Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 14 (1914), p. 134-135

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__134_1>

CORRESPONDANCE.

M. **Chalde**. — *Au sujet d'un théorème de P. Serret.* — Dans le Volume des *Nouvelles Annales* pour 1847, P. Serret, alors élève, faisait cette remarque : Si ABCD est un contour quadrangulaire inscriptible à un cercle, E étant le point de rencontre des droites DA et BC, G étant le point de rencontre des droites DC et AB, le segment qui a pour extrémités les orthocentres des deux triangles EAB, ECD, et celui qui a pour extrémités les orthocentres des deux triangles GDA, GBC, segments portés (comme l'on sait) par la même droite, ont même milieu. On peut compléter cette remarque.

Soient A, B, C, D quatre points d'un cercle. On sait que les six droites menées par les milieux des côtés du quadrangle ABCD perpendiculairement aux côtés opposés passent par un même point Ω. Si DA et BC, par exemple, se coupent en E, et si l'on considère par exemple les deux triangles EAB, ECD, leurs orthocentres sont symétriques par rapport à Ω ; cela est immédiat, si l'on détermine les orthocentres et le point Ω par des perpendiculaires aux droites DA et BC.

Si DC et AB se coupent en G, les deux triangles GDA et GBC ont leurs orthocentres sur la droite qui joint les deux précédents, et ces deux orthocentres sont naturellement symétriques eux aussi par rapport à Ω. Les quatre triangles considérés sont ceux du quadrilatère complet fourni par le contour quadrangulaire DABC; on peut partir également du contour DBCA ou du contour DCAB.

Si O et O′ sont les centres des cercles circonscrits aux triangles EAB, ECD, le centre du cercle ABCD étant désigné par I, le quadrilatère EOIO′ est un parallélogramme dont les côtés sont perpendiculaires aux droites AB et CD.