

J. F. RITT

Note sur la fonction $\sin[(n + 1) \operatorname{arc} \cos x]$

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 14
(1914), p. 184-186

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__184_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1914, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[D 1]

NOTE SUR LA FONCTION $\sin[(n + 1) \arccos x]$:

PAR M. J. F. RITT.

En cherchant une valeur approchée du terme $n^{\text{ième}}$ du développement, suivant les puissances de t , de la fonction

$$[1 - (x + t)^2]^{n + \frac{1}{2}} = (1 - x - t)^{n + \frac{1}{2}} (1 + x + t)^{n + \frac{1}{2}}$$

(*Nouvelles Annales*, novembre 1913), M. J. Malaise s'est servi d'un théorème de M. Darboux qui n'est point applicable à cette fonction.

Ayant fait la substitution

$$\begin{aligned} f(z) &= (z - \alpha)^k \Phi(z) + \psi(z) \\ &= \left[\Phi(\alpha) + \frac{z - \alpha}{1} \Phi'(\alpha) + \dots + \frac{(z - \alpha)^p}{p!} \Phi^{(p)}(\alpha) \right] (z - \alpha)^k, \end{aligned}$$

où l'erreur commise est de l'ordre de $\frac{1}{n^{p+k+1}}$, M. Malaise donne, pour la valeur α'_n , approchée du coefficient de z^n

introduit continuellement des facteurs de l'ordre de n dans les dérivées successives de $(1 + x + t)^{n+\frac{1}{2}}$, de sorte que le rapport d'un terme au précédent sera de l'ordre de n^2 . Il est donc évident qu'on ne peut pas poser

$$\frac{d^n (1-x^2)^{n+\frac{1}{2}}}{dx^n} = (-1)^n 2^{\frac{1}{2}} (2n+1)(2n-1)\dots 3 (1-x)^{\frac{1}{2}}$$

En effet, en comparant directement cette dernière équation avec celle d'Olinde Rodrigues,

$$\frac{d^n (1-x^2)^{n+\frac{1}{2}}}{dx^n} = (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{n+1} \sin[(n+1) \arccos x],$$

on trouve, pour n très grand,

$$\sin [(n+1) \arccos x] = 2^{\frac{1}{2}} (n+2) (1-x)^{\frac{1}{2}},$$

résultat auquel doit équivaloir l'expression compliquée de M. Malaise, et dont l'impossibilité est manifeste.