

ÉMILE WEBER

Note sur la généralisation du théorème de Feuerbach

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 61-63

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__61_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[K2e]

**NOTE SUR LA GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME
DE FEUERBACH;**

PAR M. ÉMILE WEBER.

A propos de la très intéressante généralisation du théorème de Feuerbach, indiquée dans les *Nouvelles Annales* par M. Fontené, on peut faire les remarques suivantes :

1. Le lieu des points en ligne droite avec leur in-

verse triangulaire et avec le centre du cercle circonscrit O a pour équation en coordonnées trilineaires normales :

$$(1) \quad \sum \alpha^2 (\gamma \cos C - \beta \cos B) = 0.$$

C'est une cubique circonscrite au triangle fondamental ABC et passant par les pieds des *sy hauteurs* (droites joignant les sommets au centre O du cercle circonscrit).

2. Le cercle pédal d'un point quelconque P du cercle ABC est la droite de Simson de P. Si P est tel que son inverse P' (à l'infini) soit précisément le point à l'infini de la direction PO, cette droite de Simson sera, en vertu du théorème de M. Fontené, tangente au cercle d'Euler. Pour avoir tous les points P répondant à ces considérations, il faut chercher les points d'intersection de la cubique (1), avec le cercle circonscrit

$$\sum \alpha \beta \gamma = 0.$$

Mais, reculant devant la complication des calculs à effectuer à cet effet, nous avons essayé de résoudre la question par la méthode géométrique. Soit donc P un des points cherchés ayant son inverse à l'infini sur PO. Le diamètre PO sera parallèle à l'isogonale AD de AP. Soit E le second point d'intersection de OP avec le cercle ABC. Nous désignons par α l'angle CAP. Il est alors facile de voir que

$$\text{arc AP} + \text{arc AB} \pm \text{arc BE} = 2 \text{ dr.},$$

$$\text{arc AP} = \text{arc AC} - \text{arc PC},$$

$$\pm \text{arc BE} + \text{arc BD} = \pm \text{arc BE} + \text{arc PC} = \text{arc AP}.$$

On tire tout de suite de là

$$\hat{x} = \frac{1 \text{ dr.} + \hat{B} - \hat{A}}{3}.$$

On voit donc que cette question dépend de la trisection d'un angle. Réciproquement, *le problème de la trisection de l'angle peut se ramener à celui-ci :*

Déterminer les droites de Simson tangentes au cercle d'Euler.