NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

M. D'OCAGNE

Simple remarque sur la cyclide de Dupin

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 20 (1920), p. 13-14

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1920_4_20__13_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1920, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

[M²4iγ]

SIMPLE REMARQUE SUR LA CYCLIDE DE DUPIN;

PAR M. M. D'OCAGNE.

La cyclide de Dupin est, comme on sait, une surface du quatrième ordre, enveloppe à la fois de deux systèmes de sphères (S_1) et (S_2) qui la touchent suivant les systèmes de cercles (C_1) et (C_2) constituant ses lignes de courbure. Les courbes (γ_1) et (γ_2), lieux des centres γ_1 et γ_2 de ces sphères, forment par leur ensemble la developpée de la cyclide et sont, par suite, rencontrées chacune par toutes les normales de cette surface.

On peut très aisément reconnaître quelle est la nature de ces courbes (γ_1) et (γ_2) au moyen de la simple remarque que voici : tous les cônes de normales Γ_1, de sommets γ_1 et ayant pour directrices les cercles C_1 correspondants, passent aussi nécessairement par (γ_2); cette courbe ne saurait être une biquadratique gauche, car par une telle ligne ne passent que quatre cônes du second ordre, ni une cubique gauche, car celle-ci passant par le sommet de tout cône qui la contient, il y aurait coïncidence des courbes (γ_1) et (γ_2) et, par suite, des systèmes (S_1) et (S_2) supposés distincts; ce ne peut donc être qu'une conique. De plus, les cônes Γ_1 étant de révolution, la courbe (γ_1) est le lieu des sommets des cônes de révolution passant par (γ_2); et *vice versa*, par le même raisonnement.

Les courbes (γ_1) et (γ_2) constituent donc, ainsi qu'il est bien connu, un couple de *coniques focales* *dans l'espace*, c'est-à-dire de coniques situées dans deux plans rectangulaires et telles que les sommets de chacune d'elles coïncident avec les foyers de l'autre. L'une de ces coniques (γ_1) est une ellipse, l'autre (γ_2) une hyperbole. Lorsque (γ_1) devient un cercle, (γ_2) se réduit à l'axe de ce cercle, c'est-à-dire à la perpendiculaire à son plan, menée par son centre, et la cyclide correspondante est alors un tore de révolution autour de cet axe (γ_2) et admettant le cercle (γ_1) comme lieu des centres de ses méridiens.