HADAMARD

Sur un point de la théorie des percussions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 4 (1904), p. 533-535

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__533_1>

[R9b]

SUR UN POINT DE LA THÉORIE DES PERCUSSIONS;

Par M. HADAMARD.

Lorsqu'un point matériel vient choquer élastiquement une surface fixe, le nouveau mouvement qu'il prend est donné par la règle classique relative à la réflexion. La composante tangentielle de la vitesse ne change pas; la composante normale change de sens en gardant sa valeur absolue.

Les choses se passent d'une manière notablement plus compliquée dans le choc de deux solides quelconques. On peut se demander cependant s'il n'existe pas, là encore, une relation simple correspondant à celles que nous venons de rappeler.

Ce rôle est joué par la proposition suivante :

La percussion normale qui s'exerce entre deux corps qui se choquent élastiquement est double de celle qui s'exercerait si les corps étaient mous.

Pour démontrer qu'il en est ainsi, désignons par (u_i, v_i, w_i) la vitesse d'un point quelconque M_i de l'un ou de l'autre des deux solides; désignons, d'autre part, par $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ l'augmentation que subirait cette vitesse si l'on appliquait, au solide qui contient ce point suivant la normale au point de choc A et dans le sens intérieur, une percussion égale à l'unité (les percussions subies par les deux corps étant, par conséquent, en sens opposés). La vitesse consécutive à l'application, dans les mêmes conditions, d'une percussion P sera

$$(u_i + \alpha_i P,\ v_i + \beta_i P,\ w_i + \gamma_i P).$$

Dans le choc élastique, la percussion P devra être telle que l'on ait

$$(1)\qquad \begin{cases} \sum m_i[(u_i + \alpha_i P)^2 + (v_i + \beta_i P)^2 + (w_i + \gamma_i P)^2] \\ \quad = \sum m_i(u_i^2 + v_i^2 + w_i^2), \end{cases}$$

la sommation étant étendue à tous les points des deux corps et les m_i désignant les masses. Ceci donne

$$(2)\qquad P = -\frac{2\sum m_i(\alpha_i u_i + \beta_i v_i + \gamma_i w_i)}{\sum m_i(\alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2)}.$$

Pour calculer la valeur de P si le choc a lieu à la façon des corps mous, nous appliquerons le théorème de Carnot. La perte de force vive [c'est-à-dire la différence des deux membres de la relation (1)] sera égale à la force vive due aux vitesses perdues, c'est-à-dire à

$$P^2 \sum m_i(\alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2).$$

Or le terme ainsi décrit vient doubler le terme en P^2 de l'équation (1). Il vient bien

$$P = -\frac{\sum m_i(\alpha_i u_i + \beta_i v_i + \gamma_i w_i)}{\sum m_i(\alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2)},$$

valeur qui est la moitié de la précédente.

Il est clair que le même raisonnement s'applique toutes les fois que, dans un système quelconque, il y a *choc simple*, c'est-à-dire que toutes les percussions qui prennent naissance sont, *a priori*, proportionnelles les unes aux autres.

Or, c'est ce qui arrive dans tous les problèmes où la définition du choc élastique peut être donnée sans sortir du point de vue où se place la théorie des percussions.

Donc, dans tous ces cas, l'énoncé donné plus haut répond à la question.