Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 46-48

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__46_1>

QUESTIONS.

1953. Soient, pour un point M d'une courbe (M) quelconque, m et μ les centres des deux premières courbures. MT étant la tangente en M à cette courbe, Δ une direction fixe quelconque, on porte des longueurs égales au rayon de courbure mM en mM_1 et MM_2 sur les parallèles à Δ menées par m et M, en MM_3 sur la tangente MT. Les tangentes en M_1, M_2, M_3 aux courbes décrites respectivement par ces trois points résultent des théorèmes suivants :

I. *La tangente en* M_1 *passe par* M.

II. *La tangente en* M_2 *passe par le point de rencontre de la tangente* MT *et de la perpendiculaire abaissée de m sur la symétrique de* $M\mu$ *par rapport à la normale* Mm.

III. *La tangente en* M_3 *est symétrique de* $M_3\mu$ *par rapport à la tangente* MM_3. (M. D'OCAGNE.)

1954. Trois quadriques Q_1, Q_2, Q_3 déterminent un réseau ponctuel de quadriques Q. Les polaires D d'une droite Δ par rapport aux surfaces Q appartiennent à une congruence :

1° Les droites de la congruence sont en général les cordes d'une cubique gauche C;

2° Lorsque Δ varie, les cubiques C rencontrent en huit points une courbe fixe;

3° Trouver la surface S lieu des droites Δ telles que les droites D passent par un point fixe, et la courbe lieu de ce point, quand Δ, variant, engendre la surface S.

(R. GILBERT.)

1955. Étant donnés : deux droites fixes rectangulaires Ox, Oy et un cercle C qui passe en O; l'enveloppe des droites dont les segments, limités à Ox, Oy, ont leur milieu sur le cercle est une hypocycloïde triangulaire H_3 (*Nouvelles Annales,* janvier 1902).

Montrer géométriquement que l'enveloppe de cette courbe H_3, quand le cercle C de rayon constant tourne autour du point O, est une hypocycloïde quadrangulaire H_4. (R. GILBERT.)

1956. On donne dans l'espace quatre droites concourantes Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4, et quatre génératrices D_1, D_2, D_3, D_4 d'un même système d'une quadrique Q. Trouver le lieu d'un point M tel que les quatre plans MD_1, MD_2, MD_3, MD_4 rencontrent Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4 respectivement en quatre points situés dans un même plan P et l'enveloppe de ce plan. (R. GILBERT.)

1957. Une parabole est bitangente à une conique donnée S en un point fixe et en un autre point. Le lieu du foyer est une podaire de parabole.

Cas particuliers : 1° la conique donnée S est une hyperbole équilatère; 2° la conique S se décompose en un couple de points. (R. GILBERT.)

1958. D'un point A d'une hyperbole donnée, on mène des parallèles aux asymptotes de cette courbe; elles coupent en B, C la tangente à l'hyperbole au point M. On projette orthogonalement A en P sur la normale en M. Démontrer que les cercles tels que PBC passent par un même point, quel que soit le point A de l'hyperbole. (MANNHEIM.)

1959. Le triangle ABC est circonscrit à une parabole donnée; sur la normale à cette courbe, menée du point de contact de BC, on projette orthogonalement A en P. Démontrer que les cercles, tels que PBC, passent par un même point, quelle que soit la position de A. (MANNHEIM.)

1960. Construire le rayon de courbure en un point d'une conique, connaissant la tangente en ce point et trois autres tangentes. (MANNHEIM.)

1961. Déterminer une expression du rapport des arcs infiniment petits interceptés sur deux courbes données par des cercles infiniment voisins dont on connaît l'axe radical.

(MANNHEIM.)