

Concours spécial d'admission à l'École polytechnique en 1919. Sujets de composition

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 19 (1919), p. 435-437

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__435_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1919, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS SPÉCIAL D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
EN 1919.
SUJETS DE COMPOSITION.**

Première composition de Mathématiques.

On donne une ellipse rapportée à ses axes, de longueurs $2a$, $2b$, et les tangentes aux quatre sommets. Sur cette ellipse, on prend un point M , de coordonnées $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$, et l'on mène la tangente en ce point. On trace le cercle C qui a pour diamètre la partie de cette tangente comprise entre les tangentes aux sommets du grand axe et le cercle C' qui a pour diamètre la partie de la même tangente qui est comprise entre les tangentes aux sommets du petit axe.

1° Former, en fonction du paramètre φ , les équations des cercles C et C' . Quelles remarques peut-on faire au sujet des deux familles de cercles C et C' et de leur axe radical?

2° Calculer, en fonction de φ , les coordonnées des points d'intersection D et D' des deux cercles C et C' .

3° Trouver, lorsque M décrit l'ellipse, le lieu du

point P qui divise le segment DD' dans un rapport donné m .

4° Enveloppe des courbes ainsi trouvées pour les diverses valeurs de m . Discuter la réalité des points de contact de ces courbes avec leur enveloppe ; distinguer les divers cas de figure.

Deuxième composition de Mathématiques.

On donne l'équation en t

$$(E) \quad (b - at)(1 + t^2) - 1 = 0.$$

1° Déterminer les coefficients a et b de manière que cette équation admette une racine double donnée θ .

2° Considérant les expressions ainsi trouvées pour a et b comme les coordonnées rectangulaires d'un point M, construire le lieu (C) des positions que prend le point M quand on fait varier la racine double donnée θ .

Les coefficients a et b étant supposés quelconques, quelle est la signification géométrique de l'équation (E) relativement à la courbe (C) et au point P de coordonnées a et b ?

3° Dans l'équation (E), on donne à b la valeur $\frac{5}{8}$ et on laisse a quelconque ; discuter, suivant la valeur de a , la réalité des racines de l'équation (E).

Contrôler les résultats de la discussion algébrique en utilisant la signification géométrique de l'équation (E).

4° La tangente à la courbe (C), de coefficient angulaire $m = \tan \alpha$, rencontre cette courbe en deux points M_1 et M_2 autres que le point de contact M_0 . Calculer, en fonction de α , la longueur de l'arc $M_1 M_0 M_2$ compris, sur la courbe C, entre les points M_1 et M_2 . On supposera $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. (4 heures).

Épure.

Par un point O, situé à 3^{cm} au-dessus du plan horizontal de projection et à 9^{cm} en avant du plan vertical, passe une droite de front Δ , qui fait un angle de 45° avec la verticale et va en descendant de gauche à droite. Une droite de front Γ fait un angle de 30° avec Δ . La perpendiculaire commune aux droites Γ et Δ passe par le point O et a pour longueur 3^{cm}. La droite Γ , en tournant autour de Δ , engendre un hyperboloïde H.

Par le point O, on élève à Δ , dans le plan de front, une perpendiculaire OS de longueur égale à 3^{cm}, au-dessous de O.

Une droite, passant par S et faisant un angle de 30° avec SO, engendre un cône C en tournant autour de SO.

On limite l'hyperboloïde H par le plan horizontal de projection et par un plan de profil situé à 3^{cm} à gauche du point O. Représenter ce qui reste de ce solide lorsqu'on enlève la partie intérieure au cône C.

Ligne de terre sur le petit axe de la feuille. Ligne de rappel du point O à 6^{cm} à gauche du grand axe.