

Anciennes questions non résolues

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 17
(1917), p. 356-360

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__356_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1917, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANCIENNES QUESTIONS NON RÉSOLUES ⁽¹⁾.

1779 (1897, 388). — La ligne OMN rencontre les lignes AB, AC en M et N, de telle sorte qu'on a

$$OM^2 \cdot AN \cdot AC = ON^2 \cdot AM \cdot MB.$$

Déterminer O.

W.-J. GREENSTREET.

1784 (1897, 579). — Si, à deux tétraèdres, dont les sommets sont les huit points communs à trois quadriques, on circonscrit deux quadriques bitangentes, dont une des coniques communes est dans un plan fixe, le plan de l'autre passe par un point fixe.

E. DUPORCQ.

1785 (1898, 579). — Étant donné un arc de courbe plane, on considère la perpendiculaire abaissée du barycentre du périmètre de cet arc sur la corde qui en joint les extrémités; enveloppe des droites qui correspondent ainsi à des arcs de courbe parallèles à un arc de courbe donné. E. DUPORCQ.

1810 (1898, 484). — Démontrer que la fonction

$$\varphi(x) = x^{\frac{1}{6}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-n^2 \pi x}$$

⁽¹⁾ La question 1510, réimprimée par erreur page 233, est résolue. La solution, de M. de Beires, a été publiée page 141.

croît constamment quand x varie de 1 à $+\infty$. Cette fonction satisfait à l'équation $\varphi\left(\frac{1}{x}\right) = \varphi(x)$. J. FRANEL.

1811 (1898, 484). — Soient a et b deux nombres entiers positifs premiers entre eux, n un nombre entier positif quelconque. Démontrer que le nombre des solutions entières, non négatives, de l'équation

$$ax + by = n$$

est égal à

$$E\left(n \frac{a'}{a}\right) + E\left(n \frac{b'}{b}\right) - n + 1;$$

a' est l'associé du nombre b suivant le module a , c'est-à-dire le nombre positif $< a$ satisfaisant à la congruence

$$ba' \equiv 1;$$

semblablement, b' est l'associé de a suivant le module b ; enfin $E(x)$ désigne le plus grand nombre entier contenu dans la quantité x . J. FRANEL.

1820 (1899, 196). — Étant donnés, dans un même plan, un faisceau de coniques ayant entre elles un double contact, et une courbe algébrique C_m^n , on mène les tangentes communes à C_m^n et à chaque conique; déterminer le lieu des points de contact sur les coniques. V. RETALI.

1821 (1899, 196). — Le lieu des sommets des paraboles tangentes à une conique centrale et ayant pour foyer un point fixe est une courbe unicursale du douzième ordre et de la dixième classe, ayant un point sextuple, avec deux coïncidences, en le point fixe et en chacun des points circulaires à l'infini; ayant, en outre, quatre points doubles ordinaires et six rebroussements. V. RETALI.

1824 (1899, 340). — Démontrer qu'une fonction entière, à coefficients entiers, de la forme

$$(1) \quad x^5 + a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x + 1,$$

qui ne s'annule pas pour $x = 1, -1$, ne peut avoir que les

diviseurs

$$x^2 + \alpha x - 1, \quad x^2 + \beta x + 1,$$

α étant un diviseur conforme aux nombres

$$1 + a_2 + a_4, \quad a_1 + a_3 + 1.$$

et β un diviseur commun aux nombres

$$1 - a_2 + a_4, \quad a_1 - a_3 + 1.$$

On voit que ce théorème donne une méthode simple pour décomposer une fonction (1) en ses facteurs irréductibles.

P. BURGATTI.

1825 (1899, 340). — Les côtés BC, CA, AB du triangle ABC sont coupés en A', B', C' par les bissectrices extérieures des angles opposés, et en A'', B'', C'' par la droite r sur laquelle se trouvent le centre du cercle inscrit et le centre du cercle circonscrit. Démontrer que les trois cercles A A' A'', B B' B'', C C' C'' se coupent sur la droite r .

G. GALLUCCI.

1826 (1899, 388). — Démontrer le développement suivant d'une fonction entière de z suivant les puissances croissantes du trinôme $z^2 - bz - c$

$$\begin{aligned} f(z) = & (z - Bz) + \left(\frac{\partial A}{\partial c} + \frac{\partial B}{\partial c} z \right) (z^2 - bz - c) \\ & + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial c^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial c^2} z \right) (z^2 - bz - c)^2 \\ & + \dots \dots \dots \\ & + \frac{1}{s!} \left(\frac{\partial^s A}{\partial c^s} + \frac{\partial^s B}{\partial c^s} z \right) (z^2 - bz - c)^s \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned}$$

où A et B sont fonctions de b et de c .

P. BURGATTI.

1828 (1899, 388). — Douze points quelconques étant donnés dans un plan, il existe 411 840 points, tels qu'en les joignant aux douze points donnés, on obtienne deux faisceaux en involution.

E. DEWULF.

1837 (1900, 96). — Les deux triangles ABC, A'B'C' sont

homologiques des deux manières :

$$\begin{array}{ll}
 1^{\circ} & \text{Centre } O \left| \begin{array}{c} ABC \\ A'B'C' \end{array} \right|, \text{ axe } o; \\
 2^{\circ} & \text{Centre } O' \left| \begin{array}{c} ABC \\ C'B'A' \end{array} \right|, \text{ axe } o'.
 \end{array}$$

Démontrer que si o passe par O' : 1° o' passe par O ; 2° les six points $O, O', ba', bc', b'a, b'c$ sont les sommets d'un quadrilatère complet; 3° les six droites $o, o', BA', BC', B'A, B'C$ sont les côtés d'un quadrangle complet; 4° le triangle diagonal du quadrangle, qui a pour sommets $ba', bc', b'a, b'c$, coïncide avec le trilatère diagonal du quadrilatère qui a pour côtés $BA', BC', B'A, B'C$.

G. GALLUCCI.

1838 (1900, 144). — Chasles a démontré depuis longtemps qu'une courbe gauche du quatrième ordre à point double est tangente à deux directrices et à deux génératrices de tout hyperboloïde qui la contient, et que les quatre points de contact sont situés dans un même plan.

On demande de démontrer :

1° Que les plans osculateurs de la courbe en ces quatre points se rencontrent en un même point situé sur la droite d'intersection des plans osculateurs au point double;

2° Que ces mêmes plans rencontrent de nouveau la courbe en quatre points situés dans un même plan, qui sont les points de contact de la courbe avec deux directrices et deux génératrices d'un hyperboloïde qui la contient.

On peut encore énoncer le premier de ces théorèmes de la manière suivante :

Par un point pris sur la droite d'intersection des plans osculateurs au point double d'une courbe gauche du quatrième ordre, on peut mener à la courbe quatre plans osculateurs autres que ceux qui la touchent au point double; leurs points de contact sont situés dans un même plan, et les tangentes à la courbe en ces quatre points forment un quadrilatère gauche.

E. GENTY.

1847 (1900, 191). — Un fil homogène de longueur l , dont

le poids par unité de longueur est ϖ , est attaché par une de ses extrémités à un point fixe, tandis que l'extrémité libre porte un poids p .

Ce fil est soumis à l'action du vent soufflant horizontalement avec une intensité et dans une direction constantes. On admet que la pression du vent sur chaque élément infiniment petit du fil est proportionnelle au carré de la composante normale de la vitesse, et l'on demande de déterminer la forme d'équilibre du fil.

Examiner ce que devient cette forme d'équilibre dans le cas où $p = 0$. M. D'OCAGNE.

1850 (1900, 239). — Soient, dans la circonférence circonscrite au triangle ABC, α , β , γ les points diamétralement opposés aux sommets A, B, C.

$\beta\gamma$ coupe AC et AB en l et l' ;
 $\alpha\gamma$ » BA et BC en m et m' ;
 $\alpha\beta$ » CB et CA en n et n' .

On mène lO_1 , mO_1 , nO_1 respectivement perpendiculaires à CO, AO, BO; de même l_1O_2 , m_1O_2 , n_1O_2 respectivement perpendiculaires à BO, CO, AO.

Démontrer que :

1° Les trois droites lO_1 , mO_1 , nO_1 se coupent en une même point O_1 ;

2° Les trois droites l_1O_2 , m_1O_2 , n_1O_2 se coupent en un même point O_2 ;

3° Les trois points O_1 , O, O_2 sont en ligne droite, et

$$OO_1 = OO_2;$$

4° La droite O_1O_2 est parallèle à la droite de Brocard du triangle ABC. A. DROZ-FARNY.

