

R. BOUVAIST

Construction du centre de courbure en un point d'une strophoïde

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10
(1910), p. 361-363

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__361_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[M'5cα]

**CONSTRUCTION DU CENTRE DE COURBURE
EN UN POINT D'UNE STROPHOÏDE;**

PAR M. R. BOUVAIST.

L'équation d'une strophoïde quelconque rapportée

(¹) Son équation est

$$\frac{P_1 P_2}{4} \left(1 + \frac{1}{K^2}\right)^2 - \left[1 - \frac{P_1 + P_2}{4} \left(1 - \frac{1}{K^2}\right)^2\right] = 0,$$

où P_1 est le premier membre de l'équation du premier cylindre (ou, plus exactement, l'ensemble des deux génératrices contenues dans le plan du tableau) écrite de manière qu'on ait $P_1 = -1$ sur l'axe; soit $P_1 = 1 - \frac{(x - az)^2}{V^2}$ si l'on a pris pour axes les diagonales du losange formé par ces génératrices et les génératrices correspondantes du second cylindre; P_2 , la quantité analogue pour le second cylindre.

(²) Il est à remarquer que cette même courbe est celle qui intervient (par une autre de ses portions, il est vrai) lorsqu'on traite le problème des n° 5-8 en supposant le mouvement des B assujéti à être rectiligne et uniforme, avec une vitesse toujours égale à $\frac{1}{b}$.

a un triangle de référence ABC, le point double de la courbe étant en A, les tangentes en ce point étant les bissectrices de l'angle A et la courbe passant par B et C, est

$$x(x^2 - y^2) - 2yz(y \cos B - z \cos C) = 0.$$

Les tangentes en B et C ont respectivement pour équation

$$x + 2z \cos B = 0,$$

$$x + 2y \cos C = 0;$$

ce sont les symétriques du côté BC par rapport à AB et AC.

Le rayon de courbure en un point (α, β, γ) d'une courbe $f(x, y, z) = 0$ rapportée à un triangle de référence ABC est donné par la formule

$$\rho = (p - 1)^2 \frac{R^2}{S^2} \frac{P^{\frac{3}{2}}}{H},$$

p étant le degré de la courbe, R le rayon du cercle circonscrit au triangle de référence, S la surface de ce triangle,

$$P = f_{\alpha}^{\prime 2} + f_{\beta}^{\prime 2} + f_{\gamma}^{\prime 2} - 2f_{\beta}^{\prime} f_{\gamma}^{\prime} \cos A \\ - 2f_{\gamma}^{\prime} f_{\alpha}^{\prime} \cos B \\ - 2f_{\alpha}^{\prime} f_{\beta}^{\prime} \cos C,$$

$$H = \begin{vmatrix} f_{\alpha\alpha}^{\prime\prime 2} & f_{\alpha\beta}^{\prime\prime 2} & f_{\alpha\gamma}^{\prime\prime 2} \\ f_{\alpha\beta}^{\prime\prime 2} & f_{\beta\beta}^{\prime\prime 2} & f_{\beta\gamma}^{\prime\prime 2} \\ f_{\alpha\gamma}^{\prime\prime 2} & f_{\beta\gamma}^{\prime\prime 2} & f_{\gamma\gamma}^{\prime\prime 2} \end{vmatrix},$$

formule qui, appliquée au point B, donne

$$\rho_1 = \frac{R^2}{4S^2} \frac{h_b^3}{\cos C},$$

h_b étant la hauteur du triangle ABC issue du sommet B;

on a aussi

$$\rho_1 = \frac{R^2}{4S^2} \frac{h_b^3}{\cos C} = \frac{h_b}{4 \sin^2 B \cos C}.$$

De cette formule on déduit immédiatement la construction suivante : pour obtenir le centre de courbure en un point M d'une strophoïde quelconque de point double O, on détermine le point M' de la courbe situé sur la droite OM', symétrique de OM par rapport aux tangentes au point double; sur OM', on porte à partir de M' une longueur M'α égale au quart de la distance de M à OM'; la perpendiculaire à OM' en α coupe MM' en β; sur la perpendiculaire en M à M'M, on porte Mγ = M'β; la parallèle à MM' menée par γ coupe OM en δ; on porte sur Mγ, Mε = Mδ; la parallèle à MM' menée par ε coupe MO en η, Mη est le rayon de courbure en M. La tangente en M est d'ailleurs la symétrique de MM' par rapport à MO.

Remarque. — Au point B on a

$$\rho_1 = \frac{h_b}{4 \sin^2 B \cos C},$$

en C on a de même

$$\rho_2 = \frac{h_c}{4 \sin^2 C \cos B},$$

d'où la formule

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{c^3 \cos B}{b^3 \cos C},$$

donnant le rapport des rayons de courbure en deux points conjugués.
