

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 15
(1915), p. 286-287

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__286_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

2229.

(1914, p. 432.)

Soit MNP le triangle formé par les tangentes aux pieds des normales à une ellipse (E) issues d'un point A de cette ellipse. Démontrer que les six centres de courbure des coniques homofocales à (E) qui se croisent deux à deux en M, N, P, relatifs à ces points, sont sur la tangente en A à l'ellipse (E).

F. BALITRAND.

SOLUTION.

Par M. J. LEMAIRE.

On sait que, si d'un point M on mène deux tangentes à une conique (E) de centre O qu'elles touchent en A et B, le cercle MAB passe au pôle M' de la sécante A'B' commune à ce cercle et à cette conique, et conjuguée de AB; l'angle $\widehat{MOM'}$ a pour bissectrice l'axe focal de (E), et l'on a

$$OM \times OM' = c^2,$$

c désignant la demi-distance focale.

Par conséquent, M restant fixe, si l'on considère toutes les coniques homofocales à (E), le point M' reste aussi fixe: le point commun aux normales aux points tels que A et B de ces coniques, étant diamétralement opposé à M sur le cercle, décrit la perpendiculaire en M' à MM'; cette droite Δ contient en particulier les centres de courbure en M aux deux coniques du faisceau qui passent par ce point.

Si le point de concours des normales en A et B à (E) est sur cette conique, en A' par exemple (qui est ainsi le point A de l'énoncé), la tangente en A', qui passe en M', et est perpendiculaire à MM' est précisément la droite Δ , ce qui établit la proposition.

Autres solutions, par M. E.-N. BARISIEN et par M. F. DE LÉPINEY.

2230.

(1914, p. 432.)

Déterminer les courbes planes (M), telles que les droites joignant les différents points de (M) aux centres de courbure correspondants de la développée, soient parallèles entre elles.

F. BALITRAND.

SOLUTION.

Par M. R. BOUVAIST.

Soit $x \sin \varphi - y \cos \varphi - p(\varphi) = 0$ une tangente à la courbe cherchée; les coordonnées d'un point de cette courbe sont

$$\begin{cases} x = p \sin \varphi + p' \cos \varphi, \\ y = p \cos \varphi - p' \sin \varphi; \end{cases}$$

les coordonnées du centre de courbure correspondant de la développée sont

$$\begin{cases} x = -(p'' \sin \varphi + p''' \cos \varphi), \\ y = -p'' \cos \varphi + p''' \sin \varphi; \end{cases}$$

écrivons que la droite joignant ces deux points est parallèle à Ox ; il vient

$$\frac{p' + p'''}{p + p''} = -\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi},$$

ou

$$p'' + p = k \cos \varphi.$$

L'intégrale générale de cette dernière équation est

$$p = \frac{k}{2} \varphi \sin \varphi + C_1 \sin \varphi + C_2 \cos \varphi.$$

Si l'on transporte l'origine au point

$$x = C_1, \quad y = C_2,$$

les équations des courbes cherchées seront donc

$$\begin{cases} x = \frac{k}{2} (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi), \\ y = -\frac{k}{2} \sin^2 \varphi. \end{cases}$$
