

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 19
(1919), p. 158-160

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__158_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1919, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

2401. Soient Γ_1 la sinusoïde d'équation

$$y = a \left(\cos \frac{x}{a} - 1 \right),$$

Γ_2 la chaînette d'équation

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} - 2 \right),$$

(¹) Le lecteur est prié de faire la figure.

Γ_3 la cycloïde définie par

$$x = a(\theta + \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta).$$

Chacune de ces courbes admet, en son sommet O, où elle est tangente à O*x*, une conique surosculatrice (contact du cinquième ordre) γ_1 , γ_2 ou γ_3 .

Soient, de plus, C le point de O*y* d'ordonnée $y = 3a$, δ et δ' les droites issues de O, qui font entre elles un angle de 60° et sont symétriques par rapport à O*y*.

Chacune des coniques γ_1 , γ_2 et γ_3 a pour centre le point C. En outre, γ_1 a ses points à l'infini, γ_2 ses sommets du petit axe, γ_3 ses foyers, sur δ et δ' (et, par suite, les sommets du petit axe de γ_2 coïncident avec les foyers de γ_3).

M. D'OCAGNE.

2405. L'équation

$$1 - \left(\frac{\alpha}{x}\right)^m - (\beta x)^n = 0,$$

α et β étant des quantités positives, a deux racines positives, si

$$\frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}} > (\alpha\beta)^{mn}.$$

On a

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4mn}{m+n}} > \frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{m+n}.$$

A. PELLET.

2406. Si l'équation, où les α et β désignent des quantités positives,

$$1 - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_i}{x}\right)^i - \sum_{j=1}^{\infty} (\beta_j x)^j = 0,$$

a deux racines positives, la plus petite est inférieure à $3,4\alpha$ et la plus grande supérieure à $\frac{1}{3,4\beta}$, α désignant la plus grande des quantités α_i et β la plus grande des quantités β_j .

Si l'on a $1 > 9\alpha\beta$, le premier membre de cette équation est positif pour x compris entre 3α et $\frac{1}{3\beta}$.

A. PELLET.

2407. L'étude de l'équation modulaire conduit à ce théorème :

Soit la série holomorphe

$$f(x) = x^k + a_1 x^{k+1} + \dots + a_n x^n + \dots,$$

les coefficients a étant quelconques; l'équation $f^k(x) - 1 = 0$, autrement dit l'une des quatre équations :

$$f(x) = 1, \quad f(x) = -1,$$

$$f(x) + \sqrt{-1} = 0, \quad f(x) - \sqrt{-1} = 0,$$

a une racine de module inférieur à $\sqrt[k]{2}$, ou la série est divergente pour $x = \sqrt[k]{2}$. A. PELLET.

2408. Sur la normale en un point donné M_0 d'un paraboloïde on prend un point P : on peut mener de ce point quatre autres normales à la surface; le point P se déplaçant sur la normale en M_0 , l'enveloppe des sphères qui passent par les pieds des quatre normales est un ellipsoïde de révolution dont le centre est sur l'axe du paraboloïde, avec l'abscisse

$$\frac{x_0 + (p \pm q)}{2},$$

et dont l'axe est parallèle à la projection de la normale en M_0 sur le plan tangent au sommet de la surface ⁽¹⁾.

G. FONTENÉ.

2409. Si deux triangles sont à la fois homologues et orthologiques, les deux centres d'orthologie sont sur la perpendiculaire abaissée du centre d'homologie sur l'axe d'homologie.

Application. -- Soient M et M' deux points inverses par rapport à un triangle ABC , $\mu_1 \mu_2 \mu_3$, $\mu'_1 \mu'_2 \mu'_3$ leurs projections sur BC , CA , AB ; si les droites $A\mu_1$, $B\mu_2$, $C\mu_3$ et $A\mu'_1$, $B\mu'_2$, $C\mu'_3$ sont concourantes, elles se coupent sur MM' et les axes d'homologie des triangles ABC , $\mu_1 \mu_2 \mu_3$, ABC et $\mu'_1 \mu'_2 \mu'_3$ sont perpendiculaires à MM' . R. BOUVAIST.

2410. Construire une conique connaissant un point M , le cercle osculateur en ce point et deux tangentes (ou deux points). A. PELLET.

(1) Le lieu des centres de ces sphères a été demandé au Concours général pour la classe de Mathématiques spéciales, en 1883 voir *N. A.*, 1884, p. 423).