NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

N. ABRAMESCO

Sur le centre instantané de mouvement d'une figure plane variable avec conservation d'aire

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 1 (1925), p. 198-199

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__198_0>

[R1bα]

SUR LE CENTRE INSTANTANÉ DE MOUVEMENT D'UNE FIGURE PLANE VARIABLE AVEC CONSERVATION D'AIRE;

Par N. ABRAMESCO.

---

1. Étant donnés deux segments AB et A′B′, les points I, tels que les aires AIB = A′IB′, sont sur une droite Δ_c qui passe par l'intersection R des droites AB et A′B′, et qui est le lieu des points tels que le rapport de leurs distances aux droites AB et A′B′ soit égal à A′B′ : AB.

Étant donnés deux triangles ABC et A′B′C′, de même aire, il existe dans leur plan un point I, tel que les aires AIB = A′IB′, BIC = B′IC′, CIA = C′IA′; ce point est à l'intersection des droites Δ_a, Δ_b, Δ_c correspondant aux égalités des aires BIC = B′IC′, CIA = C′IA′, AIB = A′IB′. A′, B′, C′ étant des homologues des points A, B, C, le point I est son propre homologue dans les triangles ABC, A′B′C′.

Étant données deux figures F et F′, de même aire, telles que les triangles ABC, A′B′C′ soient homologues dans les figures F et F′, on sait (¹) qu'il existe un point I qui est son propre homologue dans les figures F et F′.

Considérons une figure plane F variable qui a une déformation homogène avec conservation d'aire. Soit ABC un triangle de la figure F. Le mouvement de cette figure est connu si l'on donne les courbes (A) et (B) décrites par les points A et B, les enveloppes (γ) et (β) des côtés AB et AC et l'aire du triangle ABC. Soit F′ la position infiniment voisine de la figure F et A′B′C′ l'homologue du triangle ABC dans la figure F′. Si A′B′ tend vers AB, le point R de rencontre de AB et A′B′ tend vers le point γ de con-

(¹) N. Abramesco, *Sur le mouvement des figures planes variables avec conservation de similitude ou d'aire* (*Société Roumaine des Sciences, Bulletin des Sciences mathématiques pures et appliquées*, XXVI, janvier-juillet 1924).

tact de AB avec son enveloppe (γ), et le point I est sur une droite qui passe par γ et comme $A'B' : AB \to 1$, le lieu des points I est sur la bissectrice extérieure de l'angle des droites, AB et $A'B'$, c'est-à-dire tend vers la normale en γ à la courbe (γ).

De même, le point I est sur la normale en β à la courbe (β). Donc le point de contact α de BC avec son enveloppe (α) est le pied de la perpendiculaire abaissée de I sur BC.

Donc, *dans la déformation homogène d'une figure plane variable avec conservation d'aire, les normales aux enveloppes des droites de la figure concourent, à un instant donné, en un point* I. Ce point I est un centre instantané de mouvement, analogue au centre instantané de rotation dans le cas d'une figure de forme invariable.

Pour trouver *la tangente en* C *à la courbe décrite par le point* C *de la figure* F, on voit que, dans la déformation du triangle variable ABC, on connaît cinq normales, aux sommets A et B, aux enveloppes des côtés AB, BC, CA, et *donc on peut employer la méthode de Mannheim* [1] *pour trouver la sixième normale*, en C, et donc la tangente en C.

2. On peut étendre les mêmes considérations pour une figure variable qui a une déformation homogène avec conservation de volume. On voit premièrement, qu'étant donnés deux tétraèdres ABCD, $A'B'C'D'$, de même volume, il existe un point I, tel que les volumes

$$IABC = IA'B'C', \qquad IBCD = IB'C'D', \qquad ICDA = IC'D'A',$$

et donc

$$IBDA = IB'D'A'.$$

On en déduit facilement que (P) étant un plan de la figure en mouvement, *les plans menés par les caractéristiques des plans* (P), *perpendiculairement aux plans* (P), *concourent en un même point* I.

---

(1) Mannheim, *Principes et développements de Géométrie cinématique*, p. 49; M. d'Ocagne, *Cours de Géométrie pure et appliquée de l'École Polytechnique*, t. I, p. 126.