

Anciennes questions non résolues

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 18 (1918), p. 35-37

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__35_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ANCIENNES QUESTIONS NON RÉSOLUES

2143 (1910, 95). — Si l'on pose (1)

$$x = \frac{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{-5} + d\sqrt{2}\sqrt{-5}}{\sqrt{2}},$$

a, b, c, d étant entiers, a et c étant de même parité :

1° Les nombres x sont des entiers algébriques;

2° La somme ou le produit de deux nombres n est un nombre x ;

3° La norme du nombre x (c'est-à-dire le produit de ce nombre par ceux qu'on obtient en changeant $\sqrt{2}$ en $-\sqrt{2}$, ou $\sqrt{-5}$ en $-\sqrt{-5}$, ou en faisant ces deux changements à la fois, est

$$N = \left(\frac{a^2 - 2b^2 + 5c^2 - 10d^2}{2} \right)^2 + 10(ad - bc)^2;$$

4° La norme du produit de deux facteurs est égale au produit des normes de ces facteurs;

5° Étant donnés deux nombres de la forme indiquée, peut-on trouver un nombre de même forme $\frac{m + n\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}}$ appelé *quotient*, et un autre nombre de même forme $\frac{r + s\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}}$ appelé *reste*, tels qu'on ait

$$\begin{aligned} & \frac{a + b\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{e + f\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} \frac{m + n\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} + \frac{r + s\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}}, \end{aligned}$$

tels, de plus, que la norme du reste soit inférieure à celle du diviseur?
G. FONTENÉ.

2151 (1910, 239). — Établir directement (pour $n \neq 1$) l'égalité

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{1.2} & \frac{1}{1} & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \frac{1}{1.2.3} & \frac{1}{1.2} & \frac{1}{1} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{(2n)!} & \frac{1}{(2n-1)!} & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{1.2} \end{vmatrix} = 0.$$

relative à la formule de sommation d'Euler-Maclaurin.

G. FONTENÉ.

2156 (1910, 335). — On considère la suite des polynomes en x

$$P_0, P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$$

tels que

$$\begin{aligned} nP_n &= (3n-2)P_{n-1} - (3n-4+x^2)P_{n-2} \\ &\quad + (1-x^2)(n-2)P_{n-3} \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} P_0 &= P_1 = 1, \\ P_2 &= 1 - \frac{x^2}{2}, \\ &\dots \end{aligned}$$

1° Montrer que l'on a

$$P_n = a_0 + C_n^1 a_1 x + C_n^2 a_2 x^2 + \dots + C_n^p a_p x^p + \dots + C_n^n a_n x^n,$$

C_n^p étant le nombre des combinaisons de n lettres p à p et a_p étant fonction de p seul indépendant de x et n ;

2° Montrer qu'il y a une relation linéaire entre a_p, a_{p-1}, a_{p-2} vérifiée quel que soit p . En conclure la valeur de a_p en fonction de p .
R. GILBERT.

2161 (1910, 336). — Une pyramide régulière, de sommet S , a pour base un rectangle $ABCD$. On considère le parabolôïde

(37)

de révolution de sommet S qui passe par le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$ et le parallélépipède indéfini dont ce rectangle est la section droite. Démontrer que le solide commun à ces deux corps, limité au plan de base de la pyramide, a un volume double de celle-ci.

M. D'OCAGNE.

Nous terminons ici la réimpression des *Anciennes questions* (1842-1910) non résolues. On trouvera plus loin (p. 43) les N^{os} des questions restées sans solution au 31 Décembre 1917.

(N. d. l. R.)