

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 9
(1909), p. 422-424

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9_422_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1909, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

BIBLIOGRAPHIE.

LA GEOMETRIO FOLIETARA, par *René de Saussure*.
1^{re} Partie. Genève, 1909.

Les *Nouvelles Annales* saluent toujours avec plaisir l'apparition d'un Ouvrage mathématique en Esperanto. Nous avons déjà signalé à diverses reprises l'intérêt que présente pour la Science la langue du Dr Zamenhof. Que tous les savants n'aient pas accepté d'enthousiasme le merveilleux moyen de communication qui leur était offert, cela serait inexplicable si l'on ne songait à la méfiance de la nouveauté, à l'inertie qui paralysent l'humanité et dont peuvent être victimes même les esprits les plus distingués.

Mais ce n'est pas le lieu de plaider, une fois de plus, la cause de la langue internationale. Le travail dont M. de Saussure publie la première Partie a d'autres mérites que d'être écrit en Esperanto. Il vaut encore et surtout par le fond. C'est une exposition de la Géométrie cinématique, faite à un point de vue très original et du plus haut intérêt.

En Géométrie projective, on considère comme éléments essentiels le point, la droite et le plan. Ces trois figures ont cela de commun qu'elles n'ont pas de paramètre de grandeur. Autrement dit, toute figure semblable à un point est un point indiscernable du premier. De même, pour un plan ou une droite. Mais ces figures ne sont pas les seules qui jouissent de cette propriété. Il y a encore, en se bornant aux êtres à trois dimensions, les suivantes, pour lesquelles M. de Saussure

a choisi les noms imagés suivants, que je traduis de l'Esperanto :

La *Flèche*, constituée par une droite et un point marqué dessus ;

Le *Bouclier*, constitué par un plan et un point y contenu ;

Le *Drapeau*, constitué par un plan et une droite y contenue ;

Le *Feuillet*, constitué par un plan, une droite y contenue et un point marqué sur la droite.

En réalité et pour plus de précision, la droite d'une flèche est remplacée par une demi-droite, le plan d'un bouclier, d'un drapeau ou d'un feuillet, par un demi-plan.

M. de Saussure s'est proposé d'étudier systématiquement les Géométries dont l'élément fondamental est la flèche, le bouclier, le drapeau ou le feuillet. L'ensemble de ces doctrines forme la *Géométrie des feuillets* qui, indépendamment de son intérêt propre, a des applications immédiates et importantes à la Géométrie cinématique. On voit tout de suite, par exemple, que la position d'une figure plane mobile dans son plan est déterminée par celle d'une seule flèche liée à cette figure. De même, la position d'un corps solide mobile dans l'espace est déterminée par celle d'un seul feuillet lié à ce corps.

La première Partie du travail, réunion d'une série d'articles publiés en 1908-1909 dans le journal *Internacia Scienca Revuo*, concerne la Géométrie plane des flèches et la Géométrie corrélatrice des drapeaux dans l'espace autour d'un point.

Une flèche est définie dans le plan, on le voit tout de suite, par trois coordonnées, qui sont les deux coordonnées cartésiennes de son origine et l'angle qu'elle fait avec une direction fixe. Un ensemble continu de flèches peut donc être à 1, 2 ou 3 paramètres (étant constitué dans ce dernier cas par l'ensemble des flèches du plan). Aux ensembles à 1 et 2 paramètres correspondent les déplacements d'une figure plane, à 1 ou 2 paramètres. Nous appellerons de tels ensembles des *séries* de flèches.

Quelles sont les séries de flèches dont le rôle est fondamental ? La réponse à cette question n'était nullement évidente, et il a fallu une véritable sagacité pour la trouver. La série fondamentale à un paramètre est constituée par l'ensemble des positions d'une flèche tournant autour d'un point fixe ; la série fondamentale à deux paramètres est constituée par

l'ensemble des positions d'une flèche qui reste symétrique d'une flèche fixe par rapport à une droite variable. On donne à ces séries fondamentales les noms respectifs de *couronne* et de *couronoïde*.

Cela posé, on démontre un certain nombre de théorèmes tels que ceux-ci : par deux flèches, il passe une couronne et une seule ; par trois flèches, il passe un couronoïde et un seul ; deux couronoïdes ont en commun une couronne ; trois couronoïdes ont en commun une flèche, etc. Autrement dit, *les flèches, les couronnes et les couronoïdes ont entre eux exactement les mêmes relations que les points, les droites et les points de l'espace*. La Géométrie des flèches se présente donc comme une interprétation nouvelle de la Géométrie projective de l'espace. On peut, d'ailleurs, imaginer une représentation analytique des flèches qui met en évidence ce remarquable résultat.

Appliquant ces résultats à la Géométrie cinématique plane, on trouve que le déplacement fondamental à un paramètre est la rotation autour d'un point, ce que l'on savait déjà, et que le déplacement fondamental à deux paramètres est celui d'une figure qui reste symétrique d'une figure fixe par rapport à une droite variable, théorème beaucoup plus caché que le premier.

M. de Saussure montre ensuite que la Géométrie des flèches s'applique utilement à la Physique, à la Météorologie, etc. Si, par exemple, on représente sur une Carte géographique la direction du vent en chaque point, à un moment donné on formera une série de flèches à deux paramètres et, par l'application des théorèmes précédemment établis, on pourra mettre en évidence les *lignes de flux* du vent, les cyclones, etc.

La Géométrie des drapeaux autour d'un point, toute semblable à celle des flèches dont elle est la corrélatrice, a aussi des applications physiques et météorologiques, outre son interprétation cinématique.

Espérons que la suite du travail, où doivent être étudiées les Géométries plus compliquées des boucliers et des feuillettes, ne se fera pas longtemps attendre.

Nous serons heureux d'en rendre compte.

R. BRICARD.