

HENRY PICQUET

Sur la détermination mathématique des droits de succession des enfants naturels

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10 (1910), p. 164-177

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__164_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[12g]

**SUR LA DÉTERMINATION MATHÉMATIQUE
DES DROITS DE SUCCESSION DES ENFANTS NATURELS;**

PAR M. HENRY PICQUET,

Commissaire-Contrôleur des Sociétés d'assurances sur la vie
au Ministère du Travail.

L'ancien article 757 du Code civil était ainsi conçu :

« Le droit de l'enfant naturel sur les biens de ses père ou mère est réglé ainsi qu'il suit : Si le père ou la mère a laissé des descendants légitimes, ce droit est d'un tiers de la portion héréditaire que l'enfant naturel aurait eue s'il eût été légitime; il est de moitié lorsque les père ou mère ne laissent pas de descendants, mais

(¹) WEINGARTEN, *Sur la théorie des surfaces applicables sur une surface donnée* (*Comptes rendus*, t. CXII, 1891, p. 706). — GOURSAT, *Sur un théorème de M. Weingarten et sur la théorie des surfaces applicables* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, t. V, 1891, p. 24); *Sur la théorie des surfaces applicables* (*Comptes rendus*, t. CXII, 1891, p. 707).

bien des ascendants, ou des frères et sœurs; il est des trois quarts lorsque les père et mère ne laissent ni descendants, ni ascendants, ni frères, ni sœurs. »

La loi du 25 mars 1896 a modifié ces dispositions et dit, entre autres choses :

ART. 758. — Le droit héréditaire de l'enfant naturel dans la succession de ses père et mère est fixé ainsi qu'il suit :

Si le père ou la mère a laissé des descendants légitimes, ce droit est de la moitié de la portion héréditaire qu'il aurait eue s'il eût été légitime.

ART. 759. — Le droit est des trois quarts, lorsque les père ou mère ne laissent pas des descendants, mais bien des ascendants, ou des frères et sœurs, ou des descendants légitimes de frères ou sœurs.

ART. 760. — L'enfant naturel a le droit à la totalité des biens lorsque ses père ou mère ne laissent ni descendants, ni ascendants, ni frères ou sœurs, ni descendants légitimes de frères ou sœurs.

Ainsi donc, tant dans l'ancien article 757 que dans les articles 758 et 759 nouveaux, *en prenant la loi à la lettre*, le droit d'un enfant naturel est une certaine quotité *de la portion héréditaire qu'il aurait eue s'il eût été légitime*.

Or, dans la pratique, *lorsqu'il y a plusieurs enfants naturels*, ce texte-là n'est pas respecté.

En ce qui concerne l'article 758, c'est-à-dire si plusieurs enfants naturels sont en concours avec des enfants légitimes, on suppose *tous les enfants légitimes*, puis on enlève à chaque enfant naturel la moitié (anciennement les deux tiers) de sa part; le total de ces

réductions est également réparti entre les frères légitimes.

Ce procédé, bien que consacré par la jurisprudence, n'est pas légal : l'un quelconque des enfants naturels n'a pas reçu la moitié de ce qu'il aurait eu s'il eût été légitime. Pour mieux me faire comprendre, supposons que deux enfants naturels soient en concours avec deux enfants légitimes; d'après le système de la jurisprudence actuelle, chaque enfant naturel a droit à la moitié du quart, soit au huitième de la succession; d'après la loi, chaque enfant naturel a droit à la moitié de ce qu'il aurait eu s'il eût été légitime; or, s'il eût été légitime, *il y aurait eu trois enfants légitimes et un enfant naturel*, ce dernier aurait eu $\frac{1}{8}$ de la succession, chacun des trois enfants légitimes aurait eu le tiers des sept autres huitièmes, soit $\frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{24}$; si donc, revenant à l'exemple choisi, un des enfants naturels eût été légitime, il aurait eu droit à $\frac{7}{24}$; étant naturel, il a droit à la moitié, soit $\frac{7}{48}$, valeur sensiblement supérieure à $\frac{1}{8}$.

En ce qui concerne l'article 759, c'est-à-dire si plusieurs enfants naturels sont en concours avec des ascendants ou des collatéraux privilégiés, la pratique leur attribue en bloc les $\frac{3}{4}$ de la succession qu'ils partagent par parts viriles. Et pourtant rien ne découle moins de la lettre de la loi; celle-ci dit, en effet : « Le droit est des trois quarts, lorsque... » Quel droit? Celui dont il vient d'être parlé à l'article précédent et qui est basé sur « la portion héréditaire qu'il aurait eue s'il eût été légitime. » En d'autres termes, l'article 759 dit : « Lorsque les père ou mère ne laissent pas..., le droit héréditaire de l'enfant naturel dans la succession de ses père

et mère *est des trois quarts de la portion héréditaire qu'il aurait eue s'il eût été légitime* » et nous retombons identiquement sur les raisonnements du cas précédent.

Nous nous trouvons donc en présence d'un texte de loi dont la lettre est sciemment violée dans la pratique ; je dis *sciemment*, car tous les jurisconsultes ont reconnu cette violation et plusieurs formules mathématiques ont été proposées pour l'application exacte des données de l'ancien article 757 ou de l'article 758 nouveau.

D'autre part, il ne fait pour moi aucun doute que ce sont les méthodes adoptées dans la pratique *qu'a voulues* le législateur, bien que les textes n'aient pas traduit sa pensée. En premier lieu, une application exacte du texte de la loi donne lieu, ainsi qu'on le verra plus loin, à des formules, qui, bien qu'obtenues par des raisonnements simples, sont trop compliquées pour avoir pu être prévues par la loi. En second lieu, et c'est le meilleur argument, la méthode de la pratique existait depuis près d'un siècle lorsque fut votée la loi de 1896 qui a néanmoins conservé exactement les termes : « ... portion héréditaire que l'enfant naturel aurait eue s'il eût été légitime... ». Enfin une application stricte du texte de l'article 759, lorsqu'il y a plusieurs enfants naturels, conduit à des résultats absurdes, ainsi qu'on le verra plus loin. Mais l'objet de la présente Note n'est pas juridique. A-t-on raison de procéder comme on le fait en pratique ? Je le crois, pour les raisons que je viens d'indiquer, mais c'est là un point sur lequel je ne veux point insister. Je veux, au contraire, à un point de vue purement théorique, m'occuper des formules mathématiques auxquelles donnerait lieu l'application rigoureuse de l'article 758 du Code civil.

Je commencerai par défendre la mémoire d'un

célèbre savant, Eugène Catalan, qui, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (année 1863), a indiqué la formule rigoureuse, résultant de l'application stricte de l'ancien article 757, et déterminant la part de l'enfant naturel en concours avec des enfants légitimes. M. le professeur Émile Chénou, dans une brochure intitulée : « *Des droits successifs des enfants naturels en concours avec des enfants légitimes* (Larose, 1898), dit en effet : « Malheureusement, M. Catalan, n'étant pas jurisconsulte, traduit inexactement les données légales et aboutit, d'abord à une formule fausse, et ensuite à la même conclusion inadmissible que ses devanciers. »

Or je vais prouver que Catalan a, d'une part, appliqué strictement les données légales et, d'autre part, indiqué une formule exacte. Quant à la conclusion inadmissible, j'en parlerai plus loin.

Catalan, dans les *Nouvelles Annales*, a simplement indiqué la formule, qui avait été donnée antérieurement par Cournot (*Bulletin de Férussac*). J'ignore comment cet auteur l'a établie, mais je vais la rétablir par un raisonnement des plus simples (en supposant la réduction de moitié prévue dans la loi de 1896).

Désignons par l le nombre des enfants légitimes et n le nombre des enfants naturels. Si l'un des n enfants naturels eût été légitime (c'est bien là le texte de la loi), *il y aurait eu $l + 1$ enfants légitimes et $n - 1$ enfants naturels* ; en appliquant donc la loi à la lettre la portion héréditaire qu'aurait eue, dans l'exemple initial, un des enfants naturels s'il eût été légitime est la portion héréditaire qu'aurait un enfant légitime dans le cas de $l + 1$ enfants légitimes et $n - 1$ enfants naturels. Tel est l'axiome fondamental qui « traduit exactement les données légales » et qui est la base de tout le raisonnement.

Désignons par $x(l, n)$ la part revenant à chaque enfant légitime, par $y(l, n)$ la part revenant à chaque enfant naturel, lorsqu'il y a l enfants légitimes et n enfants naturels.

On a, en traduisant l'axiome ci-dessus par une égalité mathématique,

$$(I) \quad y(l, n) = \frac{1}{2} x(l+1, n-1).$$

D'autre part, désignons par $\mathbf{r}$ la masse successorale, il vient

$$(II) \quad l x(l, n) + n y(l, n) = 1,$$

d'où

$$l x(l, n) + \frac{n}{2} x(l+1, n-1) = 1$$

Ou

$$(III) \quad x(l, n) = \frac{1}{l} - \frac{n}{2l} x(l+1, n-1).$$

On arrive donc à une relation récurrente; en donnant successivement à l les valeurs $l, l+1, \dots, l+n$ et, corrélativement à n les valeurs $n, n-1, \dots$ jusqu'à zéro, on obtient les égalités suivantes :

[illegible]

La valeur de $x(l+n, o)$ est donnée par la dernière

équation; en portant cette valeur dans l'avant-dernière équation, on aura

$$x(l + n - 1, 1),$$

et ainsi de suite en remontant jusqu'à la première équation qui donnera

$$x(l, n).$$

Connaissant $x(l, n)$, l'équation (II) donnera

$$(V) \quad y(l, n) = \frac{1}{n} - \frac{l}{n} x(l, n).$$

En résolvant le système (IV) ainsi que je viens de dire, on trouve

$$(VI) \quad x(l, n) = \frac{1}{l} - \frac{n}{2l(l+1)} + \frac{n(n-1)}{2^2 l(l+1)(l+2)} \\ - \frac{n(n-1)(n-2)}{2^3 l(l+1)(l+2)(l+3)} + \dots \\ + (-1)^n \frac{n(n-1) \dots 2.1}{2^n l(l+1) \dots (l+n)}.$$

qui est la formule de Catalan ⁽¹⁾.

On en déduit

$$(VII) \quad y(l, n) = \frac{1}{2(l+1)} - \frac{n-1}{2^2(l+1)(l+2)} \\ + \frac{(n-1)(n-2)}{2^3(l+1)(l+2)(l+3)} - \dots \\ - (-1)^n \frac{(n-1)(n-2) \dots 2.1}{2^n(l+1) \dots (l+n)}.$$

Telles sont les solutions du problème. Dans les cas

(¹) La formule de Catalan comportait, aux dénominateurs, les puissances successives de 3 au lieu des puissances de 2, puisque l'ancien article 757 du Code civil donnait à l'enfant naturel le tiers (et non la moitié) de ce qu'il aurait eu s'il eût été légitime.

les plus fréquents qui peuvent se présenter, ces formules se composent de peu de termes très faciles à calculer; les tableaux suivants peuvent donner une idée précise des applications que donneraient ces formules dans la pratique.

I.

Valeurs de $y(l, n)$ (part de l'enfant naturel) dans les différents cas qui peuvent se présenter lorsque le nombre total des enfants est inférieur à 8. La masse successorale est supposée égale à 1000^{fr} et les parts sont arrondies en nombres entiers de francs.

On a mis entre parenthèses, pour comparaison, les valeurs adoptées dans la pratique.

l.	n.					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
1.	{ 250 (250)	{ 208 (167)	{ 177 (125)	{ 153 (100)	{ 134 (83)	{ 119 (71)
2.	{ 167 (167)	{ 146 (125)	{ 129 (100)	{ 116 (83)	{ 104 (71)	
3.	{ 125 (125)	{ 113 (100)	{ 102 (83)	{ 93 (71)		
4.	{ 100 (100)	{ 92 (83)	{ 85 (71)			
5.	{ 83 (83)	{ 77 (71)				
6.	{ 71 (71)					

II.

Valeurs de $x(l, n)$ (part de l'enfant légitime) dans les mêmes conditions que ci-dessus :

<i>l.</i>	<i>n.</i>					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
1.	{ 750	583	469	388	328	283
	{ (750)	(667)	(625)	(600)	(583)	(571)
2.	{ 417	354	306	269	235	
	{ (417)	(375)	(350)	(333)	(321)	
3.	{ 292	258	231	209		
	{ (292)	(267)	(250)	(238)		
4.	{ 225	204	187			
	{ (225)	(208)	(196)			
5.	{ 183	169				
	{ (183)	(171)				
6.	{ 155					
	{ (155)					

D'autre part, M. Émile Chénon, qui est aussi un mathématicien, croyant que les formules précédentes étaient inexactes, fut tenté par le désir d'en établir de vraies. Il s'est malheureusement glissé une erreur dans son raisonnement que je cite *in extenso* :

« Soient *S* la masse successorale, *m* le nombre des enfants légitimes, et *x* la part qui revient à chacun d'eux; *n* le nombre des enfants naturels, et *y* la part qui revient à chacun d'eux; *z* la réduction inconnue que doit subir chaque enfant naturel.

» On a tout d'abord l'équation

$$(1) \quad mx + ny = S.$$

» La part de chaque enfant légitime se compose évidemment de deux parties : d'abord de la fraction de *S* qu'on obtient en supposant légitimes tous les enfants naturels, soit $\frac{S}{m+n}$, plus une part virile dans le total des réductions opérées sur eux, soit $\frac{nz}{m}$; d'où l'équation

$$(2) \quad x = \frac{S}{m+n} + \frac{n}{m}z.$$

» De même, la part y de chaque enfant naturel se compose de $\frac{1}{2} \frac{S}{m+n}$, plus la moitié d'une part virile dans la somme des réductions opérées sur ses $n-1$ frères naturels (c'est bien là la moitié de ce qu'il aurait eu s'il avait été légitime); on a ainsi

$$(3) \quad y = \frac{1}{2} \frac{S}{m+n} + \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} z.$$

» En remplaçant dans l'équation (1) x et y par leur valeur en fonction de z et en simplifiant, on a

$$(4) \quad z = S \frac{n}{(m+n)(3n-1)}.$$

» En substituant cette valeur dans les équations (2) et (3), on obtient pour les valeurs de x et de y les formules suivantes

$$(A) \quad x = S \frac{m(3n-1) + n^2}{m(m+n)(3n-1)},$$

$$(B) \quad y = S \frac{2n-1}{(m+n)(3n-1)}.$$

Telles sont les formules proposées par M. Chénon.

Un seul exemple suffirait à montrer que ces résultats ne sont pas exacts. Prenons en effet le cas de trois enfants dont deux sont naturels et un légitime; les formules de M. Chénon donnent

$$\begin{aligned} m &= 1, & n &= 2, \\ x &= S \frac{1 \times 5 + 4}{3 \times 5} = S \frac{9}{15} = 0,6S, \\ y &= S \frac{3}{15} & &= 0,2S. \end{aligned}$$

D'autre part, nous trouvant en présence de deux enfants naturels et d'un enfant légitime, chaque enfant naturel a droit à la moitié de ce qu'il aurait s'il était

légitime; c'est-à-dire à la moitié de ce qu'il aurait *s'il y avait deux enfants légitimes et un naturel*, et qu'il soit un des deux légitimes. Or, dans ce dernier cas, qui est évident, l'enfant naturel a droit à $\frac{1}{6}$ et chaque enfant légitime a droit à la moitié du complément, soit $\frac{5}{12}$; donc, remontant au premier cas, chaque enfant naturel a droit à la moitié de $\frac{5}{12}$, soit $\frac{5}{24}$; d'où

$$y_1 = S \frac{5}{24} = 0,208 S$$

et, par conséquent,

$$x_1 = S - 2S \frac{5}{24} = S \frac{14}{24} = 0,584 S.$$

Mais où pèche le raisonnement de M. Chénon? Nous allons le voir en le reprenant par le commencement. La formule (1) est parfaite. De la formule (2), on ne peut pas dire qu'elle soit fausse, mais il faut noter que, dans cette formule, interviennent les deux éléments suivants :

1^o $\frac{S}{m+n}$, fraction de la masse obtenue en supposant tous les enfants légitimes, supposition qui est celle de la pratique actuelle, mais qu'une application stricte de la loi repousse essentiellement;

2^o Le facteur z qui, retenons-le bien, est la réduction que subit la part $\frac{S}{m+n}$ pour devenir y , *lorsqu'il y a m enfants légitimes et n enfants naturels*.

Remarquons en passant que la formule (2) serait aussi vraie en partant d'une fraction F arbitraire de la masse, et en appelant Z la réduction correspondante subie par y ; et l'on aurait

$$x = F + \frac{n}{m} Z.$$

Passons maintenant à la formule (3). Il est dit que γ se compose de $\frac{1}{2} \frac{S}{m+n}$, *plus la moitié d'une part virile dans la somme des réductions opérées sur ses $n-1$ frères naturels*. Ceci est faux. En effet, d'une telle formule découlerait que si l'enfant naturel était légitime (*cas où il y aurait $m+1$ enfants légitimes et $n-1$ enfants naturels*), sa part, et celle de chacun de ses frères légitimes, serait $\frac{S}{m+n}$, plus la $n^{\text{ième}}$ partie de la somme des $n-1$ réductions z subies par les parts naturelles *dans un tout autre cas*, celui de m enfants légitimes et n enfants naturels. Or il est certain que z n'a plus à intervenir dans l'hypothèse où m et n sont devenus $m+1$ et $n-1$. S'il y a $m+1$ enfants légitimes et $n-1$ enfants naturels, la part d'un enfant légitime sera, si l'on veut suivre un ordre d'idées analogue, $\frac{S}{m+n}$ plus une part virile dans les $n-1$ réductions subies par les enfants naturels, ces réductions n'étant plus égales à z mais à un autre facteur z_1 , aussi inconnu que z *a priori*; on aurait donc

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{S}{m+n} + \frac{1}{2} \frac{n-1}{m-1} z_1.$$

On introduit donc une nouvelle inconnue dans la question, ce qui reculerait indéfiniment la solution du problème. Dans la *deuxième Note* de M. Chénon, la même confusion est encore faite entre z et z_1 , ce qui fausse encore les résultats.

Je crois donc avoir ainsi nettement établi que la seule formule qui soit la traduction mathématique des textes légaux est la formule indiquée par Catalan.

Je reviens maintenant sur un autre point, relativement à une certaine *conséquence inadmissible* de la formule de Catalan. Je cite encore *in extenso* M. Chénon.

« Tous ces systèmes (imaginés pour remédier à l'illégalité de la pratique) aboutissent à cette conséquence, qui suffit, comme le dit très justement Demolombe, à les ruiner tous : lorsque le nombre des enfants naturels dépasse un certain chiffre, la portion de succession attribuée à ces enfants naturels, qui viennent en concours avec des enfants légitimes, est plus forte que la portion à laquelle ils ont droit lorsqu'ils sont simplement en présence d'ascendants, résultat évidemment inadmissible. » Et il est ajouté en note : « Il est superflu de faire observer qu'il n'y a pas de difficulté quand plusieurs enfants naturels sont en concours avec des ascendants ou des collatéraux privilégiés : quel que soit le nombre, il leur est toujours alloué $\frac{3}{4}$ de la succession, qu'ils partagent par parts viriles. »

Je me permettrai de faire une petite variante à ce raisonnement.

Il y a la même difficulté quand plusieurs enfants naturels sont en concours avec des ascendants ou des collatéraux privilégiés, qui existe lorsque plusieurs enfants naturels sont en concours avec des enfants légitimes, car j'ai montré plus haut que le problème était mathématiquement le même. Il y a toutefois une différence dans les deux cas. Dans le concours successoral avec des enfants légitimes, nous avons donné la formule légale qui pratiquement pourrait être adoptée sans aucun inconvénient et dont les solutions sont techniquement toujours acceptables.

Dans le concours avec des collatéraux privilégiés, au contraire, la formule légale deviendrait

$$x(0, n) = \frac{3}{4} x(1, n - 1).$$

Mais, d'autre part, en appelant S la masse succes-

sorale, on doit avoir

$$S = n \, y(0, n) = \frac{3n}{4} x(1, n-1).$$

Or il se trouve que $\frac{3n}{4} x(1, n-1)$ est toujours plus grand que S à partir de $n = 2$.

La loi, prise à la lettre, conduit donc ici à une absurdité; et *c'est là* la raison qui, me faisant forcément abandonner l'interprétation littérale de l'article 759, me fait abandonner, comme conséquence logique, l'interprétation littérale de l'article 758.

Je crois avoir donc prouvé, en résumé :

1° Que l'application qui est faite, dans la pratique, des articles 758 et 759 est bien conforme à l'esprit de la loi et aux idées de ses auteurs, bien que la rédaction desdits articles, prise à la lettre, ait une tout autre signification ;

2° Que si toutefois on veut appliquer littéralement l'article 758 et se conformer strictement au sens très déterminé de la loi, il se pose un certain problème mathématique dont la véritable et unique solution est la formule de Cournot et de Catalan ;

3° Que si l'on tente d'appliquer littéralement l'article 759, on se heurte à une impossibilité.
