

Anciennes questions non résolues

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 17
(1917), p. 397-400

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__397_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1917, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANCIENNES QUESTIONS NON RÉSOLUES.

1852 (1900, 288). — On considère un système articulé composé de sept tiges rigides dont les quatre premières forment un quadrilatère gauche $ABCD$; les trois autres ME , MF , MG relient un point M à trois points E , F , G , appartenant respectivement aux tiges AB , BC , CD et fixes sur ces tiges.

Les articulations qui existent aux points A, B, C, D, E, F, G, M sont réalisées par des points de Cardan.

Démontrer que, pendant toutes les déformations dont le système est susceptible, le point M reste à distance invariable d'un certain point de la tige DA, fixe sur cette tige. On peut, de la sorte, adjoindre au système une huitième tige sans introduire de liaison nouvelle.

RAOUL BRICARD.

1854 (1900, 288). — 1^{re} Étant placés les trois sommets A, B, C d'un triangle, les trois centres de ses cercles de Neuberg et les trois centres de ses cercles de Mackay, tracer par points, et au moyen de la règle seulement, l'*hyperbole* de Kiepert du triangle.

2^o Étant placés les trois côtés a, b, c d'un triangle et les polaires du barycentre par rapport aux six coniques corrélatives des cercles de Neuberg et de Mackay, le barycentre étant origine de la corrélation, tracer par tangentes, et au moyen de la règle seulement, la *parabole* de Kiepert du triangle.

L. RIPERT.

1856^{bis} (1900, 383). — $pqr\ldots tuvw$ est une permutation formée avec les quantités positives croissantes $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Quelles sont les permutations pour lesquelles la somme

$$pq + qr + rs + \ldots + tu + uv + vw$$

a : 1^{re} la plus grande valeur; 2^o la plus petite valeur?

E. LEMOINE.

1859 (1900, 383). — On a, dans un espace linéaire à n dimensions L_n , $(n+1)$ points $P_0, P_1, \ldots, P_n$; chercher le lieu géométrique de l' $(n+1)$ ^{èdre} constitué par ces points, lorsque, P_0 étant fixe, l'hyperplan déterminé par les autres tourne autour d'un point fixe Q.

H. PICCIOLI.

1884 (1900, 572). — Dans le plan, une courbe de troisième classe C et une cubique C' pouvant se correspondre ainsi : l'un des trois systèmes de coniques S qui admettent C pour jacobienne tangentielle se compose des coniques inscrites à l'un des trois systèmes de quadrilatères inscrits à S', et l'un des trois systèmes de coniques S' qui admettent C' pour jacobienne ordinaire se compose des coniques circonscrites à l'un

des trois systèmes de quadrangles circonscrits à C. On peut se donner C', par exemple, et il y a alors trois courbes C.

G. FONTENÉ.

1885 (1900, 572). — Les hexaèdres complets conjugués à quatre quadriques dépendent de deux paramètres.

Démontrer que les plans des faces sont osculateurs à une cubique gauche T, et que, si t est un paramètre qui correspond uniformément aux plans osculateurs de la courbe, les six valeurs de t pour les divers hexaèdres sont données par une équation de la forme

$$f(t) + \lambda \varphi(t) + \mu \psi(t) = 0,$$

λ et μ variant.

G. FONTENÉ.

1886 (1900, 573). — Si l'on inscrit dans une circonférence un quadrilatère quelconque $abcd$ et un rectangle $efgh$, dont les diagonales eg et fh sont perpendiculaires aux diagonales ac et bd du quadrilatère $abcd$, les quatre côtés des deux quadrilatères se coupent en seize points qui sont, de quatre en quatre, sur des lignes droites I, J, K, L. La polaire du point d'intersection de deux quelconques de ces quatre droites par rapport à la circonférence passe par l'intersection des deux autres droites.

L. KLUG.

1889 (1900, 573). — Lorsque deux triangles, l'un inscrit dans l'autre, sont involutifs, tout système de trois droites passant par les sommets du triangle circonscrit détermine, sur les côtés de l'inscrit, trois points qui forment six segments involutifs.

C. BLANC.

1890 (1900, 574). — Lorsque trois triangles sont homologues deux à deux, si, dans le triangle formé par les trois axes d'homologie, un sommet est un centre d'homologie, chacun des deux autres sommets est aussi un centre d'homologie.

C. BLANC.

1892 (1903, 574). — Dans un pentagone, les cercles des neuf points, relatifs aux triangles formés par deux côtés consécutifs et une diagonale, se coupent, deux à deux, en cinq points qui sont sur un même cercle.

C. BLANC.

1910 (1901, 96). — On donne l'hyperboloïde à une nappe

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0.$$

On considère deux génératrices G et K du même système dont les pieds sur le plan de l'ellipse de gorge sont aux extrémités d'un même diamètre.

1° Trouver les équations de la droite Δ perpendiculaire commune à G et K.

2° Trouver la surface lieu de Δ (conoïde de Plucker).

3° Trouver sur cette surface le lieu des points tels que les plans tangents fassent un angle donné θ avec le plan de l'ellipse de gorge. Construire les projections de ce lieu sur les plans de coordonnées.

CH. BIOCHE.

1911 (1901, 144). — Étant donnés un tétraèdre $P_1P_2P_3P_4$ et un point P dans l'espace, on mène par ce point un rayon g que l'on projette orthogonalement sur les faces du tétraèdre. Montrer que le lieu de la droite g , telle que ses quatre projections appartiennent à une congruence linéaire singulière, c'est-à-dire admettent une transversale unique, à savoir le rayon g lui-même, est un cône du quatrième ordre contenant les vingt droites suivantes :

1° Les rayons qui vont du point P aux sommets du tétraèdre;

2° Les perpendiculaires abaissées du point P sur les faces;

3° Les perpendiculaires abaissées du point P sur les arêtes;

4° Les intersections des plans menés par le point P, d'une part perpendiculairement à une arête, et d'autre part par l'arête opposée.

Quand le point P se déplace dans l'espace, les génératrices du cône correspondant engendrent un complexe du quatrième ordre, qu'on pourrait, suivant la proposition de M. Neuberg, appeler *complexe de Simson*.

J. FRANEL.

