Certificats d'astronomie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 517-523
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__517_1>

CERTIFICATS D'ASTRONOMIE.

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Établir les lois du mouvement diurne. Dire si ces lois sont rigoureusement exactes.*

II. *On considère une planète de masse* μ *(celle du Soleil étant* 1) *qui décrit une orbite circulaire dont on prend le rayon pour unité de longueur.*

On considère, en second lieu, une comète de masse négligeable, qui se meut sur une parabole située dans le plan *de l'orbite de la planète, la distance périhélie* $q = \mathrm{SC}$ *de cette comète étant* $\frac{1}{n}$.

On suppose que la planète et la comète se meuvent dans le même sens et que le rayon vecteur de la planète, au moment du passage de la comète au périhélie, fait un angle v_0 *avec le rayon vecteur de la comète.*

On demande de déterminer la constante v_0 *de manière que la comète rencontre la planète dans la suite de sa course.*

Application au cas où

$$n = 4 \qquad et \qquad \mu = \frac{1}{324439}.$$

On rappelle aux candidats les formules suivantes :

$$n^2 a^3 = k^2(1+\mu),$$

$$r = q\left(1 + \operatorname{tang}^2\frac{v}{2}\right),$$

$$\operatorname{tang}\frac{v}{2} + \frac{1}{3}\operatorname{tang}^3\frac{v}{2} = \frac{k\sqrt{1+\mu'}}{\sqrt{2q^3}}(t - \mathrm{T}),$$

où μ' *désigne la masse de la comète,* T *la date de son passage au périhélie,* k *la constante de Gauss,* n *le moyen mouvement de la planète, c'est-à-dire le coefficient du temps dans l'expression de l'anomalie,* a *le demi-grand axe de l'orbite.*

NOTA. — *Les candidats sont autorisés à se servir de Tables de logarithmes.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une planète a pour excentricité* $\sin\varphi$ *où* $\varphi = 14°12'1'',87$. *Elle part de son périhélie à l'origine du temps. On demande de calculer son anomalie excentrique au moment où elle a accompli le cinquième de sa révolution.* (Juillet 1903.)

Marseille.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Établir la suite des formules rigoureuses qui permettent de calculer :*

1° *L'anomalie excentrique en fonction de l'anomalie moyenne ;*

2° *L'anomalie vraie et le rayon vecteur en fonction de l'anomalie excentrique.*

II. *Développer l'anomalie excentrique en série ordonnée suivant les sinus des multiples de l'anomalie moyenne.*

Dans ce développement, on négligera les puissances de l'excentricité supérieures à la cinquième.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Connaissant l'ascension droite α et la déclinaison δ d'un astre ainsi que l'inclinaison ε de l'écliptique, calculer la longitude λ et la latitude β de cet astre.*

Données numériques :

$$\alpha = 19^h 46^m 53^s,45, \qquad \delta = -34^\circ 53' 41'',9, \qquad \varepsilon = 23^\circ 27' 7'',1.$$

Indiquer la signification géométrique de l'angle auxiliaire employé, si l'on rend les formules calculables par logarithmes au moyen d'un tel angle.

SOLUTION.

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} N &= \operatorname{tang}\delta : \sin\alpha, \\ \operatorname{tang}\lambda &= \operatorname{tang}\alpha \cos(N-\varepsilon) : \cos N, \\ \operatorname{tang}\beta &= \operatorname{tang}(N-\varepsilon)\sin\lambda \end{aligned}$$

(N est l'angle que fait l'équateur avec l'arc de grand cercle qui joint l'astre à l'origine des ascensions droites. Cette remarque permet d'écrire immédiatement les équations précédentes; $\cos\alpha$ et $\cos\lambda$ ont le même signe).

	Log.
tang δ	$\bar{1}$,8435312
col. sin α	0,0490546
tang N	$\bar{1}$,8925858
tang α	0,2980486
cos(N — ε)	$\bar{1}$,9858755
col. cos N	0,1033830
tang λ	0,3873071
tang(N — ε)	$\bar{1}$,4137105
sin λ	$\bar{1}$,9662731
tang β	$\bar{1}$,3799836

Résultats.

$$\alpha = 296^\circ.43'.21'',75 \qquad \lambda = 292^\circ.17'.21'',9$$
$$N = 37.59.\ 8,39 \qquad \beta = -\ 13.29.20,1$$
$$\varepsilon = 23.27.\ 7,\ 1$$
$$N - \varepsilon = 14.32.\ 1,29$$

(Juillet 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Éclipses de Lune. Chercher si, dans le voisinage d'une opposition, il y aura éclipse de Lune.*

L'éclipse devant avoir lieu, calculer l'instant auquel se produit une phase déterminée du phénomène.

Évaluer la grandeur de l'éclipse.

ÉPREUVE PRATIQUE. — 1° *Connaissant le côté* a *et les deux angles adjacents* B, C *d'un triangle géodésique, calculer les autres éléments du triangle ainsi que sa surface.*

2° *L'erreur du côté* a *étant supposée de* $56^{\text{cm}},7$, *calculer les erreurs de* b, c *et* A.

Données numériques :

$$a = 63\,576^{\text{m}},89 \qquad R = 6\,378\,356^{\text{m}} \qquad B = 52^\circ.43'.19'',6$$
$$C = 63.54.20,7$$
$$B + C = 116.38$$

SOLUTION.

$$\varepsilon'' = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B + C) R^2 \sin 1''}, \qquad B' = B - \frac{\varepsilon}{3},$$

$$C' = C - \frac{\varepsilon}{3}, \qquad A' = 180^\circ - (B + C) + \frac{2\varepsilon}{3};$$

$$b = a \frac{\sin B'}{\sin A'}, \qquad c = a \frac{\sin C'}{\sin A'},$$

$$A = 180^\circ - (B + C) + \varepsilon, \qquad S = S' = \frac{a^2 \sin B' \sin C'}{2 \sin A'};$$

$$\Delta\varepsilon = \Delta B' = \Delta C' = \Delta A = 0, \qquad \Delta b = \Delta a \frac{\sin B'}{\sin A'},$$

$$\Delta c = \Delta a \frac{\sin C'}{\sin A'},$$

ou

$$\Delta b = \Delta a \frac{b}{a}, \qquad \Delta c = \Delta a \frac{c}{a};$$

	Log.		Log.
a	4,80329925	R	6,8047
a^2	9,6066	R^2..........	13,6094
sin B	$\bar{1}$,9007	2...........	0,3010
sin C	$\bar{1}$,9533	sin 1″........	$\bar{6}$,6856
a^2 sin B sin C.........	9,4606	sin(B + C)..	$\bar{1}$,9513
2 sin(B + C) R^2 sin 1″.	8,5473		
ε....................	0,9133		

$$\varepsilon = 8'',19 \qquad \frac{\varepsilon}{3} = 2'',73$$

$$B' = 52^\circ.43'.16'',87$$
$$C' = 63.54.17,97$$
$$A' = 63.22.25,16$$

	Log.		Log.
sin B′..........	$\bar{1}$,9007490	a^2............	9,6065985
a..............	4,80329925	sin B′ sin C′.....	$\bar{1}$,8540572
col. sin A′......	0,0486876	col. 2..........	$\bar{1}$,6989700
sin C′..........	$\bar{1}$,9533082	col. sin A′......	0,0486876
b	4,7527359	S′.............	9,2083133
c	4,8052951		

$$A = 63^\circ 22' 27'',89 \qquad \Delta A = 0$$
$$b = 56589^{m},51 \qquad \Delta b = 50^{c},5$$
$$c = 63869,74 \qquad \Delta c = 57,0$$
$$S = 1615523500^{m^2}$$

	Log.		Log.
$b:a$...........	$\bar{1}$,9494	Δb	1,7030
Δa	1,7536		
$c:a$...........	0,0020	Δc............	1,7556

(Novembre 1902.)

Épreuve pratique. — *Connaissant les coordonnées géographiques* (λ, φ)(λ', φ') *de deux points de la Terre, calculer, en milles marins, la longueur* S *de l'arc de loxodromie, qui joint ces deux points, ainsi que l'angle* V *sous lequel la courbe coupe les méridiens successifs.*

(*On considérera la Terre comme sphérique.*)

Données numériques :

$$\left.\begin{aligned}\lambda &= 6^\circ.49'.50''\\ \lambda' &= 82.14.59\end{aligned}\right\}\text{ longitudes ouest,}$$

$$\left.\begin{aligned}\varphi &= 48.23.32\\ \varphi' &= 9.22.9\end{aligned}\right\}\text{ latitudes boréales.}$$

SOLUTION.

$$\operatorname{tang} V = \frac{M(\lambda - \lambda')\sin 1''}{\operatorname{Log tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \operatorname{Log tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right)} = \frac{N}{D};$$

$$S = \frac{\varphi - \varphi'}{\cos V}.$$

$$\lambda - \lambda' = 75^\circ 25'\ 9'' = 271\,509'', \qquad \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = 69^\circ 11' 46'',$$

$$\varphi - \varphi' = 39^\circ\ 1' 23'' = 140\,483'', \qquad \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} = 49^\circ 41'\ 4'',5;$$

Log.				Résultats.
$\sin 1''$..	$\bar{6},6855749$	$\operatorname{Log tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$..	0,4202826	$V = 58^\circ 36' 0'',08$
M.....	$\bar{1},6377843$	$\operatorname{Log tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi^{\lambda}}{2}\right)$.	0,0713357	$S = 269636'',3$
$\lambda - \lambda'$.	5,4337842	D................	0,3489469	$= 74^\circ 53' 56'',3$
N.....	$\bar{1},7571434$			$= 4493^{\text{mil}},938$
D.....	$\bar{1},5427594$			
tang V.	0,2143840			
$\varphi - \varphi'$.	5,1476238			
séc V..	0,2831545			
S.....	5,4307783			

(Juillet 1903.)

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Théorie et mesure de la parallaxe annuelle des étoiles.*

II. *Théorème de Legendre.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On a observé le passage au premier vertical d'une étoile dont les coordonnées sont*

Asc. droite..... $7^h 58^m 27^s,6$ Dist. polaire.... $44^\circ 9' 51''$

Le temps sidéral du passage, corrigé de la réfraction, est

$6^h 15^m 11^s,3.$

On demande de calculer :

1° *La colatitude du lieu d'observation.*

2° *La correction de réfraction qu'a dû recevoir le temps observé du passage. Constante de la réfraction* 60″61 (*pour* $\tan z = 1$).

3° *L'erreur que produirait sur la colatitude une erreur d'une seconde sur le temps du passage.*

4° *L'erreur qui résulterait d'une erreur de* 10″ *d'arc sur l'azimut du premier vertical.* (Juillet 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposer les méthodes employées pour déterminer les éléments elliptiques du Soleil.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En un lieu de colatitude* 41°9′49″, *on a observé le lever apparent d'une étoile à* $6^h 50^m 41^s$ *de temps sidéral, en un point de l'horizon situé à* 3°25′32″ *du point est vers le nord. Déduire de là l'ascension droite et la distance polaire de l'étoile.*

Réfraction à l'horizon : 33′48″.

On fera les calculs avec des logarithmes à cinq décimales. (Octobre 1902.)