Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1926

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 1 (1925), p. 393-406

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__393_1>

eprésentera dans tout l'énoncé la mesu
ée.

désignant deux axes rectangulaires, l
· l'équation

$$(t^2+1)(tx-y)+at(t-h)=0,$$

ère h comme une constante donnée, et
variable, enveloppe une courbe que l'on

ieu des points d'où l'on peut mener à
ngulaires?
e construction géométrique de la troisiè
e d'un point du lieu. De cette construct
eut être considérée comme l'envelopp
ie de la manière suivante : un point **M** *d*
e centre ω, *la droite* **D** *passe constammen*
r de **M**, *sa vitesse de rotation étant dans*
avec celle du rayon ω**M**. *Il résulte de ce*
courbes Γ_h *correspondant aux diverses*
lables. Quelle est la valeur du rapport
urbe Γ_h *et de la courbe* Γ_0 *(correspond*
nombre h)?

ce rectiligne G *de* S *il*
point de rebroussement

peut être représenté par

$$z = \frac{a(1 - 3t^2)}{t(t^2 - 3)}.$$

le volume limité par la
a.

t_3, former l'équation du
pondant aux valeurs t_1,
ion du plan osculateur
ur t_0 du paramètre t?
coordonnées ξ, η, ζ), on
A). *Former l'équation*
contact, et montrer que

rairement choisis

rébriques des seg-
forme

$= o,$

o

telle droite, et une
ette équation est du
te est une courbe de
nfini. En identifiant

ites (D) dont les coeffi-
e l'équation (1), laquelle

$$\ldots x - y = 0;$$

deux des droites soient

$\left(\ldots \frac{y}{x}\right)$ soit racine ; en écri-

$$\ldots - hx) = 0.$$

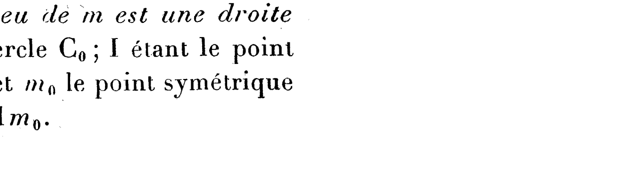
on peut mener à Γ_h deux
sant par l'origine O, par
r le point fixe B $\left(0, \frac{a}{2}\right)$;
rayon a pour expression

ır diamètre ; Γ_0 est
nts formant avec O
O par rapport à B

ts où elle touche le
en donnant à t les
tion (1) et des for-
aux points A' et B'
assurerait aisément
la perpendiculaire
ts de contact. Tout
riétés élémentaires
pelons simplement
t symétrique de M'

varie a pour équa-

eu de m est une droite
ercle C_0 ; I étant le point
et m_0 le point symétrique
I m_0.



, l'hypocycloïde Γ_h reste

re invariable de Δ,
ice G obtenue plus

ints m_1 de G étant
même plan tangent,

un point R, et un
ïde horizontale qui
ement de Γ'_h, et par
il faut et il suffit
'où la construction
ulaire à IOM_0 qui
et le diamètre $Q'Q$
cloïde Γ_h relative à
métrique de Q' par
nte a un rebrous-

R,

$$\ldots{}^{3}\omega \over \ldots\omega}, \quad ah;$$

n, de sorte que

écrivent

$$\frac{a}{\ldots - \operatorname{tang}^3\omega} = \frac{a}{t(t^2-3)},$$

$$\frac{\ldots\mathrm{ng}^3\omega}{\ldots - \operatorname{tang}^3\omega} = \frac{at^2}{t^2-3};$$

$$\ldots{}^2+1,$$

$$1-3t^2$$

plan xOy sont les

ocycloïde Γ_0, consi-
t voisins M et N, et
', AN et AN' soient
gnant le point com-
mite quand N vient
Il suffit d'observer
iment petits d'ordre
pour l'aire de Γ_θ,

$\frac{\pi a^2}{8}(h^2+1)$, d'où
et les plans $z=0$

courbe (A) est de la

$$kz = 0,$$

$$\omega, \quad -\frac{a \sin^3 \omega}{\sin 3\omega}, \quad \frac{a \cos 3\omega}{\sin 3\omega}\Big).$$

e conduit à cette valeur

nsi la forme

$$a \sin^2 \omega = 0 ;$$

ient finalement

$$+ at_0^2 = 0.$$

vait être écrite immédia-

) ah par z, puisque le

-dessus, nous avons

$$\frac{\mathrm{C})\, a}{\qquad},$$

$$= \frac{\eta - a}{a(\zeta - \xi)};$$

le plan osculateur

$$- \xi)\, a = 0,$$

eurs une propriété

$x\mathrm{O}y$, il faut et il

e immédiate, de l'hyper-
erons pas à établir son

$> \beta$, et soit $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$,

1,

t λ un paramètre, repré-
foyers les points F et F'
e droite (d) du plan cor-
onjuguée de (d) par rap-
(d') est perpendiculaire
njugué harmonique, par
pe le même axe ; la ques-
ouver l'enveloppe de (d').

diculaires aux tan-
coordonnées.

ar trois tangentes à
une quatrième tan-
hypocycloïde (*Nou-*
C', BC'A', CA'B' ont
u cercle ABC; les
angle, dans le même
der avec A'M, B'M,
ABC, on mène aux
ncontrent en α, β, γ

es restant fixes, la cin-

, Y′Y, Z′Z parallèles aux
mêmes sens positifs qu'eux,