# Correspondance

*Nouvelles annales de mathématiques 6e série*, tome 1 (1925), p. 174-175

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__174_1>

## CORRESPONDANCE.

M. **R. Bouvaist**. — *Au sujet de la question proposée* **2418** (décembre 1925, p. 90).

En ce qui concerne sa seconde partie, cette question est un cas particulier de la suivante :

*Étant donnée une droite* $\Delta$, *tangente à une hypocycloïde à trois rebroussements inscrite dans un triangle* ABC, *toute droite* $\Delta'$ *isotomique* (1) *de* $\Delta$ *par rapport à* ABC *et coupant* $\Delta$ *sous un angle constant enveloppe une hypocycloïde à trois rebroussements inscrite dans* ABC *et égale à la précédente*.

En effet, le lieu des pôles de $\Delta$ par rapport aux paraboles conjuguées à ABC est une droite $\Delta'$, isotomique de $\Delta$ par rapport à ABC. $\Delta$ et $\Delta'$ se correspondent dans une transformation quadratique involutive, ayant pour droites doubles la droite de l'infini et les côtés du triangle $A'B'C'$, formé par les droites joignant les milieux des côtés de ABC. Si $\Delta$ enveloppe une courbe de troisième classe $H_1$ tangente à la droite de l'infini aux points cycliques I et J, et inscrite à ABC, $\Delta'$ enveloppera une courbe de troisième classe, inscrite dans ABC et tangente à la droite de l'infini en I et J, c'est-à-dire l'hypocycloïde à trois rebroussements $H_2$.

(1) Rappelons que deux droites sont dites isotomiques par rapport à un triangle si elles coupent chacun des côtés en des points symétriques par rapport au milieu de ce côté.

$H_1$ coupe d'ailleurs BC en $\beta$ et $\gamma$, à ses tangentes en ces points $\Delta\beta$ et $\Delta\gamma$ correspondent les tangentes $\Delta\beta'$, $\Delta\gamma'$ à $H_2$ aux points où cette courbe coupe BC; $\overline{\beta\gamma} = \overline{\beta'\gamma'}$; d'après la nature même de la transformation, ces deux courbes sont donc égales puisque le segment $\beta\gamma$ caractérise le seul paramètre de grandeur de $H_1$.

Deux droites $\Delta$ et $\Delta'$ coupent la droite de l'infini en des points formant division homographique de points doubles I et J : elles se coupent sous un angle constant.

Dans le cas particulier de la question 2418, $H_1$ et $H_2$ sont confondues en une même hypocycloïde H (enveloppe des droites de Simson de ABC) qui est anallagmatique dans la transformation considérée.