

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 383-384

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__383_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

2026.

(1905, p. 528.)

Considérons une courbe plane du quatrième ordre avec un seul point double D; on sait que les six points de contact des tangentes menées à la courbe par le point double tombent sur une conique, et les points de contact A, B de cette conique avec ses tangentes issues de D appartiennent à la quartique.

Cela posé, démontrer que, si l'on mène par les deux points A, B une conique arbitraire qui coupera la quartique en six autres points, les droites qui unissent ces points à D coupent ultérieurement la quartique en six points d'une conique. (V. RETALI.)

SOLUTION

Par M. PARROD.

Prenons pour triangle de référence celui dont les sommets sont : le point double D et les points d'intersection des tangentes au point double avec la quartique.

L'équation de la courbe est alors

$$ax^3z + by^3z + xyf(xyz) = 0.$$

La cubique des points de contact des tangentes étant

$$ax^3 + by^3 + xv f'_z = 0.$$

Multiplions la deuxième équation par z et retranchons, il vient

$$xy[f(xyz) - zf'_z] = 0.$$

Donc les six points de contact sont situés sur la conique dont on a l'équation. La polaire de l'origine étant $z = 0$, les points A et B sont sur le côté du triangle de référence opposé à D.

L'équation d'une conique quelconque passant par A, B est

$$f(x, y, z) - zP = 0.$$

Soient xyz un point d'intersection et $x'y'z'$ le point cor-

respondant sur la quartique

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \theta \frac{z}{z'},$$

et l'on a

$$\begin{aligned} ax'^3 z' + by'^3 z' + x'y' f(x', y', z') &= 0, \\ \theta(ax'^3 z' + by'^3 z') + x'y' f(\theta x', \theta y', z') &= 0, \\ f(\theta x', \theta y', z') - z' P_{\theta x'} &= 0. \end{aligned}$$

Supprimons les accents, on a facilement

$$\begin{aligned} \theta f(x, y, z) - f(\theta x, \theta y, z) &= 0, \\ f(\theta x, \theta y, z) - z P_{\theta x} &= 0. \end{aligned}$$

Soient

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dyz + Ezx + Fxy, \\ P &= Lx + My + Nz, \end{aligned}$$

il vient

$$\begin{aligned} \theta f(x, y, z) - z(L\theta x + M\theta y + Nz) &= 0, \\ \theta(Ax^2 + By^2 + Fxy) - Cz^2 &= 0. \end{aligned}$$

Éliminons θ , l'équation de la conique passant par les six points est

$$C[f(x, y, z) - z(Lx + My)] = N(Ax^2 + By^2 + Fxy).$$