PUBLICATIONS DU DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES DE LYON

LONG VAN DO

Codes infinitaires et automates non-ambigus

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1985, fascicule 2B
« Compte rendu des journées infinitistes », , p. 97-107
<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1985___2B_97_0>

© Université de Lyon, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CODES INFINITAIRES ET AUTOMATES NON-AMBIGUS

par Do Long Van

On donne des caractérisations des codes infinitaires en termes d'automates non ambigus.

One gives some characterizations of infinitary codes in terms of non-ambiguous automata.

1. Rappel de quelques définitions et résultats nécessaires.

Etant donné un alphabet A on note comme d'habitude A^* l'ensemble des mots finis sur A, A^ω l'ensemble des mots infinis sur A, et $A^\infty = A^* \cup A^\omega$. On appelle langage <u>infinitaire</u> (resp. <u>finitaire</u>, <u>purement infinitaire</u>) toute partie X de A^∞ (resp. A^*, A^ω).

Un automate sur A,

$$\mathscr{A} = (Q\ ,\ I\ ,\ T_{fin}\ ,\ T_{inf}),$$

est composé

- d'un ensemble Q <u>d'états</u>,
- d'un ensemble $I \subseteq Q$ d'<u>états initiaux</u>,
- d'un ensemble $T_{fin} \subseteq Q$ d'<u>états finaux</u>,
- d'un ensemble $T_{inf} \subseteq Q$ d'<u>états infinis</u>, et
- d'un ensemble $\mathscr{F}_{\mathscr{A}} = Q \times A \times Q$ de <u>flèches</u>.

Une flèche (p,a,q) est aussi noté $p \xrightarrow{a} q$. Un <u>chemin</u> dans $\mathscr{A}$ est une suite

(finie ou infinie) $c = c_1 c_2 \ldots$ de flèches $c_i : p_i \xrightarrow{a_i} q_i$ consécutives (i.e. $q_i = p_{i+1}$, $i \geqslant 1$). Le mot $\alpha = a_1 a_2 \ldots$ est appelé <u>étiquette</u> du chemin c. Dans la suite on notera par $c : p \xrightarrow{f} q$ un chemin fini c d'étiquette u qui commence à l'état p et se termine à l'état q ; et par $c : p \overset{u}{\twoheadrightarrow} T_{inf}$ un chemin infini c d'étiquette u qui commence à p et passe infiniment souvent l'ensemble T_{inf}. On pose ensuite :

$$L^*(\mathcal{A}) = \{f \in A^* \mid \exists\, c : i \overset{f}{\to} t \ ,\ i \in I \ ,\ t \in T_{fin}\},$$

$$L^\omega(\mathcal{A}) = \{u \in A^\omega \mid \exists\, c : i \overset{u}{\twoheadrightarrow} T_{inf} \ ,\ i \in I\} \ ,$$

$$L(\mathcal{A}) = L^*(\mathcal{A}) \cup L^\omega(\mathcal{A}) \ ,$$

et on dit que le langage $L(\mathcal{A})$ est <u>reconnu</u> par $\mathcal{A}$.

Un automate $\mathcal{A} = (Q\ ,\ I,\ T_{fin},\ T_{inf})$ est <u>émondé</u> s'il satisfait les conditions suivantes :

- tout $q \in Q$ est accessible de I ;
- tout $q \in Q$ est coaccessible de $T_{fin} \cup T_{inf}$;
- l'ensemble T_{inf} est inclus dans $\{q \in Q \mid \exists\, c : q \twoheadrightarrow T_{inf}\}$.

<u>PROPOSITION 1.1</u> (M. Nivat /2/). *Pour tout automate* $\mathcal{A} = (Q,\ I,\ T_{fin},\ T_{inf})$ *il existe un automate émondé* $\mathcal{A}^e = (Q^e,\ I^e,\ T^e_{fin},\ T^e_{inf})$ *avec* $Q^e \subseteq Q$, $I^e \subseteq I$, $T^e_{fin} \subseteq T_{fin}$, $T^e_{inf} \subseteq T_{inf}$, $\mathcal{F}_{\mathcal{A}^e} \subseteq \mathcal{F}_{\mathcal{A}}$ *tel que* $L(\mathcal{A}^e) = L(\mathcal{A})$.

L'automate $\mathcal{A}^e$ est appelé <u>partie émondée</u> de $\mathcal{A}$.

Un automate $\mathcal{A} = (Q,\ I,\ T_{fin},\ T_{inf})$ est <u>fini</u> si les ensembles Q et A sont finis. Un langage X est dit <u>reconnaissable</u> s'il existe un automate fini qui reconnait X.

PROPOSITION 1.2. (A. Arnold /3/). *Tout langage purement infinitaire reconnaissable est reconnu par un automate fini* $\mathcal{A} = (Q, I, \emptyset, T_{inf})$ *non ambigu dans le sens suivant :*

$$\forall\, u \in A^{\omega} \;:\; \mathrm{Card}\ \{c : i \xrightarrow{u}\!\!\!\!\rightarrow T_{inf} \mid i \in I\} \leqslant 1.$$

Soit A un alphabet. On munit A^{∞} d'un produit de la manière suivante :

$$\forall\, u \in A^{\omega}\ \ \forall\, \alpha \in A^{\infty} \;:\; u.\alpha = u,$$

$$\forall\, f \in A^{*}\ \ \forall\, \alpha \in A^{\infty} \;:\; f.\alpha = f\,\alpha\ ,$$

où $f\,\alpha$ est le résultat de la concaténation des mots f et α . Alors A^{∞} est un monoïde ayant pour élément neutre le mot vide noté ε. Pour toute partie X de A^{∞} on note X^{*} le sous-monoïde de A^{∞} engendré par X et on pose $X^{+} = X^{*} - \varepsilon$. Dans la suite au lieu de $\alpha.\beta$ on écrira simplement $\alpha\beta$, α , $\beta \in A^{\infty}$.

Pour toute partie X de A^{∞} on note $X_{fin} = X \cap A^{*}$, $X_{inf} = X \cap A^{\omega}$, et on pose

$$\begin{cases} X^{(1)} = X, \\ X^{(n)} = \{(x_1,\ldots,x_n) \mid x_1,\ldots,x_{n-1} \in X_{fin},\ x_n \in X\}\ ,\ n = 2\ . \end{cases}$$

Une partie X de A^{∞} est un <u>code</u> <u>(infinitaire)</u> (voir /4/ - /8/) si pour tous $n, m \geqslant 1$ et pour tous $(x_1,\ldots,x_n) \in X^{(n)}$, $(x'_1,\ldots,x'_m) \in X^{(m)}$, l'égalité

$$x_1\ldots x_n = x'_1\ldots x'_m$$

implique $n = m$ et $x_i = x'_i$ $(i = 1,\ldots,n)$. On appelle <u>quasi-libre</u> tout sous-monoide M de A^{∞} engendré par un code X. Le code X est appelé la <u>base</u> de M.

Pour toutes parties X et Y de A on note

$$X\,Y^{-1} = \{\alpha \in A^{\infty} \mid \exists\, \beta \in Y :\ \alpha\beta \in X\}\ ;$$

$$Y^{-1}X = \{\alpha \in A^{\infty} \mid \exists\, \beta \in Y : (\beta\,\alpha \in X)\ \&\ ((|\beta| = \omega) \Rightarrow (\alpha = \varepsilon))\}\ .$$

Un sous-monoïde M de A^{∞} est <u>libérable</u> si $M^{-1}M \cap MM^{-1} \subseteq M$.

Soit M un sous-monoïde de A^∞ et soient $u,v \in M_{inf}$. On dit que u est <u>contenu</u> dans v, noté $u < v$, s'il existe $f \in (M_{fin}-\varepsilon)$ tel que $u = f\,v$. On appelle <u>chaine</u> toute suite croissante $u_1 < u_2 < \ldots$ d'éléments de M_{inf}. On dit qu'un sous-monoïde M satisfait à la <u>condition de chaine finie</u> si toute chaine d'éléments de M_{inf} est finie.

Un ensemble générateur d'un sous-monoïde M est <u>minimum</u> s'il est inclus dans tout ensemble générateur de M.

Une partie X de A^∞ est <u>distinguée</u> si $X_{inf} \cap X^+_{fin}X_{inf} = \emptyset$. Evidemment sont distingués tout langage finitaire ainsi que tout code infinitaire.

<u>PROPOSITION 1.3</u> (cf. /7/). *Pour tout sous-monoïde* M *de* A^∞, *les conditions suivantes sont équivalentes :*

(i) M *est quasi-libre ;*

(ii) M *est libérable et possède un ensemble générateur minimum distingué ;*

(iii) M *est libérable et satisfait à la condition de chaine finie.*

<u>PROPOSITION 1.4</u> (cf. /8/). *Soit* M *un sous-monoïde quasi-libre de* A^∞ *et* X *sa base. Alors*

$$X = (M - \varepsilon) - (M_{fin} - \varepsilon)(M - \varepsilon).$$

Donc X *est reconnaissable si* M *l'est.*

2. <u>PROPOSITIONS AUXILIAIRES</u>.

On appelle <u>série formelle</u> toute application $S : A^\infty \to \mathbb{N} \cup \{\omega\}$. En notant (S,α) l'image du mot α par S, on peut écrire la série S sous la forme :

$$S = \sum_{\alpha \in A^\infty} (S,\alpha)\alpha \quad .$$

Une série S est <u>caractéristique</u> si pour tout $\alpha \in A^\infty$, $(S,\alpha) \leqslant 1$.

Pour tout langage X on appelle <u>série caractéristique</u> de X la série $\underline{X}$ ainsi définie

$$(\underline{X},\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha \in X \\ 0 & \text{si } \alpha \notin X \end{cases}$$

Soient S et T deux séries formelles. Alors S + T et S T sont définies par :

$$(S + T , \alpha) = (S , \alpha) + (T , \alpha) ;$$

$$(S\,T ,\alpha) = \sum_{\substack{\beta,\gamma \in A^{\infty} \\ \beta\gamma = \alpha \\ (|\beta|=\omega) \Rightarrow (\gamma = \varepsilon)}} (S , \beta)(T , \gamma) .$$

L'addition de séries formelles est évidemment commutative et associative. On vérifie sans peine que la multiplication est aussi associative. On peut donc parler des puissances S^n de la série S, où $S^0 = \{\underline{\varepsilon}\}$. Puis on définit $S^* = \sum_{n \geqslant 0} S^n$. La proposition suivante donne une caractérisation des codes infinitaires en termes de séries formelles :

<u>PROPOSITION 2.1.</u> *Pour toute partie* X *de* $A^{\infty} - \varepsilon$, X *est un code ssi* $(\underline{X})^*$ *est une série caractéristique.*

A chaque automate $\mathcal{A} = (Q, I, T_{fin}, T_{inf})$ on associe canoniquement un automate $\mathcal{A}^*$ défini par la construction en des étapes que voici :

1) Posons $\mathcal{B} = (Q \cup \omega, \omega, \omega, \emptyset)$ avec $\omega \notin Q$ et $\mathcal{F}_{\mathcal{B}} = \mathcal{F}_{\mathcal{A}} \cup \mathcal{I} \cup \mathcal{T} \cup \mathcal{O}$

où

$$\mathcal{I} = \{(\omega,a,q) \mid \exists\, i \in I : (i,a,q) \in \mathcal{F}_{\mathcal{A}}\},$$

$$\mathcal{T} = \{(p,a,\omega) \mid \exists\, t \in T_{fin} : (p,a,t) \in \mathcal{F}_{\mathcal{A}}\}$$

$$\mathcal{O} = \{(\omega,a,\omega) \mid \exists\, i \in I, \exists\, t \in T_{fin} : (i,a,t) \in \mathcal{F}_{\mathcal{A}}\}$$

2) Posons $\mathscr{C} = (Q \cup \delta, \delta, \emptyset, T_{inf})$ avec $\delta \notin Q$ et $\mathscr{F}_{\mathscr{C}} = \mathscr{F}_{\mathscr{A}} \cup \mathscr{K}$,

où

$$\mathscr{K} = \{(\delta,a,q) \mid \exists\, i \in I : (i,a,q) \in \mathscr{F}_{\mathscr{A}}\}.$$

3) Notons $\mathscr{D}$ l'union disjointe de $\mathscr{B}$ et $\mathscr{C}$ en collant ω avec δ.

4) L'automate $\mathscr{A}^*$ est par définition la partie émondée de $\mathscr{D}$.

On vérifie facilement que l'automate $\mathscr{A}^*$ est de la forme $\mathscr{A}^* = (Q,1,1,T_{inf})$ et satisfait à la condition suivante :

$$\forall\, (c : 1 \longrightarrow\!\!\!\!\rightarrow T_{inf}) : 1 \notin \mathrm{Inf}(c) \qquad (*)$$

où Inf(c) est l'ensemble des états infiniment répétés sur le chemin c.

Maintenant à chaque automate $\mathscr{A} = (Q,I,T_{fin},T_{inf})$ on associe une série formelle $|\mathscr{A}|$ définie comme suit :

$$(|\mathscr{A}|,\alpha) = \begin{cases} \mathrm{Card}\,\{\, c : i \xrightarrow{\alpha} t \mid i \in I,\ t \in T_{fin}\} & \text{si } \alpha \in A^* , \\ \mathrm{Card}\,\{\, c : i \overset{\alpha}{\twoheadrightarrow} T_{inf} \mid i \in I\,\} & \text{si } \alpha \in A^{\omega} . \end{cases}$$

On a :

<u>PROPOSITION 2.2.</u> *Soit X une partie de* $A^{\infty} - \varepsilon$.

(i) Si $\mathscr{A}$ *est un automate tel que* $L(\mathscr{A}) = X$ *, alors*

$$L(\mathscr{A}^*) = X^* ;$$

(ii) Si $\mathscr{A}$ *est un automate tel que* $|\mathscr{A}| = \underline{X}$ *, alors*

$$|\mathscr{A}^*| = (\underline{X})^* .$$

Un automate $\mathscr{A} = (Q,I,T_{fin},T_{inf})$ est dit <u>non-ambigu</u> si

$$\forall\, p,q \in Q\ \ \forall f \in A^* : \mathrm{Card}\,\{\, c : p \xrightarrow{f} q\} \leqslant 1 ,$$

$$\forall\, p \in Q\ \ \forall u \in A^{\omega} : \mathrm{Card}\,\{\, c : p \overset{u}{\twoheadrightarrow} T_{inf}\} \leqslant 1.$$

PROPOSITION 2.3. *Soit* $\mathcal{A} = (Q,i,t,T_{inf})$ *un automate émondé ayant un unique état initial* i *et un unique état final* t. *Alors* $\mathcal{A}$ *est non-ambigu ssi* $|\mathcal{A}|$ *est une série caractéristique.*

Des propositions 2.1, 2.2, et 2.3 il résulte la

PROPOSITION 2.4. *Soit* X *une partie de* $A^{\infty} - \varepsilon$ *et soit* $\mathcal{A}$ *un automate tel que* $|\mathcal{A}| = \underline{X}$. *Alors* X *est un code ssi* $\mathcal{A}^*$ *est non-ambigu.*

En utilisant la proposition 1.3 on peut démontrer la

PROPOSITION 2.5. *Soit* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *un automate non-ambigu ayant un seul état final confondu avec un seul état initial et vérifiant la condition (*). Alors* $L(\mathcal{A})$ *est un sous-monoïde quasi-libre de* A^{∞} .

En vertu de la proposition 1.2 on a :

PROPOSITION 2.6. *Tout langage reconnaissable* X *est reconnu par un automate tel que* $|\mathcal{A}| = \underline{X}$.

3. Résultats principaux.

Comme une conséquence immédiate de la proposition 2.1 (i) on a le résultat suivant qui caractérise les sous-monoïdes reconnaissables :

THEOREME 3.1. *Soit* X *une partie de* A^{∞}. *Alors* X *est un sous-monoïde reconnaissable ssi il existe un automate fini* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *ayant un seul état final confondu avec un seul état initial et vérifiant la condition* (*) *qui reconnait* X.

Le résultat suivant dont la démonstration sera donnée dans la section 4 caractérise les codes reconnaissables en termes d'automates non-ambigus.

THEOREME 3.2. *Soit X une partie de* $A^\infty - \varepsilon$. *Les conditions suivantes sont équivalentes :*

(i) X *est un code reconnaissable ;*

(ii) X *est reconnaissable et* $\forall \mathcal{A}(|\mathcal{A}| = \underline{X} \Rightarrow \mathcal{A}$ *est non-ambigu)*

(iii) X *est l'ensemble générateur minimum de* X* *et il existe un automate fini non-ambigu* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *vérifiant la condition* (*) *qui reconnait* X*.

(iv) X *est l'ensemble générateur minimum distingué de* X* *et il existe un automate fini non-ambigu* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *qui reconnait* X* ,

Comme une conséquence du théorème 3.2 et de la proposition 2.5 on a

THEOREME 3.3. *Soit* X *une partie de* A^∞. *Alors* X *est un sous-monoïde quasi-libre reconnaissable ssi il existe un automate fini non-ambigu* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *ayant un seul état final confondu avec un seul état initial et vérifiant la condition* (*) *qui reconnait* X.

A chaque partie X de A* - ε on associe canoniquement un automate $\mathcal{A}_D(X) = (Q, I, T_{fin}, \emptyset)$ défini par

$$Q = \{(f,g) \in A^* \times A^* \mid fg \in X\} ;$$

$$I = \{\varepsilon\} \times X \; ; \; T_{fin} = X \times \{\varepsilon\} ;$$

$$\mathcal{F}_{\mathcal{A}_D(X)} = \{(f,ag) \xrightarrow{a} (fa,g) \mid fag \in X,\ a \in A\} \quad .$$

Soit maintenant X une partie de $A^\infty - \varepsilon$ telle que

$$X_{inf} = \bigcup_{j \in J} Y_j Z_j^\omega \quad ; \; Y_j, Z_j \subseteq A^* ,$$

où $Z_j^\omega = \{w \in A^\omega \mid w = g_1 g_2 \ldots, g_i \in Z_j\}$. On associe à X un automate $\mathcal{A}_D^*(X)$, appelé <u>automate en pétales</u> de X, défini par la construction en des étapes suivantes :

1) Soient $\mathcal{A}_D(Y_j - \varepsilon) = (Q_j, I_j, T_j, \emptyset)$ et $[\mathcal{A}_D(Z_j)]^* = (Q_j', r_j, r_j, \emptyset)$ avec $Q_j \cap Q_j' - \emptyset$.

Posons

$$\mathcal{A}_D(Y_j,Z_j) = (Q_j \cup Q'_j, I'_j, \emptyset, r_j),$$

où $$I'_j = \begin{cases} I_j & \text{si } \varepsilon \notin Y_j \\ I_j \cup \{r_j\} & \text{si } \varepsilon \in Y_j \end{cases},$$

et

$$\mathcal{F}_{\mathcal{A}_D}(Y_j,Z_j) = \mathcal{F}_{\mathcal{A}_D}(Y_j-\varepsilon) \cup \mathcal{F}_{\mathcal{A}_D}(Z_j) \cup \mathcal{G}$$

avec

$$\mathcal{G} = \{(p,a,r_j) \mid \exists\, t \in T_j : (q,a,t) \in \mathcal{F}_{\mathcal{A}_D}(Y_j-\varepsilon)\} \quad .$$

2) Notons $\mathcal{A}_D(X)$ l'union disjointe de $\mathcal{A}_D(X_{fin})$ et des $\mathcal{A}_D(Y_j,Z_j)$:

$$\mathcal{A}_D(X) = \mathcal{A}_D(X_{fin}) \cup \bigcup_{j \in J} \mathcal{A}_D(Y_j,Z_j) \quad ;$$

3) L'automate $\mathcal{A}_D^*(X)$ est par définition $[\mathcal{A}_D(X)]^*$.

Une famille $(Y_j,Z_j)_{j \in J}$ de parties de A^* est <u>non-ambigue</u> si pour chaque mot α de A^ω il existe au plus une factorisation de la forme $\alpha = fg_1g_2 \ldots$ avec $f \in Y_j$, $g_i \in Z_j$, $j \in J$.

Le résultat suivant dont la démonstration se fait d'une façon similaire à celle du théorème 3.2. caractérise une classe de codes infinitaires en termes d'automates non ambigus.

<u>THEOREME 3.4.</u> *Soit X une partie de $A^\infty - \varepsilon$ telle que*

$$X_{inf} = \bigcup_{j \in J} Y_j Z_j^\omega$$

où la famille $(Y_j,Z_j)_{j \in J}$ est non-ambigue. Alors les conditions suivantes sont équivalentes :

(i) X est un code ;

(ii) $\forall \mathcal{A}\ (|\mathcal{A}| = \underline{X} \Rightarrow \mathcal{A}^*$ *est non-ambigu);*

(iii) L'automate en pétales $\mathcal{A}_D^*(X)$ *est non-ambigu ;*

(iv) X *est l'ensemble générateur minimum de* X* *et il existe un automate non-ambigu* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *vérifiant la condition* (*) *qui reconnait* X*;

(v) X *est l'ensemble générateur minimum distingué de* X* *et il existe un automate non-ambigu* $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$ *reconnaissant* X*.

4. Démonstration du théorème 3.2.

La démonstration se fait d'après le schéma que voici :

(i)$\Leftrightarrow$(ii) $\Rightarrow$(i)+(ii) $\Rightarrow$(iii) $\Rightarrow$ (iv) $\Rightarrow$(i).

(i)$\Leftrightarrow$(ii) : l'implication (i)$\Rightarrow$(ii) est par la proposition 2.4 ; l'implication inverse (ii)$\Rightarrow$(i) est par les propositions 2.4 et 2.6.

(i) + (ii)$\Rightarrow$(iii) : d'après la proposition 2.6 il existe un automate $\mathcal{B}$ tel que $|\mathcal{B}| = \underline{X}$. Posons $\mathcal{A} = \mathcal{B}^*$, alors $\mathcal{A}$ est de la forme $\mathcal{A} = (Q,1,1,T_{inf})$, vérifie la condition (*) et reconnait X*. Par (ii) $\mathcal{A}$ est non-ambigu ; par (i) X est l'ensemble générateur minimum de X*.

(iii)$\Rightarrow$(iv) : il suffit de montrer que X est distingué. Par la proposition 2.5 X* est quasi-libre, donc son ensemble générateur minimum X est un code, et par conséquent distingué.

(iv)$\Rightarrow$(i) : en utilisant la non-ambiguité de l'automate $\mathcal{A}$ il n'est pas difficile de démontrer que X* est libérable. Ayant X pour un ensemble générateur minimum distingué, X* est par la proposition 1.3 quasi-libre. Donc X est un code, et par la proposition 1.4. il est reconnaissable.

Ces résultats sont des extensions naturelles de quelques résultats dans /1/.

L'auteur exprime sa gratitude à Monsieur le Professeur D. PERRIN dont les conseils et les encouragements ont créés d'excellentes conditions de cette étude.

Références.

/1/. J. BERSTEL, D. PERRIN, M.P. SCHUTZENBERGER, Théorie des codes, Publication du LITP, N°33 (1982).

/2/. M. NIVAT, Behaviours of synchronized systems of processes, Publication du LITP, N°64 (1981).

/3/. A. ARNOLD, Rational ω-languages are non-ambiguous, Theoretical Computer Science, 26 (1983), 221-223.

/4/. L.V. DO, Codes avec des mots infinis, RAIRO Informatique théorique, 16 (1982), 4, 371-386.

/5/. L.V. DO, Sous-monoïdes et codes avec des mots infinis, Semigroup Forum, 26 (1983), 1, 75-87.

/6/. L.V. DO, Ensembles code-compatibles et une généralisation du théorème de Sardinas-Patterson, Publication du LITP, N°10 (1982), (à paraître dans "Theoretical Computer Science").

/7/. L.V. DO, Caractérisations combinatoires des sous-monoïdes engendrés par un code infinitaire, Preprint Series Hanoi (1984), N°6.

/8/. L.V. DO, Sur les ensembles générateurs minimums des sous-monoïdes de A^{∞}, Preprint Series Hanoi (1984), n°11.

Institut de Mathématiques
P/O Box 631 BO HO, Hanoi, Vietnam
et
LITP, Université de Paris VII,
2, place Jussieu
75221 PARIS Cedex 05 (France)