

R. BRICARD

Sur un théorème de Mannheim

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10
(1910), p. 128-130

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__128_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[K'13a]

SUR UN THÉORÈME DE MANNHEIM ;

PAR M. R. BRICARD.

Les *Nouvelles Annales* ont publié en 1908, comme question à résoudre ⁽¹⁾, l'énoncé d'un théorème retrouvé dans les papiers laissés par A. Mannheim. Le voici :

On donne quatre plans. On mène une droite D que les quatre plans partagent en des segments proportionnels à des segments donnés. Par les points où D rencontre les plans, on leur élève des perpendiculaires et l'on construit la seconde droite Δ qui rencontre ces perpendiculaires. Le plan mené par D parallèlement à Δ est parallèle à une droite fixe, quelle que soit la position de D.

On constate aisément que D peut avoir une direction quelconque. D'autre part, les perpendiculaires aux quatre plans ont des directions fixes. Ces remarques permettent de simplifier légèrement l'énoncé et de lui donner la forme suivante :

On considère quatre droites M_1, M_2, M_3, M_4 , de directions fixes. Soient D et Δ les deux droites qui les rencontrent toutes les quatre. Si les segments déterminés sur l'une de ces droites, D par exemple, sont proportionnels à des segments donnés, un plan parallèle à D et Δ est parallèle à une droite fixe.

(1) *Nouvelles Annales*, 4^e série, t. VIII, question 2111.

On sait que les génératrices d'un même système d'un hyperboloïde déterminent des divisions homographiques sur une génératrice de l'autre système et sur une conique quelconque de la surface. Il en résulte que le rapport anharmonique des quatre points m_1, m_3, m_4, d sur la conique C_1 est égal au rapport anharmonique des quatre points p_1, p_3, p_4, d sur la droite D . Ce rapport anharmonique a donc une valeur constante.

De même l'hyperboloïde H_2 déterminé par les trois droites M_2, M_3, M_4 a pour trace sur le plan une conique C_2 , qui passe par les cinq points m_2, m_3, m_1, d, δ , et le rapport anharmonique des quatre points m_2, m_3, m_4, d sur C_2 , égal au rapport anharmonique des quatre points p_2, p_3, p_4, d sur la droite D , a une valeur constante.

Les deux faisceaux $\delta(m_1, m_3, m_4, d)$ et $\delta(m_2, m_3, m_4, d)$ ont des rapports anharmoniques constants. Il en est donc de même du faisceau $\delta(m_1, m_2, m_3, m_4)$ et le point δ décrit par conséquent une conique C qui passe par les quatre points m_1, m_2, m_3, m_4 . Le second point α où la droite $d\delta$ rencontre C est fixe, puisque le rapport anharmonique des quatre points m_1, m_3, m_4, α , égal à celui du faisceau $\delta(m_1, m_3, m_4, d)$, a une valeur constante.

Il est donc bien démontré que la droite $d\delta$ passe par un point fixe.