NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Note sur l'équation en *s*

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 356-357

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__356_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

[B10a]

NOTE SUR L'ÉQUATION EN s;

PAR M. J. S.

Considérons la forme quadratique à n variables

$$U + sV; \tag{1}$$

$$U = (\Sigma a_i x_i)^2 \quad \text{(notation connue)},$$
$$V = \Sigma x_i^2.$$

Soit Δ le discriminant de la forme (1).

Δ se déduit du discriminant de U en remplaçant a_{ii} par $a_{ii} + s$.

Soient A_{ik} le mineur de Δ relatif à l'élément a_{ik}; R le déterminant réciproque de Δ, c'est-à-dire ayant pour éléments les mineurs A_{ik} de Δ.

On a la relation

$$A_\alpha A_\beta - A_{\alpha\beta}^2 = \Delta \times \Delta_{\alpha\beta},$$

en écrivant A_α au lieu de $A_{\alpha\alpha}$ pour abréger. $\Delta_{\alpha\beta}$ représentant le deuxième mineur obtenu en supprimant les lignes et les colonnes de rangs α et β.

La dérivée Δ' de Δ par rapport à s a pour valeur ΣA_α. On a donc les deux relations

$$\Sigma A_\alpha^2 + 2\Sigma A_\alpha A_\beta = \Delta'^2,$$
$$\Sigma A_\alpha A_\beta - \Sigma A_{\alpha\beta}^2 = \Delta \times \Sigma \Delta_{\alpha\beta}.$$

Éliminons $\Sigma A_\alpha A_\beta$, on a

$$\Sigma A_\alpha^2 + 2\Sigma A_{\alpha\beta}^2 = \Delta'^2 - 2\Delta\Sigma\Delta_{\alpha\beta},$$
$$= \Delta'^2 + \Delta\Delta''.$$

On obtient la relation

$$\Delta'^2 + \Delta\Delta'' = \Sigma A_\alpha^2 + 2\Sigma A_{\alpha\beta}^2.$$

Parmi les conséquences immédiates est la suivante :

THÉORÈME. — *Une racine multiple de* $\Delta = 0$ *annule tous les mineurs d'ordre* $n - 1$.

Remarque. — L'équation $R = 0$ est l'équation tangentielle de $U + sV = 0$ dans l'espace à n dimensions.