NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 352-355

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__352_1>

CORRESPONDANCE.

M. **H. Brocard.** — *Au sujet d'un article de* E.-N. Barisien, 1917, p. 401-408. — *Sur les paraboles qui passent par les pieds des normales issues d'un point donné* (α. β) *à une ellipse.*

Page 403, l'auteur observe que les axes des deux paraboles ont des directions fixes, les diagonales du rectangle des axes de l'ellipse donnée.

Ce théorème se trouve énoncé dans son article de *Mathesis*, 1909, p. 145, n° **21**.

Cas où le point (α, β) est sur l'ellipse (1917, p. 106).

Chaque parabole enveloppe une quartique. Voir en effet (*loc. cit.*) n° **21**.

M. **d'Ocagne**. — *Remarques au sujet de diverses questions résolues dans les N. A.* (1918).

Question **2264** (p. 216). — Je rappelle que, dans cette question, si M est le milieu du segment de la tangente en P à la courbe (P), compris entre les axes rectangulaires Ox et Oy, il s'agit de la relation qui lie le point P à la tangente en M à la courbe (M). La relation que j'avais en vue dans la dernière partie de l'énoncé est la suivante (que l'on pourra s'exercer à déduire de celles remarquées par les auteurs des solutions insérées, mais qui peut, de façon très aisée, s'établir directement) :

Les normales en M *et en* P *aux courbes* (M) *et* (P) *se coupent sur la perpendiculaire élevée à* OM *par le point symétrique de* O *par rapport à* M.

Par la même occasion, je signalerai quelques couples intéressants de courbes (M) et (P) dont l'existence peut s'établir géométriquement (sujets d'exercices pour les lecteurs des *N. A.*) :

Courbe (M).	*Courbe* (P).
Une droite D quelconque.	La parabole tangente à Ox, à Oy et à D au milieu du segment de cette droite compris entre Ox et Oy.

Courbe (M).	*Courbe* (P).
Un cercle de centre O.	L'hypocycloïde à quatre rebroussements circonscrite à ce cercle et qui admet Ox et Oy pour ses axes de rebroussement.
Un cercle tangent en O à Oy.	L'hypocycloïde à trois rebroussements circonscrite à ce cercle et qui le touche en O.
Une parabole de sommet O tangente à Oy.	La symétrique par rapport à Oy de la parabole obtenue en dilatant au double, à partir de Ox, les ordonnées de la parabole donnée.
Une hyperbole équilatère ayant Ox et Oy pour asymptotes.	Cette hyperbole équilatère elle-même.
Une hyperbole équilatère de sommet O, ayant ses asymptotes parallèles à Ox et Oy.	Le point diamétralement opposé à O dans cette hyperbole.
Une hyperbole équilatère de foyer O, ayant ses asymptotes parallèles à Ox et Oy.	Le cercle décrit sur l'axe transverse comme diamètre, cercle qui est d'ailleurs tangent à Ox et Oy.
Une hyperbole équilatère d'axes Ox et Oy.	La développée de cette hyperbole.

Question 2266 (p. 226). — D'après un théorème que j'ai eu occasion de rappeler dernièrement dans les *N. A.* (1918, p. 33), précisément à propos d'une construction de centre de courbure de conchoïde, si (en utilisant les notations de la solution ici visée) A est l'extrémité de la sous-normale polaire de la courbe (M) pour le pôle O, et ω le milieu de la normale polaire de la courbe (A) pour le même pôle, le centre de courbure C de la conchoïde (M′) de (M) s'obtient par la rencontre de la normale $M'A$ à cette conchoïde et de la droite qui joint le point ω au point de rencontre H de OM' et de la perpendiculaire en A à $M'A$. *Le lieu de C est donc engendré par la rencontre de deux rayons correspondants* $A'M$ *et* ωH *de deux faisceaux, de centres respectifs* A *et* ω, *évidemment homographiques*, puisque de chacun de ces rayons l'autre se déduit de façon unique. Ce lieu est donc une conique passant par A et ω.

Le point H à l'infini sur OM donne un point C en coïncidence avec le milieu A' de OA; le point H confondu avec O, le point C_1 à la rencontre de $O\omega$ et de la parallèle à OM menée par A. Enfin, lorsque le rayon AM' vient à se confondre avec $A\omega$, le point C tend vers A suivant la perpendiculaire élevée en A à $A\omega$ qui est, par suite, tangente en A à la conique lieu de ce point.

De cette façon sont établis plus directement (sans avoir à passer par l'intermédiaire des antipodaires des conchoïdes relativement au point O) les résultats obtenus, pour la première partie, par l'auteur de la solution insérée.

Question 2275 (p. 234). — Outre que, comme l'a justement observé l'auteur de la solution insérée, la distance tangentielle de chaque point M de l'hyperbole au cercle correspondant est égale au demi-axe transverse de cette hyperbole, il n'est pas sans intérêt de remarquer que la corde des contacts du cercle et des asymptotes passe par le point M, ou, ce qui revient au même, que la polaire du point M par rapport à ce cercle passe par le centre de l'hyperpole.