

G. FONTENÉ

Nouvelles identités

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 18
(1918), p. 430-431

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__430_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[A 1 b]

NOUVELLES IDENTITÉS;

PAR M. G. FONTENÉ.

J'ai signalé en 1917 (p. 456-462), des faits de calcul relatifs aux systèmes des quantités

$$\begin{aligned} x, y, z, \dots, \\ u, v, w, \dots, \end{aligned}$$

x et u se correspondant, ainsi que y et v , etc.; ces faits peuvent être étendus aux systèmes

$$\begin{aligned} x_1, y_1, z_1, \dots, \\ x_2, y_2, z_2, \dots, \\ x_3, y_3, z_3, \dots, \\ \dots, \dots, \dots, \dots \end{aligned}$$

Le coefficient binomial C_m^h doit alors être remplacé par $\frac{P_m}{P_h P_k \dots}$, avec $h + k + \dots = m$.

Si l'on pose

$$P_x^h = x(x-1) \dots (x-h+1),$$

l'équation

$$\sum P_{x_1}^m P_{y_1}^m \dots + \dots + \frac{P_m}{P_h P_k \dots} \sum P_{x_1}^h P_{x_2}^k \dots P_{y_1}^h P_{y_2}^k \dots + \dots = 0,$$

qui généralise l'équation (11) de la page 459, admet les solutions

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots &= (m-1) - \alpha, \\ y_1 + y_2 + \dots &= (m-1) - \beta, \\ \dots & \end{aligned}$$

α, β, \dots étant des entiers positifs ou nuls qui vérifient les conditions

$$\alpha + \beta + \dots \leq m - 1.$$

On n'oubliera pas que, dans l'équation considérée, h, k, \dots sont des indices et non des exposants.

En considérant le seul système x_1, x_2, x_3, \dots , on a ceci :

L'équation

$$\sum P_{x_1}^m + \dots + \frac{P_m}{P_h P_k \dots} \sum P_{x_1}^h P_{x_2}^k \dots + \dots = 0,$$

qui généralise l'équation [11] de la page 462, est résolue par les formules

$$x_1 - x_2 + \dots = m - 1, \quad m - 2, \quad \dots, \quad 0;$$

le premier membre de cette équation est identique au produit

$$(x_1 + x_2 + \dots)(x_1 + x_2 + \dots - 1) \dots [x_1 + x_2 + \dots - (m - 1)].$$

Exemple (avec $m = 3$) :

$$\begin{aligned} x_1(x_1 - 1)(x_1 - 2) + \dots + 3x_1(x_1 - 1)x_2 + \dots + 6x_1x_2x_3 \\ \equiv (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3 - 1)(x_1 + x_2 + x_3 - 2). \end{aligned}$$