

Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 14 (1914), p. 505-508

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__505_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1914, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Toulouse.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *On considère un cercle de centre O et de rayon fixe a: AOB est un diamètre fixe, M un point mobile sur le cercle. On projette M en P sur AB, puis P en Q sur OM. Lieu du point Q en coordonnées polaires et rectilignes. Aire comprise dans l'une des boucles de la courbe.*

II. *On considère la cycloïde ayant comme cercle générateur un cercle de rayon R et, plus particulièrement, la branche de la courbe limitée à deux points de rebroussement. Étendre à cette branche l'intégrale*

$$\int x dy - y dx,$$

l'axe Ox étant, comme d'ordinaire, la droite qui joint les points de rebroussement de la cycloïde; l'origine est un de ces points.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Intégrer*

$$y'' - 6y' + 25y = 625x + 102 \cos x.$$

Est-il possible de déterminer une courbe intégrale passant par l'origine et tangente en ce point à Ox ?

(Novembre 1909.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *On considère un trapèze isoscèle de grande base 2π , de petite base $2a$, de hauteur h . La grande base servira d'axe Ox , la perpendiculaire en son milieu d'axe Oy .*

Le long de Ox , on construit une infinité de trapèzes identiques, les grandes bases se plaçant bout à bout et toutes les petites bases venant se placer sur la droite $y = h$. On a ainsi un chapelet rectiligne de trapèzes qui, si l'on fait abstraction des grandes bases, est l'image d'une certaine fonction continue et périodique.

On demande de représenter cette fonction par une équation $y = f(x)$, $f(x)$ étant une série trigonométrique.

Comme il est évident géométriquement que l'équation $y = f(x)$ doit se réduire à $y = h$ si a croît jusqu'à π , on établira ce fait analytiquement en faisant $a = \pi$ dans le résultat général. Ce sera d'ailleurs une vérification partielle de celui-ci.

II. *Sur une courbe, on peut imaginer un point fixe A , un point mobile M , l'arc $AM = s$ et le rayon de courbure ρ en M . Trouver toutes les courbes telles que*

$$\rho^2 - s^2 = a^2,$$

a étant une constante.

On s'attachera de préférence à déterminer ces courbes en donnant les coordonnées ordinaires x et y d'un de leurs points en fonction d'un paramètre qui pourra être l'angle α de la tangente et de l'axe Ox .

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un calculateur fait une table de logarithmes népériens. Il est déjà arrivé à 100 et sait par suite que*

$$\log \text{ nép } 100 = 4,6052.$$

On demande de continuer le travail en calculant les logarithmes népériens de 101 et 102.

(Juillet 1910.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. D'un point M d'une courbe plane, rapportée à deux axes rectangulaires Ox, Oy , on abaisse sur Ox l'ordonnée MP . On projette P en Q sur la tangente, puis Q en R sur Ox .

Quelles sont les courbes pour lesquelles $RP = \text{const.} = \frac{a}{2}$.

Déterminer l'aire comprise entre l'axe Ox , l'une de ces courbes et les deux parallèles à Oy menées par les points de la courbe d'ordonnées y_0 et y_1 .

II. On considère la courbe

$$\frac{y}{k} = \cos \frac{x}{l} \quad (b \text{ et } l \text{ sont des constantes})$$

et plus particulièrement l'arc obtenu en faisant varier x de zéro à $\frac{\pi l}{2}$.

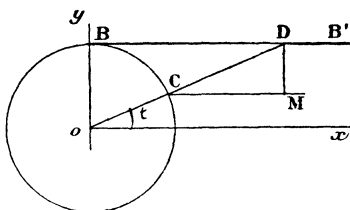
Rectification de cet arc par identification avec le quadrant d'une certaine ellipse dont on donnera les demi-axes a et b en fonction de k et l .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer l'intégrale indéfinie

$$\int \frac{x^n}{x^2 - 1} dx.$$

(Juillet 1912.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. Soient deux axes rectangulaires Ox, Oy , un cercle de centre O et de rayon R et une tangente BB' à ce cercle au point B où il coupe la partie



positive de Oy . Une demi-droite de direction variable et issue de O coupe le cercle en C et BB' en D . Par C , on mène une parallèle à Ox et par D une parallèle à Oy .

Ces deux dernières droites se coupent en un point M dont on demande le lieu.

On construira la courbe et l'on précisera la position des points d'inflexion.

Soit A l'aire limitée par les axes Ox, Oy, la courbe, et l'ordonnée d'abscisse x. Montrer que

$$\frac{2x}{R} = e^{\frac{A}{R^2}} - e^{-\frac{A}{R^2}}.$$

II. *Intégrer l'équation*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y - 2x}{y + x}.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Volume engendré par la cycloïde tournant autour de l'axe qui porte les points de rebroussement de la courbe.*

(Novembre 1912.)