gewinns (von M wegen EG) und dem Subjekt einer weiteren relativen oder attributiven Zuschreibung (von A1 zu S).

$$A(7r) = 7(3) - 2(1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1) = 3$$

(8) Ein Subjekt (B) einer Übereinkunft (mit S über Ta) ist identisch mit dem Subjekt eines Verlusts (von M wegen EG) und dem Subjekt einer weiteren relativen oder attributiven Zuschreibung (von A2 zu B).

$$A(8r) = 8(3) - 2(1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1) = 4$$

Bei diesen Verknüpfungsschritten werden die dyadischen Identifikationen der logischen Subjekte S und B, die an den Relationen 1 und 5 bzw. 1 und 6 teilhaben und deren Haken jeweils zu einer gesättigten Identitätslinie verschmolzen sind, ihrerseits einer hypostatischen Abstraktion unterworfen. Die Devise lautet hier: Was immer identisch mit etwas ist, ist zugleich mit etwas anderem, mit einem Dritten identisch. Alles, was mit einem anderen identisch ist, steht zu seinem eigenen Identisch-Sein in der Relation der Identität. Das mag tautologisch anmuten, hält aber in der Tat einen Schlüssel zu Peirce' Doktrin von der Kontinuität der Identitätsbeziehung bereit und verbürgt, daß jedes logische Subjekt ins Unendliche weiter bestimmt werden kann. A1 steht für diese noch unbestimmte, künftige Interpretierbarkeit des Individuums S, A2 für die von B. Ihnen entsprechen im Diagramm die zwei ungebundenen Haken, die durch die Konstruktionsschritte 7 und 8 entstanden sind. Sie werden durch die beiden folgenden Verknüpfungen gesättigt:

(9) Der Erhalt der Ware (EW) ist ein Verlust eines Objekts (T) für das Subjekt (S) von etwas anderem (A1).

$$A(9r)(EW, T, S) = 9(3) - 2(1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 + 2) = 3$$

(10) Die Abgabe des Geldes (AG) ist ein Gewinn eines Objekts (T) für das Subjekt (B) von etwas anderem (A2).

$$A(10r)(AG, T, B) = 10(3) - 2(1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 + 2 + 3) = 0$$

Damit liegt eine vollständige Proposition der Addizität 0 vor. Doch Peirce will mit dem Diagramm von 1898 (vgl. Abb. 23) den Nachweis der Möglichkeit führen, ein scheinbar tetradisches Rhema allein aus Triaden aufzubauen. Das Rhema „—verkauft—an—zum Preis—“ bedeutet ausbuchstabiert eine Aussage mit vier ungebundenen Variablen, etwa: „Jemand verkauft etwas an jemanden zum Preis So-und-so“. Dieses Rhema muß durch ein Diagramm der Addizität 4 dargestellt werden. Daher knüpft Peirce vier weitere Linien der Ter-Identität an den entstandenen Graphenkomplex:

(11) Etwas (Verkäufer S) ist identisch mit dem Subjekt einer Übereinkunft (mit B über Ta) und mit dem Subjekt einer ter-identischen Relation, die zwischen ihm, dem Subjekt eines Gewinns (von M wegen EG) und dem Subjekt eines Verlusts (von T wegen EW) besteht.

(12) Etwas (Käufer B) ist identisch mit dem Subjekt einer Übereinkunft (mit S über Ta) und mit dem Subjekt einer ter-identischen Relation, die zwischen ihm, dem Subjekt eines Verlusts (von M wegen AW) und dem Subjekt eines Gewinns (von T wegen AG) besteht.

(13) Etwas (Geldmenge M) ist identisch mit einem Gewinn (für S wegen EG) und einem Verlust (für B wegen AW).

(14) Etwas (Objekt T) ist identisch mit einem Verlust (für S wegen EW) und einem Gewinn (für B wegen AG).

Da jede dieser Anbindungen die Addizität des Graphenkomplexes um 1 erhöht, ergibt sich nach dem vierzehnten Konstruktionsschritt folgende Wertigkeitsgleichung:

$$\begin{aligned} A(14r) &= 14(3) - 2(1+1+1+2+3+1+1+2+3+1+1+1+1) \\ &= 4 \end{aligned}$$

Die Linien, die im Diagramm von 1898 (vgl. Abb. 23) für die Individuen S (Verkäufer) und B (Käufer) stehen, weisen jeweils zwei Punkte der Ter-Identität auf. Von den entsprechenden Subjekten werden daher $2 + 1 + 1$ relationale oder qualitative Eigenschaften prädiziert, nämlich etwa vom Verkäufer S

a) daß er Subjekt einer Übereinkunft ist, dargestellt durch den obersten triadischen RG in Abb. 23 (Konstruktionsschritt 1);

b) daß er Empfänger eines Gewinns ist, repräsentiert durch den Haken, der für die Leerstelle nach dem „für" im Rhema „—ist ein Gewinn für—von—" steht (Konstruktionsschritt 5);

c) daß er Leidtragender eines Verlusts ist, dargestellt durch den an das „für" des RG für „—ist ein Verlust für—von—" angrenzenden Haken (Konstruktionsschritt 9);

d) daß er ein weiter bestimmbares Etwas ist. Dafür steht der unbegundene Haken links neben dem Graphen für das Rhema „—kommt überein mit—in—" (Konstruktionsschritt 11).

5.2.2. Zwei scheinbar widersprüchliche Formen der Verknüpfung

Die restriktive Regel für die Kombination von RG verlangt, daß kein Konstruktionsschritt mehr als zwei Leerstellen von Rhemata oder ungebundenen Haken miteinander verknüpfen darf. An Peirce' eigenen Beispielen wurde gezeigt, daß man diese Regel nicht zu streng lesen darf: Offenbar ist es möglich, durch Einfügung eines einzigen graphischen Elements zweimal (wie in den Konstruktionsschritten 5 und 9) oder dreimal (Schritte 6 und 10) zwei Haken eines Graphenkomplexes zu sättigen. Zwar können durch die Einbindung eines elementaren Graphen in einen bestehenden Komplex zwei ode drei ungebundene Haken verknüpft werden, was die Addizität entsprechend verringert. Aber jede dieser Sättigungen besteht in einer Identifikation von zwei und nur zwei Begrffen. Steht das nicht in einem Widerspruch zu der Erlaubnis, jeden Punkt einer Linie, die durch Sättigung entstanden ist, als Konvergenzpunkt einer Verzweigung zu deuten?

Don Roberts hat das Prinzip der Erweiterbarkeit von Identitätslinien wie folgt formuliert: „Eine verzweigte Identitätslinie, die n Verzweigungen aufweist, wird verwendet, um die Identität der n Individuen auszudrücken, die ihre n Endpunkte bezeichnen" (Roberts 1973, 49). An den Belegstellen, die Roberts andernorts (vgl. ebd., 137) zur Rechtfertigung dieser Erlaubnis anführt, entwirft Peirce jedoch eine differenziertere Darstellung der Konstruktion verzweigter Identitätslinien als Roberts' Regel vermuten ließe (vgl. CP 4.446 (1903); SS 3, 172 (1906)). Denn Peirce' Prinzip der Diagrammatisierung komplexer Identitätsbeziehungen durch iterierte Verzweigung von Identitätslinien berücksichtigt die Doktrin der Elementarität der triadischen Relation: Jede Linie, die im β-Teil des Systems EG die Identität eines logischen Subjekts behauptet, das durch mehr als zwei Prädikationen bestimmt wird, ist auf eben jene Weise aus gegabelten Graphen der Ter-Identität zusammengesetzt, die bei der Erörterung der Generativität der Triade stipuliert und an der Kombinatorik der RG exemplifiziert wurde (vgl. S&S 199 (1906)). Selbst rekursive und diminuitive Verbindungen von Identitätslinien erscheinen möglich (vgl. SS 3, 204 (1908)), solange die für jeden Beziehungstyp geltende Regel der Rückführbarkeit $n > 3$-stelliger Relationen auf zusammengesetzte Triaden beachtet wird. Bei der Skriptur komplexer Identitätslinien gibt Peirce penibel acht, daß keine Kreuzung entsteht, die einen Punkt tetradischer Identität definieren würde (vgl. die Diagramme über Beschreibungen des Aristoteles in CP 4.445, Fig. 80; MS 450 (1903), zit. Roberts 1973, 49; Thibaud 1975, 106). Denn die Zulässigkeit eines solchen Punkts würde die mit der Elementarität der Triade verbundene Reduzibilitätsdoktrin außer kraft setzen.

Die semiotische Grundregel, daß Triaden die elementaren Komponenten von Relationengefügen jeder beliebigen Komplexion sind, muß auch der β-Teil des Systems der EG bei der Konstruktion verzweigter Identitätslinien beachten. Aber auch die restriktive Regel zur Verknüpfung von RG behält ihre Geltung, wenn die Einbindung einer Linie der Ter-Identität wie oben konzipiert und wie in Abb. 28 diagrammatisch repräsentiert wird. Die Linie der Ter-Identität ist ein elementarer Graph, dessen Auswirkung auf die Addizitätsberechnung der eines triadischen Graphen gleichen, der nach der Standardform angebunden wird (Erhöhung der Summe der Valenzen der elementraren Graphen um 3, Vergrößerung der Anzahl der Bindungen um 1). In den „Prolegomena zu einer Apologie des Pragmatizismus" erkennt Peirce das Nebeneinander der beiden Verknüpfungsformen implizit an, indem er den Geltungsbereich der Kombinationsregel für prädikative Begriffe einschränkt. „Zwei Linien können nicht an demselben Haken außer einem Punkt der Ter-Identität anschließen" (SS 3, 173 (1906)). Da Identität eine kontinuierliche Relation ist (vgl. SS 3, 131 (1906); SS 3, 203 (1908)), und da Kontinuität eines der Paradigmen der cenopythagoreischen Kategorie „Drittheit" darstellt (vgl. S&S 82 (1908); NEM 4, 310f. (o.J.)), fordert Peirce den Leser auf, Identitätslinien — gleichgültig, wie viele Subjekte sie miteinander identifizieren — so zu deuten, als sei jeder der überabzählbaren Menge von Punkten, aus deren kontinuierlicher Verschmelzung sie bestehen, ein „mikroskopischer Punkt der Ter-Identität" (S&S 199; vgl. SS 3, 110 (1906)). Ist es zulässig, an jedem Punkt einer Identitätslinie eine Verzweigung einzuführen, kann jede beliebige Menge von Haken durch eine einzige Identitätsbeziehung miteinander verknüpft werden.

5.3. RG und EG: Option für eine Kompatibilisierung

Das Zitat aus den „Prolegomena" verdeutlicht, daß es keinen Grund für die Annahme gibt, die Einführung der Identitätslinie und die Zulassung ihrer unbegrenzten Verzweigung löse das Problem der Verknüpfung von prädikativen Begriffen. Im Gegenteil: Gerade nach der Jahrhundertwende, als Peirce längst beide Teilbereiche des Systems der EG entwickelt hatte, präsentiert sich die „Verknüpfung von Begriffen und Gedanken" als „Rätsel" (SS 2, 396 (1907)) oder „eine der verwirrendsten Fragen der Logik" (SS 3, 110 (1906)). Eine Lösung soll durch die Theorie der Kontinuität auf den Weg gebracht werden, die in der ikonischen Gestalt der Identitätslinie angelegt ist. Denn sie „zeigt, daß es nur eine allgemeine Weise gibt, in der ihre [der Propositionen, Terme und Argumente] Verknüpfung überhaupt stattfinden kann. Jeder Bestandteil muß nämlich in der einen oder anderen Hinsicht indeterminiert sein und in ihrer Zusammensetzung determiniert jeder den anderen" (SS 3, 191 (1906)).

Diese Beschreibung der Verknüpfung legt die Deutung nahe, jeder Haken eines Flecks müsse über eine Identitätslinie an einen oder beliebig viele Haken anderer Flecken gebunden werden, wobei der Grad der wechselseitigen Determination der miteinander identifizierten Subjekte mit der Anzahl der Verzweigungen der Identitätslinien kovariiert. Andererseits muß es neben der beliebig erweiterbaren Identitätslinie einen weiteren Linientyp im System der EG geben, für den die in demselben Aufsatz formulierte Regel „Zwei Linien können nicht an demselben Haken [...] anschließen" (SS 3, 173) gilt. Solche Linien entstehen durch die paarweise Identifikation von Subjekten verschiedener Propositionen, denen jene Haken von prädikativen Flecken entsprechen, die bei der Komposition von Graphenkomplexen zu Linien umgewandelt werden, die an zwei und nur zwei Flecken angrenzen.

Angesichts dieses widersprüchlichen Befunds sind drei Optionen denkbar: Man kann sowohl versuchen, die Identitätslinien durch RG-Instanzen oder diese durch jene zu ersetzen, als auch beider Koexistenz in einem integrierten Darstellungssystem zuzulassen und die Bedingungen ihrer Kompatibilität zu erkunden. Für jede der Optionen spricht eine Reihe von Gründen. Für die Möglichkeit einer Ersetzung der Identitätslinie durch einfache oder zusammengesetzte RG-Instanzen spricht die Begründungslogik der Teile α und β des Systems EG: Das Axiom von β, die Identitätslinie, ergibt sich im Sinne eines Korollars (vgl. NZ 342 (1904)) oder einer „Tautologie" (Roberts 1973, 145) aus der Beschaffenheit des Axioms des α-Teils, des Behauptungsblatts. Denn das Diskursuniversum, das durch das leere Behauptungsblatt denotiert wird, besteht aus einer „Menge von Individuen“ (vgl. MS 455 (1903), zit. Thibaud 1975, 104), deren jedes durch die Niederschrift eines fetten Punkts auf der Oberfläche des Blatts graphisch nachgebildet werden kann (vgl. PLZ 143 (1903); SS 3, 106 (1906)). Aus der entsprechenden Interpretation des Behauptungsblatts — daß die Existenz von alledem behauptet wird, was darauf geschrieben wird — folgt notwendig die Bedeutung, die ein fetter Punkt auf seiner Oberfläche haben muß: „Etwas existiert“.

Die kontinuierliche Iteration dieses Punkts läßt eine gefettete Linie entstehen, welche die Identität der Subjekte behauptet, für die jene Haken stehen, an deren Stelle die Linie an den jeweiligen Fleck grenzt (vgl. SS 2, 106 (1903); SS 3, 91f. (1906); Ketner 1986b, 79f.). Besteht ein derartiges deduktives Ableitungsverhältnis zwischen den Axiomen der Teile α und β des Systems der EG, gibt es kein prinzipielles Hindernis für eine Übersetzung von β-Diagrammen in α-Diagramme (vgl. Roberts 1973, 145f.), obgleich eine solche Transformation den Informationsgehalt des Diagramms stark beeinträchtigen würde. Dergestalt von Identitätslinien befreit, könnte mit dem Versuch begonnen werden, die relationale Struktur des reduzierten Diagramms durch eine Anwendung der RG auf die verbliebenen, durch α-Schnitte aufeinander bezogenen Propositionen neuerlich auszudifferenzieren.

Der Opponent dieser radikalen Option votiert für die Ablehnung der Doktrin der RG und ihrer restriktiven Verknüpfungsregel. Dieser Haltung entspricht die Position, mit der Einführung der Identitätslinie im Jahr 1898 seien alle früheren Formen der linearen Verbindung von Graphen überholt. Wäre dem so, stünden sämtliche Linien in EG-Diagrammen für Beziehungen der Identität in der starken Bedeutung dieses Begriffs, welche die Konzeption einer nach Gutdünken verzweigbaren Identitätslinie mitführt, die durch eine kontinuierliche Verschmelzung von Punkten der Ter-Identität entsteht. Diese schwächere Bedeutung von „Identität“, welche durch die nicht-verzweigten Linien des Systems der RG konnotiert wird, indem diese Linien die Sättigung von zwei Haken oder die Identifizierung der ihnen entsprechenden grammatischen Subjekte anzeigen, fände in diesem Darstellungssystem keinen Platz. Gegen sie könnte ein Verteidiger der β-Graphen mit Recht Peirce’ Insistenz auf die Kontinuität der Identitätsrelation (vgl. SS 1, 272 (1897); PLZ 66 (1903)) ins Feld führen, um die Ansicht zu stützen, daß durch die Identifizierung der den Haken entsprechenden Subjekte eine kontinuierliche Relation entsteht, deren adäquates graphisches Ikon eine Linie ist, die ebenso überabzählbar viele Verzweigungsmöglichkeiten wie Punkte umfaßt.

Wird für eine Koexistenz von Rhematischen Graphen und Identitätslinien optiert, muß vor allem die Differenz der Funktionen, welche die beiden Graphentypen bei der Diagrammatisierung von Propositionen erfüllen, erörtert werden. Am Diagramm der Zusammenfügung von vierzehn triadischen Relationen zu einer Pseudo-Tetrade (Abb. 23) wird erkennbar, daß die vier Linien der Ter-Identität, die das EG-Diagramm [39] enthält, genau jene Subjekte nachbilden, welche die vier Leerstellen des Rhemas bezeichnen, für die im EG-Diagramm vier ungebundene Haken stehen. Es ist jedoch wenig hilfreich, die triadischen Relationen, die zwischen den reinen Hilfssubjekten Transaktion (Ta), Veräußerung (V), Erwerb (E), Abgabe der Ware (AW) und des Geldes (AG) sowie Erhalt der Ware (EW) und des Geldes (EG) vermitteln, als Identitätsbeziehungen in dem strikten Sinne aufzufassen, daß jede der Linien, die solche Subjekte repräsentieren, durch Verzweigungen erweitert und an prädikative Flecken geknüpft werden kann.

Die Niederschrift des für das Objekt der Übereinkunft (Ta) stehenden Hakens des obersten Flecks des EG-Diagramms bezweckt die Identifikation dieses Objekts mit dem Subjekt einer doppelten Determination durch die Handlungen Veräußerung (V) und Erwerb (E). Die Linie, die an die Flecken für die Übereinkunft und für die Komponenten der Transaktion grenzt, ist das ikonische Abbild dieser Identifikation. Sofern diese Komposition einzig der folgenden Anbindung der zwei ungebundenen Haken für (V) und (E) dient, hat das Hilfssubjekt (Ta) mit der Verbindung der die Propositionen (1) und (2) darstellenden Flecken seine logisch-analytische Bestimmung erfüllt und kann als nicht weiter anbindungsfähig oder gesättigt betrachtet werden. Das gleiche gilt für die anderen Hilfssubjekte: Ihre diagrammatische Funktion besteht in der Vorbereitung der rekursiven Verminderung der Addizität des Graphenkomplexes durch die Anbindung von Graphen der Ter-Identität, die den Propositionen (9) bis (14) entsprechen. Die Differenz von Rhematischen und β-Graphen des Systems der EG findet in Peirce' Diagramm dadurch graphischen Ausdruck, daß die Konvergenzpunkte der Linien triadischer RG-Instanzen mit Indizes für prädikative Funktionen gleichsam überschrieben sind [40], während Punkte der Ter-Identität, an denen

39. Wie gezeigt, enthalten zwei von ihnen je zwei Punkte der Ter-Identität und werden daher als Kompositionen von je zwei Graphen der Ter-Identität begriffen. Die vier Linien bezeichnen also streng genommen sechs Identitätsbeziehungen.

40. Im Diagramm von 1898 (Abb. 23) lehnt sich die Erscheinung dieser Indizes stark an die 1892 entwickelte Form des Rhemas an (vgl. CP 3.420f.). Nach der Jahrhundertwende formalisiert Peirce die Darstellung durch die Verwendung von Kleinbuchstaben (vgl. die Briefe von 1909 an Lady Welby, S&S 94ff.), doch die grundlegende Bedeutung einer Analyse der Valenz des Prädikats für die Ableitung der Identitätslinie

Identitätslinien sich verzweigen, nicht eigens gekennzeichnet werden.

Literatur

ALLWEIN, G./BARWISE, J. (Eds.)
1996 *Logical Reasoning with Diagrams.* New York.

ARNAULD, ANTOINE
1662 *Die Logik oder die Kunst des Denkens.* Darmstadt.

BARWISE, JON/ETCHEMEDY, JOHN
1991 Visual Information and Valid Reasoning. In: Allwein, G./Barwise, J. (Eds.) 1996, 49–78.

BENEDICT, GEORGE A.
1985 What are Representamens? *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 21, 243–270.

BIGGS, NORMAN L./LLOYD, E. KEITH/WILSON, ROBIN J. (Eds.)
1976 *Graph Theory 1736 — 1936.* Oxford.

BURCH, ROBERT W.
1991a *A Peircean Reduction Thesis. The Foundations of Topological Logic.* Lubbock.
1991b Valency, Adicity, and Adity in Peirce's MS 482. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 27, 237–244.
1994 Die logischen Operationen in Peirce' „Beschreibung einer Notation für die Logik der Relative". In: Pape, H. (Hg.), *Kreativität und Logik. Charles S. Peirce und das philosophische Problem des Neuen.* Frankfurt/M., 77–113.

CHANDRASEKARAN, B./GLASGOW, J./HARI NARAYANAN, N. (Eds.)
1995 *Diagrammatic Reasoning. Cognitive and Computational Perspectives.* Menlo Park.

CHRISTOPHERSON, ROSEMARIE/JOHNSTONE, JR., HENRY W.
1981 Triadicity and Thirdness. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 17, 241–246.

DOUGHERTY, WILLIAM P.
1993 The Play of Interpretants: A Peircean Approach to Beethoven's Lieder. In: Shapiro, M. (Ed.), *The Peirce Seminar Papers. An Annual of Semiotic Analysis*, Vol. 1. Providence, 67–95.

ESPOSITO, JOSEPH L.
1980 *Evolutionary Metaphysics: The Development of Peirce's Theory of Categories.* Athens.

EULER, LEONHARD
1761 *Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände aus der Physik und Philosophie.* Braunschweig.

bleibt erhalten (vgl. SS 3, 171 (1906)).

Faris, J.A.

1981 C.S. Peirce's Existential Graphs. *Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications* 17, 226–233.

Feibleman, James K.

1946 *An Introduction to Peirce's Philosophy, Interpreted as a System.* London.

Ferrater Mora, José

1955 Peirce's Conception of Architectonic and Related Views. *Philosophy and Phenomenological Research* 15, 351–359.

Fisch, Max/Turquette, Atwell

1966 Peirce's Triadic Logic. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 2, 71–85.

Frege, Gottlob

1879 *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des Denkens.* 2. Auflage, hg. v. Ignacio Angelelli. Hildesheim 1964.

1892 Über Begriff und Gegenstand. In: *Frege: Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*, hg. v. G. Patzig. Göttingen 1962, 66–80.

Ganter, Bernhard/Wille, Rudolf

1996 *Formale Begriffsanalyse.* Berlin.

Gardner, Martin

1958 *Logic Machines and Diagrams.* New York.

Greenlee, Douglas

1968 Peirce's Hypostatic and Factorial Categories. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 4, 49–58.

Hawkins, Benjamin S.

1981 Peirce's and Frege's Systems of Notation. In: Ketner, K.L./Ransdell, J.M./Eisele, C./Fisch, M.H./Hardwick, C.S. (Eds.): *Proceedings of the C.S. Peirce Bicentennial International Congress.* Lubbock, 381–390.

Herzberger, Hans

1981 Peirce's Remarkable Theorem. In: Slater, J./Wilson, T./Sumner, T. (Eds.): *Pragmatism and Purpose: Essays Presented to Thomas A. Goudge.* Toronto, 41–58.

Hookway, Christopher

1985 *Peirce.* London.

Houser, N./Roberts, D.D./Van Evra, J. (Eds.)

1997 *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce.* Bloomington.

Kant, Immanuel

1781 *Kritik der reinen Vernunft.* Werke in 12 Bänden, hg. v. Wilhelm Weischedel, Bd. III und IV. Frankfurt/M. 1974.

Kempe, Arthur

1886 Memoir on the Theory of Mathematical Form. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1–70.

KENT, BEVERLY

1987 *C.S. Peirce — Logic and the Classification of the Sciences*. Kingston.

KETNER, KENNETH LAINE

1981 The Best Example of Semiosis and Its Use in Teaching Semiotics. *American Journal of Semiotics* 1, 47–83.

1986a Peirce's „Most Lucid and Interesting Paper": An Intoduction to Cenopythagoreanism. *International Philosophical Quarterly* 26, 375–392.

1986b Semiotic is an Observational Science. See for yourself: Developing Skills with Part of Peirce's Beta Existential Graphs. In: Bouissac, P./Herzfeld, M./Posner, R. (Eds.): *Iconicity. Essays on the Nature of Culture. Festschrift for Thomas A. Seboek on his 65th Birthday*. Tübingen, 75–94.

LEIBNIZ, GOTTFRIED WILHELM

1687 Brief an Antoine Arnauld, September 1687. In: *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, hg. v. E. Cassirer. 2 Bde., Hamburg 1966, Bd. 2, 232ff.

LIEB, IRVIN C.

1953 On Peirce's Classifications of Signs. In: *S&S* 160–166.

LOCKE, JOHN

1690 *Versuch über den menschlichen Verstand*. 2 Bde., Hamburg 1981.

MCCARTHY, JEREMIAH E.

1984 Semiotic Idealism. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 20, 394–433.

MERTZ, DONALD W.

1979 Peirce: Logic, Categories, and Triads. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 15, 158–175.

MÜLLER, RALF

1999 *Die dynamische Logik des Erkennens von Charles S. Peirce*. Würzburg.

MURPHEY, MURRAY G.

1961 *The Development of Peirce's Thought*. Cambridge/Mass..

NAGL, LUDWIG

1992 *Charles Sanders Peirce*. Frankfurt/M..

NAGLE, T.E./NAGLE, J.A./GERHOLZ, L.L./EKLUND, P.W. (Eds.)

1992 *Conceptual Structures. Current research and Practice*. New York.

OGDEN, CHARLES KAY/RICHARDS, IVOR ARMSTRONG

1923 *Die Bedeutung von Bedeutung. Eine Untersuchung über den Einfluß der Sprache auf das Denken und über die Wissenschaft des Symbolismus*. Frankfurt/M. 1974.

PEANO, GUISEPPE

1891 The Principles of Mathematical Logic. In: *Peano: Selected Writings*, ed. by H.C. Kennedy. Toronto 1973, 153–161.

PEIRCE, CHARLES SANDERS

CP *Collected Papers*, Vol. I-VI, ed. by Charles Hartshorne and Paul Weiss (Cambridge/Mass. 1931ff); Vol. VII-VIII, ed. by Arthur W. Burks (Cambridge/Mass. 1958).

FÜ *Die Festigung der Überzeugung und andere Schriften*, hg. v. Elisabeth Walther. Baden-Baden o.J.

SLM *Zur semiotischen Grundlegung von Logik und Mathematik. Unpublizierte Manuskripte*, hg. v. Max Bense und Elisabeth Walther. Stuttgart 1976.

SPP *Schriften zum Pragmatismus und Pragmatizismus*, hg. v. Karl-Otto Apel. Frankfurt/M. 1976.

NEM *The New Elements of Mathematics*, ed. by Carolyn Eisele. 4 Vols., The Hague 1976

S&S *Semiotic and Significs. The Correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby*, ed. by Charles S. Hardwick. Bloomington 1977.

CE *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition*, ed. by the Peirce Edition Project. 5 Vols., Bloomington 1982ff.

PLZ *Phänomen und Logik der Zeichen, hg. v. Helmut Pape.* Frankfurt/M. 1983

SS *Semiotische Schriften*, hg. v. Christian W. Kloesel und Helmut Pape. 3 Bde., Frankfurt/M. 1986ff.

VP *Vorlesungen über Pragmatismus*, hg. v. Elisabeth Walther. Hamburg 1991

NZ *Naturordnung und Zeichenprozeß. Schriften über Semiotik und Naturphilosophie*, hg. v. Helmut Pape. Frankfurt/M. 1991.

PFEIFFER, H.D./NAGLE, T.E. (Eds.)

1993 *Conceptual Structures: Theory and Implementation.* Annual Workshop, Las Cruces, NM, USA, July 8-10, 1992. Berlin.

POTTER, VINCENT G./SHIELDS, PAUL B.

1977 Peirce's Definitions of Continuities. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 13, 3–22.

PUTNAM, HILARY

1982 Peirce the Logician. *Historia Mathematica* 9, 290–301.

QUINE, WILLARD VAN ORMAN

1954 Reduction to a Dyadic Predicate. In: *Selected Logical Papers.* New York 1966, 224ff.

ROBERTS, DON D.

1973 *The Existential Graphs of Charles S. Peirce.* The Hague.

1997 A Decision Method for Existential Graphs. In: Houser et. al (Eds.), 387–401.

Robin, Richard S.

1967 *Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce*. Cambridge/Mass. (= **MS**).

Sanders, Gary

1970 Peirce's Sixty-Six Signs? *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 6, 3–16.

Schönrich, Gerhard

1999 *Semiotik zur Einführung*. Hamburg.

Sheriff, John K.

1994 *Charles Peirce's Guess at the Riddle: Grounds for Human Significance*. Bloomington.

Shin, Sun-Joo

1994 *The Logical Status of Diagrams*. Cambridge/Mass.

Sowa, John F.

1984 *Conceptual Structures. Information Processing in Mind and Machine*. Reading.

1997 Matching Logical Structure to Linguistic Structure. In: Houser et al. (Eds.), 418–444.

Spinks, Carl W.

1991 *Peirce and Triadomania. A Walk in the Semiotic Wilderness*. Berlin.

Tepfenhart, W. M./Dick, J. P./Sowa, J. F. (Eds.)

1994 *Conceptual Structures: Current Practices*. Second International Conference on Conceptual Structures, ICCS '94. College Park, Maryland, USA, August 1994. Berlin.

Thibaud, Pierre

1975 *La Logique de Charles Sanders Peirce. De l'Algèbre aux Graphes*. Aix-en-Provence.

Tienne, André de

1992 Peirce's Semiotic Monism. In: Balat, M./Deledalle-Rhodes, J. (Eds.): *Signs of Humanity. L'homme et ses signes*. Proceedings of the IVth International Association of Semiotic Studies, Barcelona/Perpignan, March 30-April 6, 1989. Berlin, Vol. 3, 1291–1298.

1993 Peirce's Definitions of the Phaneron. In: Moore, E.C. (Ed.): *Charles S. Peirce and the Philosophy of Science*. Papers from the Harvard Sesquicentennial Congress. Tuscaloosa, 279–288.

Walther, Elisabeth

1974 *Allgemeine Zeichenlehre. Einführung in die Grundlagen der Semiotik*. Stuttgart.

1989 *Charles Sanders Peirce: Leben und Werk*. Baden-Baden.

Zeman, J. Jay

1964 Existential Graphs and Natural Deduction. In: Moore, E.C./Robin, R.S. (Eds.): *The Philosophy of Charles Sanders Peirce*, Second Series.

Amherst 1964, 109–121.

1967 A System of Implicit Quantification. *Journal of Symbolic Logic* 32, 484–509.

1968 Peirce's Graphs: The Continuity Interpretation. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 4, 144–154.