

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1926

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1 (1925), p. 393-406

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__393_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

représentera dans tout l'énoncé la mesure
de l'angle.

Présignant deux axes rectangulaires, la
l'équation

$$(t^2 + 1)(tx - y) + at(t - h) = 0,$$

où h comme une constante donnée, et
 t variable, enveloppe une courbe que l'on

appelle lieu des points d'où l'on peut mener à
deux axes rectangulaires?

On peut faire la construction géométrique de la troisième
courbe d'un point du lieu. De cette construction
on peut être considérée comme l'enveloppe
de la manière suivante : un point M de
la courbe, le centre ω , la droite D passe constamment
par M , sa vitesse de rotation étant dans
un rapport constant avec celle du rayon ωM . Il résulte de ce
qu'on obtient les courbes Γ_h correspondant aux diverses
valeurs de h . Quelle est la valeur du rapport
entre la courbe Γ_h et de la courbe Γ_0 (correspondant
au cas où $h = 0$) ?

ce rectiligne G de S il
point de rebroussement

peut être représenté par

$$z = \frac{a(1 - 3t^2)}{t(t^2 - 3)}.$$

le volume limité par la
 t .

t_3 , former l'équation du
pendant aux valeurs t_1 ,
ion du plan osculateur
ur t_0 du paramètre t ?

coordonnées ξ, η, ζ), on
A). Former l'équation
contact, et montrer que

rairement choisis

rébriques des seg-
forme

= 0,

o

e telle droite, et une
ette équation est du
te est une courbe de
nfini. En identifiant

ites (D) dont les coeffi-
e l'équation (1), laquelle

$$x - y = 0;$$

e deux des droites soient

$\left(\frac{y}{x}\right)$ soit racine; en écri-

$$- hx) = 0.$$

on peut mener à Γ_h deux
sant par l'origine O , par

r le point fixe $B\left(0, \frac{\alpha}{2}\right)$;

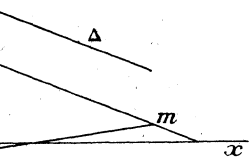
rayon a pour expression

un diamètre; F_0 est
points formant avec O
 O par rapport à B

ts où elle touche le
; en donnant à t les
tion (1) et des for-
aux points A' et B'
assureraient aisément
la perpendiculaire
ts de contact. Tout
riétés élémentaires
appelons simplement
t symétrique de M'

varie a pour équa-

eu de m est une droite
erle C_0 ; I étant le point
et m_0 le point symétrique
 m_0 .



, l'hypocycloïde Γ_h reste

re invariable de Δ ,
ce G obtenue plus

ints m_t de G étant
même plan tangent,

un point R, et un
oïde horizontale qui
ement de Γ_h , et par
il faut et il suffit
où la construction
ulaire à IOM_0 qui
et le diamètre $Q'Q$
cloïde Γ_h relative à
ométrique de Q' par
nte a un rebrous-

R,

$$\frac{\tan^3 \omega}{\omega}, \quad ah;$$

n, de sorte que

écrivent

$$\frac{a}{-\tan^3 \omega} = \frac{a}{t(t^2 - 3)},$$

$$\frac{\tan^3 \omega}{-\tan^3 \omega} = \frac{at^2}{t^2 - 3};$$

$$\frac{1}{t^2 + 1},$$

$$1 - 3t^2$$

plan xOy sont les

epicycloïde Γ_0 , consi-
t voisins M et N , et
, AN et AN' soient

gnant le point com-
mite quand N vient

Il suffit d'observer
ment petits d'ordre

pour l'aire de Γ_0 ,

$\frac{\pi a^2}{8}(h^2 + 1)$, d'où

et les plans $z = 0$

la courbe (A) est de la

$$kz = 0,$$

$$\left(\frac{\omega}{\sin 3\omega}, -\frac{\alpha \sin^2 \omega}{\sin 3\omega}, \frac{\alpha \cos 3\omega}{\sin 3\omega} \right)$$

ce qui conduit à cette valeur

ainsi la forme

$$\alpha \sin^2 \omega = 0;$$

ce qui conduit finalement

$$+ at_0^2 = 0.$$

qui avait été écrite immédia-

ment) ah par z , puisque le

dessus, nous avons

$$\frac{C) a}{},$$

$$= \frac{\eta - a}{a(\zeta - \xi)};$$

le plan osculateur

$$- \xi) a = 0,$$

eurs une propriété

xOy , il faut et il

e immédiate, de l'hyper-
erons pas à établir son

$\alpha > \beta$, et soit $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$,

1,

t λ un paramètre, repré-
e foyers les points F et F'
e droite (d) du plan cor-
onjuguée de (d) par rap-
 (d') est perpendiculaire
onjugué harmonique, par
pe le même axe; la ques-
ouver l'enveloppe de (d') .

perpendiculaires aux tan-
gentes aux coordonnées.

Par trois tangentes à
un cercle on mène une quatrième tan-
gente à une hypocycloïde (*Nou-*
veau $BC'A'$, $CA'B'$ ont
pour centre le cercle ABC ; les
droites BC' , CA' , AB' ont
pour angle, dans le même
sens, des angles égaux à celui
qui se trouve avec $A'M$, $B'M$,
 $C'M$ au point M du cercle
 ABC , on mène aux
droites BC' , CA' , AB'
des parallèles qui se
rencontrent en α , β , γ

es restant fixes, la cin-

, $Y'Y$, $Z'Z$ parallèles aux
mêmes sens positifs qu'eux,

