

Certificat de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10
(1910), p. 569-571

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__569_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

Lille.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Séries entières. Définition. Cercle de convergence. Continuité.*

II. *La tangente en un point M d'une courbe C rencontre l'axe Ox en T. Déterminer C de façon que le milieu de MT décrive la parabole $y^2 = 2px$.*

Construire la courbe C lorsque la constante d'intégration est nulle.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer*

$$\begin{aligned} 1^{\circ} & \quad \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-5x+6}}; \\ 2^{\circ} & \quad \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-5x+6}}. \end{aligned}$$

(Novembre 1909.)

Poitiers.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — A. *On considère la fonction implicite $Z(z)$ définie par l'équation*

$$\sin \frac{Z+z}{Z-z} = z.$$

1° On pose $Z = A + iB$, $z = a + ib$; A , B , a , b étant réels, et l'on demande d'exprimer les relations qui lient ces quatre quantités en n'utilisant que des symboles de fonctions réelles de variables réelles;

2° *Quels sont les points singuliers de Z ; ces points sont-ils tous de même nature?*

3° *Pour une valeur z_0 de z on donne deux déterminations Z'_0, Z''_0 de $Z(z)$. Peut-on faire décrire à z un chemin continu faisant passer Z de la première détermination à la seconde? Si cela est possible, comment choisira-t-on ce chemin?*

B. *Les axes étant rectangulaires, le plan des xy étant horizontal, on considère les courbes de niveau et les courbes de plus grande pente d'une surface S .*

1° *Quelle est l'équation générale des surfaces S pour lesquelles les courbes de niveau sont des circonférences? De quel ordre est l'équation aux dérivées partielles caractéristique de ces surfaces? comment la formerait-on?*

2° *Quelle est l'équation générale des surfaces S pour lesquelles les courbes de niveau sont des circonférences et pour lesquelles les lignes de plus grande pente se projettent suivant des circonférences sur le plan des xy ?*

Ces surfaces sont-elles caractérisées par une équation aux dérivées partielles?

3° *Parmi les surfaces considérées au paragraphe précédent, il y en a qui admettent une ligne de plus grande pente plane. On demande de former l'équation de ces surfaces et de les étudier.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Trouver celles des surfaces $z = f(x, y)$ qui satisfont à l'équation*

$$p^2x + q^2y = 0$$

et qui passent par la courbe $y = \varphi(z)$, située dans le plan $x = 0$, qui vérifie l'équation

$$(z^2 - 3z + 2) \frac{dy}{dz} + 2y^2 - 3zy + 3z - 2 = 0,$$

et qui contient le point $x = 1, y = -1, z = 0$.

(Novembre 1909.)

Rennes.

COMPOSITION ÉCRITE. — I. On considère les courbes (C) qui rapportées à deux axes rectangulaires Ox , Oz , ont pour équation

$$(x^2 + z^2)^2 - 2a^2(x^2 - z^2) = 0,$$

a désignant une constante arbitraire :

Former l'équation différentielle des courbes (C);

Déterminer leurs trajectoires orthogonales.

Soit M un point d'une courbe (C), et soient θ et α les angles que forment, avec Ox , le rayon OM et la tangente en M à (C); montrer qu'on a

$$\alpha + \frac{\pi}{2} = 3\theta.$$

Calculer le rayon de courbure en M, $R = \frac{1}{3} \frac{ds}{d\theta}$, s désignant l'arc de la courbe.

II. On considère les surfaces (S) qui, définies en coordonnées semi-polaires r , ω et z , ont pour équation

$$\frac{(r^2 + z^2)^2}{r^2 - z^2} = f(\omega),$$

$f(\omega)$ désignant une fonction arbitraire de ω .

Former l'équation aux dérivées partielles du premier ordre à laquelle satisfait la fonction z de r et de ω qui correspond à l'une quelconque des surfaces (S).

En supposant que $f(\omega)$ se réduit à une constante, $2a^2$, on obtient une surface (S') de révolution autour de Oz . Calculer les deux rayons de courbure principaux de (S') en un point de la méridienne située dans le plan $\omega = 0$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Intégrer l'équation différentielle

$$x^2 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = \frac{1}{x^2} + 4x^3 \sin x + x^4 \cos x.$$

(Novembre 1909.)