Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 259-260

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__259_0>

CORRESPONDANCE.

M. M.-F. Egan. — *Au sujet de la question* 1617 (*voir* la solution, 1918, p. 73). — Le théorème énoncé dans la question peut s'exprimer comme il suit : « Soient A, B, C les pieds des normales abaissées d'un point P à une parabole, et soit A′ le deuxième point de rencontre de AP avec la courbe; les tangentes à la parabole en B, C, A′, ainsi que la droite BC et le diamètre mené par A′, touchent une même parabole de foyer P. BC est la tangente au sommet de cette parabole. »

Une transformation par polaires réciproques, par rapport à un cercle de centre P, donne l'énoncé suivant : *Soient* A, B, C *les pieds des normales à une ellipse issues d'un point* P *situé sur la courbe*, A′ *le point de l'ellipse diamétralement opposé à* A, Q *et* R *les pôles de* BC *et* PA′; *les points* B, C, A′, P, Q, R *sont sur une même circonférence dont* PQ *est un diamètre*.

Ceci se démontre assez facilement. En effet, les normales à l'ellipse en P, A, B, C concourent, donc P, A′, B, C sont sur un cercle de Joachimsthal (J). Les angles PBQ, PCQ étant droits, PQ est un diamètre de (J). Soit O le centre de l'ellipse. O est le milieu de AA′, et la droite OR passe par le milieu de PA′, OR est donc parallèle à AP et par conséquent perpendiculaire aux tangentes en A et A′ à l'ellipse. Or, d'après un théorème de Laguerre [1], le cercle de Joa-

[1] *Voir* CASLY, *Analytical Geometry*, 1893, p. 219.

chimsthal passe par le pied de la perpendiculaire abaissée du centre de l'ellipse sur la tangente en A', c'est-à-dire par le point R : ce qui achève la démonstration.