

Concours d'admission à l'École polytechnique en 1914. Sujets des compositions

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 14
(1914), p. 379-382

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__379_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1914, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1914.
SUJETS DES COMPOSITIONS.

Algèbre et Trigonométrie.

I. Combien de termes doit-on prendre dans la série qui a pour terme général $u_n = \frac{1}{n^3}$, si l'on veut calculer la valeur de la série à un dix-millième près?

II. 1° Calculer l'intégrale définie

$$(1) \quad f(z) = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + z \cos^2 x},$$

z étant un nombre supérieur à -1 .

2° Développer, suivant les puissances croissantes de z , l'expression trouvée pour $f(z)$.

3° Vérifier qu'on obtient bien le même résultat en partant du développement de $\frac{1}{1 + z \cos^2 x}$ et intégrant les termes du développement, la variable x variant de 0 à π , comme l'indique la formule (1).

III. Étudier la variation de la fonction

$$y = x^2 \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 - \frac{1}{x} \right).$$

(4 heures.)

Géométrie analytique et mécanique.

I. *Sur la spirale logarithmique C, définie par l'équation $\Gamma = ae^{m\theta}$ en coordonnées polaires, on considère les deux points M_0 et M, définis respectivement par les angles polaires θ_0 et θ .*

1° *Déterminer la position du centre de gravité G de l'arc M_0M .*

2° *Déterminer la position limite du point G quand le point M_0 tend vers le pôle O.*

II. *Dans le cas où le point M_0 coïncide avec le pôle O de la spirale, on suppose que l'angle polaire θ du point M augmente avec la vitesse d'un radian par seconde.*

1° *Étudier la courbe Γ , lieu du point G.*

2° *Déterminer en grandeur et direction la vitesse V et l'accélération A du point G, correspondant à un angle donné θ .*

III. *Au lieu d'un arc de spirale, on considère une courbe quelconque C. L'extrémité M de l'arc $M_0M = l$ de cette courbe est supposée parcourir la courbe C, suivant une loi qui est déterminée en fonction du temps. Étant donné le centre de gravité G de l'arc M_0M , l'extrémité M de l'arc, la tangente MT au point M, la longueur l de l'arc M_0M , les deux premières dérivées l' et l'' de l par rapport au temps, déterminer, en grandeur et direction, au moyen de ces données :*

1° *La vitesse V du point G;*

2° *L'accélération A du même point.*

IV. *Dans le cas particulier où la ligne C est formée de deux segments rectilignes M_0O et OM :*

1° Déterminer le centre de gravité G de la ligne M_0OM ;

2° Trouver le lieu Γ du point G quand le segment OM prend toutes les longueurs possibles et pivote en outre autour du point O dans un plan donné.

N. B. — On tiendra compte des considérations géométriques.

(4 heures.)

Calcul.

On donne l'équation

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x + 1 = 0.$$

1° Constater qu'une de ses racines x est comprise entre $+1$ et $+1,5$.

2° La méthode d'approximation de Newton est-elle applicable à la recherche de cette racine?

3° Former l'équation qui donne $y = 1,5 - x$.

4° Calculer la valeur y_1 qu'elle donne pour y quand on néglige les termes de degré supérieur au premier dans cette équation en y .

5° Évaluer les termes négligés dans ce calcul et déduire de cette évaluation une nouvelle valeur y_2 plus approchée de y que y_1 , en tenant compte des termes de degré supérieur au premier.

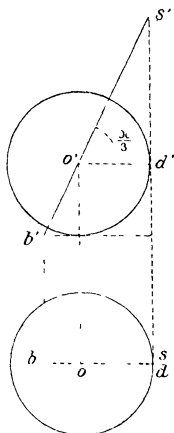
Règle à calcul ou calcul arithmétique à volonté.

(1 heure.)

Épure de Géométrie descriptive.

1° Une sphère de 6^{cm} de rayon. La ligne de rappel OO' des projections du centre a pour longueur 17^{cm}. Elle est parallèle au grand côté de la feuille, à 14^{cm} du bord droit, le point O à 12^{cm} du bord inférieur.

2° Un cône de révolution a son axe dans le plan de front du centre de la sphère. Son sommet SS' est sur la verticale et au-dessus du point le plus à droite dd' de la sphère. Une des génératrices de front passe par le centre et fait avec l'horizon-



taie $O'd'$ un angle égal à $\frac{\pi}{3}$. L'autre génératrice de front est la tangente non verticale menée par s' au contour apparent vertical de la sphère.

On représentera le solide, supposé opaque, formé par l'ensemble de la sphère et du cône, ce dernier étant limité, d'une part, à son sommet, et, d'autre part, au plan perpendiculaire à son axe mené par la trace bb' de la droite $SO, S'O'$ sur le plan tangent à la sphère en son point le plus bas.

(4 heures.)