Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 119-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__119_0>

QUESTIONS.

2359. On considère les cubiques circulaires Γ rencontrées dans la deuxième partie de la composition de géométrie analytique de l'École Polytechnique en 1917, savoir celles que définit l'équation

$$x(x^2+y^2)-(h^2-a^2)x-2ahy=0,$$

où a est regardé comme fixe et h comme variable.

On appelle H et H' les points de contact de chaque cubique Γ avec ses tangentes parallèles à Oy [1], I et I' ses points de contact avec ses tangentes parallèles à Ox, C et C' ses centres de courbure répondant à H et H'. On demande :

1° De trouver le lieu des points I et I' et de déterminer, en particulier, les points de ce lieu où la tangente est parallèle à Oy en faisant voir comment ces derniers points sont liés aux points H et H' correspondants;

2° De trouver le lieu des points C et C' et de donner la construction géométrique qui permet de déduire chaque point C du point H correspondant. M. d'Ocagne.

2360. On considère l'hyperboloïde de révolution à une nappe

$$x^2+y^2+z^2-2yz-2zx-2xy=1.$$

Montrer que si p, q, r sont trois nombres arbitraires deux à deux différents, les coordonnées d'un point courant de cet hyperboloïde peuvent se noter

$$x=\frac{p(q-r)}{(r-p)(p-q)},$$
$$y=\frac{q(r-p)}{(p-q)(q-r)},$$
$$z=\frac{r(p-q)}{(q-r)(r-p)}.$$

On trace dans un plan (H) un triangle de référence équilatéral.

---

[1] *Voir* la figure, 1917, p. 255.

p, q, r désignant les coordonnées trilinéaires normales d'un point du plan, étudier la correspondance entre le point (p, q, r) du plan et le point x, y, z de l'hyperboloïde qui correspond aux valeurs p, q, r des trois paramètres. Considérer en particulier les courbes planes de (H), qui correspondent aux sections planes de l'hyperboloïde, aux parallèles et au cercle de gorge notamment.

Montrer que les coordonnées d'un point du cône asymptote peuvent se noter

$$x = (\mu - \nu)^2, \qquad y = (\nu - \lambda)^2, \qquad z = (\lambda - \mu)^2,$$

λ, μ, ν étant trois nombres arbitraires.

Étudier les génératrices de l'hyperboloïde, indiquer les paramètres tels que p, q, r qui appartiennent aux points des deux génératrices qui sont issues du point $p_0 q_0 r_0$ de la surface.

Quelle est dans le plan (H) la représentation des générations de la surface ?

On considère la cubique gauche tracée sur l'hyperboloïde qui correspond à la condition

$$p + q + r = 0.$$

Étudier sa projection sur l'un des plans de coordonnées. Montrer que $x = y = z$ est pour elle un axe de symétrie ternaire.

AMSLER.