

Certificat de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1
(1925), p. 414-416

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__414_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Deux poutres rectilignes de section rectangulaire constante, de longueur λ et hauteur αh sont liées par une articulation cylindrique horizontale A. La première poutre OA est encastrée horizontalement dans un mur en O; la pièce AC repose sur un appui fixe B, au niveau de l'encastrement O, et à une distance l de celui-ci.

Dans ces conditions, on suspend à l'extrémité libre C une charge de poids P.

1° Étant données les dimensions $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$ ($a + b = l$), déterminer les réactions de l'appui, de l'encastrement et de l'articulation. Construire les diagrammes de l'effort tranchant et de l'effort fléchissant.

2° Supposant h assez petit pour qu'on puisse négliger l'effort tranchant, évaluer le déplacement de l'articulation et de la charge P, ainsi que les inclinaisons des deux poutres à l'articulation.

3° Les distances de l'appui et de la charge P à l'encastrement sont fixées, mais on peut choisir la position de l'articulation entre O et B. Où doit-on la placer pour rendre minimum le déplacement du poids P?

Même question pour que l'inclinaison de la poutre en B soit minimum.

Étudier les différentes formes qu'affecte l'ouverture des deux poutres à l'articulation lorsqu'on fait varier la situation de cette articulation.

4° Lorsqu'on ne peut plus négliger l'effort tranchant, quel terme complémentaire faut-il introduire dans l'expression du déplacement du poids P?

N. B. — On néglige le poids propre des poutres et les frottements à l'appui B et à l'articulation A.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — 1° Les réactions en A et B sont évidentes : $P \frac{c}{b}$ et $P \left(1 + \frac{c}{b}\right)$. La réaction d'encastrement est $P \frac{c}{b}$, le couple d'encastrement $P \frac{ac}{b}$. Les diagrammes en résultent.

2° Le théorème de Castigliano donne pour les déplacements de A et de C les valeurs

$$\Delta z_A = P \frac{a^3 c}{3EIb}; \quad \Delta z_C = - \frac{P}{3EI} \frac{c^2}{b^2} (b^2 c + a^3 + b^3).$$

Les inclinaisons de OA et de AB en A sont respectivement

$$\alpha_1 = P \frac{a^2 c}{2EIb}; \quad \alpha_2 = \frac{Pc}{6EIb^2} (b^3 + 2a^3).$$

3° L'inclinaison β en B est minimum pour $b = 2a$, en même temps que le déplacement de C. Dans ce cas, la poutre ne présente pas de point anguleux en A.

4° La prise en considération de l'effort tranchant introduit dans Δz_C le terme complémentaire

$$- \frac{3Pc}{5\lambda\mu h} \left(\lambda + \frac{lc}{b^2} \right).$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère deux tiges cylindriques égales AB, AC, liées par un axe horizontal A perpendiculaire à leur plan BAC, et reposant par leurs extrémités B et C sur un plan horizontal poli. L'articulation A est sans frottement, et l'ouverture \widehat{CAB} est égale à 60° .

En outre, une tige horizontale DE lie les milieux D et E des deux branches AB, AC.

On néglige le poids du système, mais on suspend, au sommet A, une charge de poids P.

1° Vérifier que, pour les données numériques ci-dessous, les limites d'élasticité ne sont pas dépassées;

2° Calculer, avec les mêmes données, le fléchissement du sommet A et l'écartement des pieds du système.

Données numériques :

$$\text{Longueur } AB = AC = 2^m.$$

$$\text{Rayon de la section circulaire de } AB \text{ et } AC = 2^{\text{cm}}, \text{ de } ED = 2^{\text{mm}}.$$

$$\text{Poids } P : 150^{\text{kg}}.$$

Coefficient d'élasticité longitudinale E de la matière de tout le système : 20000 kg/mm^2 .

Résistance maximum R_0 de cette matière : 14 kg/mm^2 .

N. B. — On négligera le rapport des aires de la section de ED et de celle des branches AB, AC.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — 1° La tension de CD est

$$P \operatorname{tang} \alpha \quad (2\alpha = \widehat{BAC} = 60^\circ).$$

La section de CD (rayon r) est suffisante si

$$P \operatorname{tang} \alpha < \pi r^2 R_0.$$

Le moment fléchissant maximum le long de AB est

$$\frac{1}{2} P l \sin \alpha \quad (AB = 2l);$$

l'effort tranchant et la compression de AB sont négligeables pour l'établissement de la condition d'équarrissage qui est

$$\frac{1}{2} P l \sin \alpha < R_0 \frac{\pi \rho^3}{4} \quad (\rho = \text{rayon de la section}).$$

2° Le déplacement horizontal de D est

$$\Delta x_D = \frac{P \operatorname{tang} \alpha}{E \pi r^2} l \sin \alpha.$$

La rotation $\Delta \alpha$ de la tige AB en A en résulte par les formules de déformation des pièces prismatiques

$$\Delta x_D = -\Delta \alpha l \cos \alpha + \frac{P \sin \alpha \cos \alpha l^3}{12 EI}.$$

De même

$$\Delta z_A = 2l \Delta \alpha \sin \alpha - \frac{P l^3 \sin^2 \alpha}{2 EI} = -2^{\text{mm}}, 5.$$

Enfin, en écrivant que les déplacements relatifs de la barre AB lui sont normaux, on a

$$\Delta x_B = -\Delta z_A \cot \alpha = 4^{\text{mm}}, 3.$$

(Lille, juin 1926.)

