

Certificats de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 4
(1904), p. 510-513

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4_510_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1904, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Une plaque rectangulaire (homogène) pesante ABCD repose par un de ses côtés AB sur un plan horizontal fixe $\xi O \eta$, sur lequel elle peut glisser sans frottement; trouver le mouvement de cette plaque*

en la supposant placée dans des conditions initiales quelconques. Examiner en particulier le cas où la plaque part du repos.

NOTATIONS. — On appellera $2a$ et $2b$ les côtés AB et CD de la plaque; M sa masse; ξ, η les coordonnées de la projection du centre de gravité sur le plan fixe $\xi O \eta$; θ l'inclinaison de la plaque sur le plan; ψ l'angle du côté AB avec $O\xi$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Un vase ouvert a , à sa partie supérieure, la forme d'un quart de sphère. Ce vase est limité en avant par une portion de surface sphérique de centre O et de $0^m,25$ de rayon, en arrière par une paroi plane ayant la forme d'un demi-grand cercle vertical, en haut par une demi-circonférence de grand cercle horizontale. Ce vase est rempli d'eau jusqu'aux bords.

1° Calculer en dynes la résultante des pressions de l'eau sur le vase entier.

2° Calculer de même la résultante des pressions sur la paroi verticale.

3° Déterminer en grandeur et direction la résultante des pressions de l'eau sur la paroi sphérique.

On négligera l'action de la pression atmosphérique sur la surface libre de l'eau et sur les parois extérieures du vase.

(Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Une plaque carrée homogène, pesante, $OABC$, est assujettie à tourner autour d'un des côtés OC , supposé vertical et fixe. Une deuxième plaque identique, $OADE$, est articulée à la première le long du côté inférieur OA supposé commun aux deux, de telle façon que le mouvement de la deuxième plaque, par rapport à la première, ne peut être qu'une rotation autour de l'horizontale OA .

Trouver le mouvement de ce système :

1° En le supposant placé dans des conditions initiales quelconques;

2° En supposant qu'il parte du repos, dans une position initiale quelconque.

On néglige les frottements.

NOTATIONS. — On appellera a la longueur d'un côté OA ; ψ l'angle de OA avec une horizontale fixe Ox ; θ l'angle de la plaque $OADE$ avec le plan horizontal fixe xOy .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Un prisme droit homogène, pesant, a pour base un triangle équilatéral ACD , dont le côté $a = 0^m,50$. La hauteur du prisme AB est $h = 2^m$. Ce prisme est suspendu par l'arête AB , supposée horizontale et fixe : il peut osciller librement autour de cette arête.

Calculer, en secondes, la durée des oscillations infiniment petites en un lieu où l'accélération g due à la pesanteur est, dans le système C.G.S., exprimée par le nombre 980. (Octobre 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Deux barres AB , CD , homogènes, pesantes, de même longueur et de même densité, sont articulées en un point B , extrémité de l'une des barres et milieu de la seconde barre. L'autre extrémité A de la première barre est assujettie à glisser sans frottement sur un plan horizontal xOy .

1° On abandonne à l'instant $t = 0$ le système dans un plan vertical, avec des vitesses situées aussi dans ce plan. Étudier le mouvement du système en admettant que le point A ne puisse quitter d'aucun côté le plan xOy .

2° Les conditions initiales étant les mêmes, mais le point A pouvant s'élever au-dessus du plan xOy , à quelle restriction sont assujetties les conditions initiales pour que le point A ne quitte pas immédiatement le plan xOy ?

3° Quand cette condition n'est pas remplie, étudier le mouvement libre du système.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Une sphère solide, homogène, pesante, de densité 7 et de rayon égal à 5^{cm} , est lancée dans l'air immobile. Soient $d\sigma$ un élément de la surface de la sphère, V la vitesse de cet élément à l'instant t , et V_k la composante de V normale à $d\sigma$. On admet que la réaction de l'air sur cet élément est normale à $d\sigma$, directement opposée à V_n et que sa valeur absolue en unités C.G.S. est égale à

$$d\sigma \left(2,3 + \frac{8V_n^2}{10^4} \right).$$

1° Calculer, en unités C.G.S., la force unique R , qui équivaut, à un instant t , à la résistance de l'air sur la sphère, connaissant, à cet instant t , la vitesse W du centre C de la sphère. Quelle est la valeur numérique de R , si l'on prend comme unité de force le kilogramme-poids et si W désigne la vitesse de C en mètres? (L'unité de temps reste la seconde et l'accélération g de la pesanteur est prise égale à $9^m,81$.)

2° La sphère étant abandonnée sans vitesse initiale dans l'air à l'instant $t = 0$, calculer son mouvement. Vers quelle limite tend la vitesse W de C ? A quoi est égale cette vitesse au bout de 20 secondes? (Juillet 1904.)
