

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 9
(1909), p. 377-380

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9_377_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1909, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. E. Turrière. — Dans sa Note très intéressante *Sur les courbes dont les tangentes appartiennent à un complexe linéaire* (p. 49), M. E. Keraval signale certaines formules comme particulièrement commodes pour l'étude de la loxodromie sphérique. Ces formules

conduisent immédiatement au théorème suivant : *La projection orthogonale sur l'équateur d'une loxodromie sphérique est une spirale de Poinso* (¹).

Cette propriété est intéressante, puisqu'elle établit un rapport entre deux courbes remarquables. On sait que la spirale de Poinso, qui est l'herpolhodie dans le cas de décomposition de la polhodie et qui se rencontre aussi comme trajectoire d'un point matériel soumis à une force centrale en raison inverse du cube de la distance au centre des forces, est :

Projection sur l'équateur des lignes géodésiques d'un ellipsoïde de révolution allongé (HALPHEN);

Projection horizontale de ligne de thalweg d'un paraboloides de révolution d'axe vertical, concave vers le zénith (M. FLOQUET).

Le théorème qui fait l'objet de la question 2122 est un cas particulier d'un théorème plus général se rattachant aux systèmes articulés.

Je ne considérerai que le cas d'un quadrilatère ABCD circonscriptible pour lequel les points de contact des côtés avec le cercle inscrit sont sur les côtés eux-mêmes. Soient, d'autre part, quatre points α , β , γ , δ pris sur ces côtés eux-mêmes (non prolongés), α sur AB, β sur BC, γ sur CD, δ sur DA et tels que

$$A\alpha = A\delta, \quad B\beta = B\alpha, \quad C\gamma = C\beta, \quad D\delta = D\gamma.$$

S'il existe un tel groupe de quatre points $\alpha\beta\gamma\delta$, il en existe une infinité, et le quadrilatère ABCD est circonscriptible.

Tous les quadrilatères $\alpha\beta\gamma\delta$ ont leurs angles res-

(¹) La spirale de Poinso se rencontre dans diverses questions. Il en a été publié une bibliographie incomplète dans l'I. M. (question 1172).

pectivement égaux,

$$\alpha = \frac{A+B}{2}, \quad \beta = \frac{B+C}{2}, \quad \gamma = \frac{C+D}{2}, \quad \delta = \frac{D+A}{2},$$

et sont inscriptibles.

Tel est le théorème général qui contient comme cas particulier le cas évident des points de contact des côtés de ABCD avec le cercle inscrit et le cas qui fait l'objet de la question 2122.

En d'autres termes, *il est possible de marquer sur les côtés d'un quadrilatère circonscriptible articulé une infinité (∞^1) de groupes de quatre points qui, lorsque le quadrilatère articulé se déforme, soient, pour chacune de ses positions, les sommets de quadrilatères inscriptibles et qui ont leurs angles respectivement égaux.*

Je reviendrai ultérieurement sur cette question dans une Note sur les systèmes articulés et sur un théorème de M. Darboux.

M. Parrod. — Relativement à la question 2093 dont la solution a paru dans le numéro de janvier 1909. — Puisque $|abc| = 1$, les cercles de diamètre AD, BE et CF passent par le point R tel que

$$\frac{R\beta}{R\gamma} = a, \quad \frac{R\gamma}{R\alpha} = b \quad \text{et} \quad \frac{R\alpha}{R\beta} = c.$$

Ces cercles passent par un deuxième point R' analogue au précédent.

Ces trois cercles sont orthogonaux au cercle O circonscrit au triangle $\alpha\beta\gamma$ et par suite la droite RR' passe par le centre O, et l'on a

$$OR \cdot OR' = O\alpha^2.$$

Quand la droite MNP reste tangente à une conique S

(380)

circonscrite au triangle $\alpha\beta\gamma$, les points R et R' décrivent l'anallagmatique correspondante; quand la conique S est remplacée par le cercle O, les deux points R et R' sont confondus sur ce cercle.