Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 438-440

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__438_1>

QUESTIONS.

2373. Une hélice tracée sur un cylindre ayant pour section droite une épicycloïde admet des plans de symétrie passant par une même droite; soient O la projection des sommets de l'hélice sur cette droite: A un point de l'hélice, B le centre de la sphère osculatrice en ce point, il y a une relation du premier degré entre $\overline{OA}^2$ et $\overline{OB}^2$: $m\overline{OA}^2 + n\overline{OB}^2 = d^2$; m, n et d^2 constants.

A. PELLET.

2374. Soient, sur un cercle de centre O, un point fixe A et un point variable M. Le centre de gravité G de l'arc AM décrit une courbe (G) dont (en vertu d'une propriété connue des courbes quelconques; voir *N. A.*, 1886, p. 65) la tangente passe par le point M. Cela posé, démontrer que, si la perpendiculaire élevée en M à MG coupe en H la parallèle à OM menée par G, et si les perpendiculaires menées à MG par O et à OG en son milieu se rencontrent en I, la droite qui joint le point H au centre de courbure de la courbe (G) est parallèle à celle qui joint le point O au milieu de MI.

M. D'OCAGNE.

2375. Si le cercle Γ_1 roule par sa concavité sur le cercle Γ de rayon moitié moindre, toute droite entraînée dans le mouvement de Γ_1 a pour enveloppe un cercle dont le centre se trouve sur Γ (1), et tout point lié à Γ_1 décrit un limaçon de Pascal. M. D'OCAGNE.

2376. La caustique par réflexion d'une cycloïde pour des rayons incidents perpendiculaires à la base est une autre cycloïde (J. Bernoulli). Démontrer que lorsque les rayons incidents sont parallèles à la base la caustique est une courbe parallèle à une cycloïde. F. BALITRAND.

2377. M. G. Humbert a démontré que la caustique par réflexion d'une hypocycloïde à trois rebroussements H_3, pour des rayons incidents perpendiculaires à une tangente de rebroussement, est une hypocycloïde à quatre rebroussements H_4. Prouver que le théorème subsiste quand les rayons incidents sont parallèles à une tangente de rebroussement.

F. BALITRAND.

2378. L'équation

$$x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 + 10x^3 + 6x^2 - 4x - 1 = 0$$

est entièrement résoluble sans employer d'autres symboles que des radicaux carrés. Former l'expression algébrique des racines, toutes réelles. H. DE MONTILLE.

2379. Soient $x_0, x_1, \ldots, x_p, \ldots, x_{m-1}$ les racines $m^{\text{ième}}$ de l'unité, m étant pair, démontrer que l'on a

$$\sum_{p=0}^{p=m-1} \begin{vmatrix} x^m & x_p & x_p x & \ldots & x_p x^{m-2} & x_p x^{m-1} \\ x^{m-1} & 1 & x_p & \ldots & x_p x^{m-3} & x_p x^{m-2} \\ x^{m-2} & 0 & 1 & \ldots & x_p x^{m-4} & x_p x^{m-3} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x & 0 & 0 & \ldots & 1 & x_p \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \end{vmatrix} = m(x^m + 1).$$

J. BOUCHARY.

2380. Appelons « droite de déviation d'une courbe (M) en

(1) Cette première partie de l'énoncé peut être regardée comme réciproque de l'exercice n° 7 des *Problèmes de Mécanique rationnelle* de M. E. Fabry. (M. O.)

un point M », la droite qui joint ce point au centre C_1 de courbure de la développée (C) correspondant; le point de contact O de MC_1 avec son enveloppe se trouve sur la droite de déviation de (C). Lorsque O est fixe, la courbe (M) est une épicycloïde à base réelle ou imaginaire, ou une dégénérescence. Dans le cas général, O est le centre d'une épicycloïde ayant un contact du quatrième ordre avec la courbe (M). Soit P la projection de C, centre de courbure de (M) en M sur la droite de déviation MC_1O; le carré du rayon de la base de cette épicycloïde, B^2, est égal à $\overline{OM}.\overline{OP}$. Lorsque B^2 est constant, O n'étant pas fixe, on a $B^2 = -\overline{OM}^2$ et par suite $OP = -OM$. Construire la courbe.

A. Pellet.

2381. Les hélices, pour lesquelles la droite joignant un point de la courbe au centre de la sphère osculatrice correspondante s'appuie sur une droite fixe, appartiennent à des cylindres dont les sections droites sont des épicycloïdes.

A. Pellet.

2382. Considérons deux lignes asymptotiques de la surface réglée formée par les normales principales d'une courbe (M). Soient r et r_1 les distances au point M de cette courbe des points de rencontre de ces asymptotiques avec la génératrice passant par M, T le rayon de torsion en M de la courbe (M); on a

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} = \frac{C}{\sqrt{T}},$$

C étant une constante.

A. Pellet.