

J. SUDRIA

Sur le mouvement d'une figure plane dans son plan

Nouvelles annales de mathématiques 5^e série, tome 2
(1923), p. 25-27

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1923_5_2_25_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1923, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[R 2 b]

SUR LE MOUVEMENT D'UNE FIGURE PLANE DANS SON PLAN;

PAR J. SUDRIA.

Soit une figure plane se déplaçant dans son plan; désignons par ω la valeur numérique de la vitesse angulaire instantanée, par $\vec{U}$ un vecteur invariable dans le plan mobile et $\vec{U}''$ la dérivée seconde de ce vecteur dans le plan fixe. On voit facilement que la valeur

numérique du produit vectoriel $(\vec{U}\vec{U}')$ est égale à $r^2\omega'$, r étant la valeur numérique du vecteur $\vec{U}$ et ω' l'accélération angulaire.

THÉOREME. — *Le lieu des points dont les accélérations passent, à un moment déterminé, par le centre d'inertie G de la figure est la transformée par rayons vecteurs réciproques de la droite qui porte la résultante des forces d'inertie, le module de la transformation étant le carré du rayon de giration de la figure mobile par rapport au centre d'inversion qui est le centre d'inertie.*

En effet, égalons le moment résultant des forces d'inertie par rapport au point G à celui de la résultante. Soient m une masse élémentaire de la figure située en A, α un point du lieu et a le point où la résultante est rencontrée par αG ; on a, M étant la masse totale et J_A, J_G les accélérations des points A et G,

$$\begin{aligned}\Sigma (\vec{GA}, m\vec{J}_A) &= (\vec{Ga}, M\vec{J}_G), \\ \Sigma (m\vec{GA}, \vec{J}_G + \vec{GA}'') &= M(\vec{Ga}, \vec{J}_G + \alpha\vec{G}'')\end{aligned}$$

ou, en simplifiant,

$$\Sigma m (\vec{GA}, \vec{GA}'') = (\vec{Ga}, \alpha\vec{G}'').$$

Si l'on désigne par r le rayon de giration de la figure par rapport au point G et par ρ_α et ρ_a , les distances $G_\alpha G_a$, il vient, d'après la remarque du début,

$$M\omega' r^2 = M\omega' \rho_\alpha \rho_a$$

ou

$$r^2 = \rho_\alpha \rho_a.$$

C. Q. F. D.

Remarques. — 1° Cette proposition permettra de mettre en place la résultante des forces d'inertie d'un corps ayant un plan de symétrie et soumis à un déplacement plan parallèlement à ce plan de symétrie, car alors on pourra ramener l'étude de ce mouvement plan à celui d'une figure plane dans son plan. Connaissant les accélérations de deux points de la figure plane, on saura trouver un point α dont l'accélération passe par G et il suffira de chercher le point α conjugué de α pour avoir un point de la résultante. Or la direction de celle-ci est connue : c'est la direction de l'accélération du point G et celle-ci est donnée par les propriétés des cinèmes du second ordre.

2° Rappelons pour mémoire que le lieu des points d'une figure plane se déplaçant dans son plan, dont les accélérations passent à un instant donné par un point déterminé de la figure mobile est un cercle (dont le rayon se réduit à zéro dans le cas particulier où le point de concours est le centre des accélérations).