

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 15
(1915), p. 327-329

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__327_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Un abonné. — *Au sujet de la puissance d'un point par rapport à une conique.* — La notion de puissance d'un point par rapport à une conique est plus connue et plus fréquemment utilisée que ne semble l'indiquer l'article récent de M. E. Malo sur ce sujet (pp. 157-166).

C'est ainsi que des géomètres tels que Cornu, Painvin, Mathieu, Recoq ont : soit démontré le théorème de Transon ; soit donné son extension à l'espace ; soit fourni de nouvelles interprétations géométriques du résultat obtenu en substituant, dans le premier membre de l'équation d'une conique, les coordonnées d'un point de son plan (*Nouv. Ann.*, 1865, p. 354).

Painvin, dans sa *Géométrie analytique* (t. I, p. 500), démontre le théorème de Transon et indique la nouvelle interprétation géométrique suivante de la puissance d'un point. *La puissance d'un point est proportionnelle au rapport suivant lequel la droite qui joint le centre à ce point est divisée par la polaire du point.* Cette interprétation, qui fait intervenir le centre de la conique, n'est pas applicable à la parabole. Dans le Tome II de son Ouvrage (1^e partie, p. 244 ; 2^e partie, p. 61), il étend à l'espace les théorèmes précédents.

Dans sa *Géométrie analytique* (p. 513), M. H. Picquet définit la puissance ponctuelle d'un point par rapport à une conique donnée comme *le carré du*

rayon du cercle ayant pour centre ce point et harmoniquement inscrit à la conique. Ce cercle est unique, et M. H. Picquet démontre (p. 517) que le lieu des points d'égale puissance ponctuelle par rapport à deux coniques est l'hyperbole équilatère qui passe par leurs points communs. Voir aussi l'Ouvrage du même auteur : Étude géométrique des systèmes ponctuels et tangentiels des sections coniques.

Enfin, Laguerre a utilisé, à plusieurs reprises, la notion de puissance d'un point par rapport à une conique, notamment dans sa méthode pour intégrer l'équation d'Euler (*Nouv. Ann.*, 1872, p. 156). Il a aussi étendu cette notion aux courbes algébriques [(*Sur les courbes planes algébriques (Comptes rendus*, 1865)]. Voir encore VALIRON, *Nouv. Ann.*, 1913, p. 149.

M. Ph. du Plessis. — La propriété qu'offre la suite des nombres impairs à savoir que, si on la partage, à partir de 1, en groupes contenant 1, 2, 3, ..., p termes, la somme des p termes du $p^{\text{ième}}$ groupe est égale à p^3 , a inspiré récemment diverses généralisations (notamment *N. A.*, 1915, p. 166).

M. J. Joffroy a émis, dans une précédente Correspondance (p. 114), l'avis que cette propriété devait être assez anciennement connue.

En effet, dans sa *Théorie des nombres* (p. 226), Édouard Lucas l'attribue à Nicomaque de Gêrèce, qui vivait à la fin du premier siècle de notre ère.

Cette propriété a, depuis lors, été retrouvée par bien des auteurs. Dans une Note signée Midy, et parue en 1846 dans les *Nouvelles Annales* mêmes (p. 640),

elle est attribuée à M. d'Adhémar (parent sans doute du savant professeur de la Faculté catholique de Lille) et généralisée grâce à cette remarque que *toute puissance entière d'un nombre entier est égale à la différence des carrés de deux entiers*.

L'auteur donne, en effet, plusieurs formules qui, lorsqu'on y regarde de près, peuvent se réduire à une seule que voici :

Si q et r sont le quotient et le reste de la division de $m - 1$ par 2, de telle sorte que $m - 1 = 2q + r$, on a, quels que soient les entiers n et m ,

$$n^m = \left[\frac{n^q (n^{1+r} + 1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{n^q (n^{1+r} - 1)}{2} \right]^2.$$

Or, si l'on pose les deux nombres entiers, élevés au carré dans le second membre, égaux à k et h , de sorte que

$$n^m = k^2 - h^2,$$

on voit, puisque la somme des p premiers termes de la suite des nombres impairs est égale à p^2 , que le second membre n'est autre que *la somme des nombres impairs consécutifs depuis le $(h + 1)^{ième}$ jusqu'au $k^{ième}$ inclusivement*.
