Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 322-326

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__322_1>

BIBLIOGRAPHIE.

De l'expérience en Géométrie; par M. *C. de Freycinet*. — In-8°. Paris, Gauthier-Villars; 1903.

La Géométrie est-elle uniquement rationnelle, ou bien a-t-elle une origine expérimentale ?

Telle est la question que M. de Freycinet traite dans son dernier Ouvrage avec son talent habituel. On lit avec plaisir, et sans fatigue, cette discussion pleine d'aperçus originaux et faite avec une netteté et une précision remarquables.

La réponse à la question dépend évidemment du caractère que l'on reconnaît aux axiomes. S'ils sont d'ordre purement logique, s'ils rentrent dans la catégorie des vérités évidentes par elles-mêmes, la Géométrie est uniquement mathématique comme l'Arithmétique. Au contraire, si ces axiomes, dépourvus du caractère de nécessité, doivent être recherchés dans les enseignements de l'expérience, la Géométrie se rapproche de la Physique mathématique.

L'auteur se rattache à cette dernière manière de voir, tout en précisant le sens de la notion expérimentale en Géométrie.

Dans les sciences naturelles, l'expérimentation porte sur des choses concrètes et se réduit à la constatation d'un fait matériel. En Géométrie, les expériences existent aussi à l'origine; mais elles sont idéalisées et généralisées.

Les axiomes géométriques correspondant à des réalités, il ne nous appartient pas de rejeter arbitrairement ceux dont la forme ne convient pas à notre esprit.

Aussi, sans nier l'intérêt des Géométries *abstraites*, M. de Freycinet s'attache à la seule Géométrie euclidienne, où le rôle de l'expérience apparaît sans restriction.

Le premier Chapitre comprend l'étude des principaux concepts de la Géométrie. Ces notions fondamentales ont leur origine dans l'expérience universelle; elles nous sont suggérées par la vue du monde extérieur.

La raison intervient pour compléter l'expérience presque inconsciente : elle épure l'image reçue et crée un type idéal dont les qualités ne procèdent pas de notre entendement, mais nous sont dévoilées par l'observation de la nature.

L'auteur examine successivement les notions relatives à l'espace, la distance, le volume, la surface, la ligne, le point. Pour ces dernières, on voit apparaître nettement le travail d'abstraction qui, de l'étude des corps de la nature, nous conduit à la conception des figures géométriques.

La notion de parallélisme est ensuite développée.

Après avoir rappelé les définitions classiques et signalé les inconvénients qu'elles présentent, M. de Freycinet propose la formule suivante : *Deux droites sont parallèles quand elles sont partout à la même distance l'une de l'autre*. Il restera, bien entendu, à montrer la possibilité d'un tel système de droites, et à préciser l'idée de distance; mais ceci fait, la nouvelle définition présente sur les autres deux avantages : le parallélisme ainsi dépeint est susceptible d'une vérification expérimentale; en second lieu, il n'introduit pas, à la base de la Géométrie élémentaire, la notion de l'infini.

Le second Chapitre comprend l'étude des axiomes géométriques. L'auteur signale en passant un certain nombre d'entre eux, qui sont d'ordre purement logique, et n'appartiennent pas en propre à la Géométrie.

Les autres, que l'on nommera *lois naturelles,* se réduisent à un petit nombre de propriétés essentielles du point et de la droite; la logique est impuissante à les établir et M. de Freycinet s'attache à en montrer l'origine expérimentale.

1° La ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre.

Cet axiome peut, il est vrai, s'établir logiquement, en partant de certaines propriétés de la ligne droite et en s'aidant de considérations analytiques. Mais la démonstration est fort longue.

De cet axiome fondamental résulte naturellement la notion de distance : distance de deux points, distance d'un point à une droite, etc.

2° D'un point à un autre, on ne peut mener qu'une seule ligne droite.

C'est là une vérité qu'on présente souvent comme une évidence que la raison proclame. Mais l'expérience est nécessaire pour établir la coïncidence de deux droites qui ont deux points communs.

3° Une ligne droite peut être prolongée indéfiniment dans les deux sens.

Cette propriété est celle qui paraît la plus évidente par elle-même et l'on peut, dit l'auteur, se demander s'il est nécessaire d'en faire une loi naturelle.

Mais le concept de la droite n'est que la résultante de nos impressions physiques et, ici encore, c'est l'expérience qui, en dernière analyse, prononce.

4° La ligne droite peut servir d'axe de rotation.

L'expérience seule nous apprend qu'une figure invariable peut tourner autour d'une droite sans subir aucune déformation.

5° Une ligne droite, qui a commencé par s'éloigner d'une autre, ne peut pas ensuite s'en rapprocher.

La vérification expérimentale est aisée. Il est à remarquer que l'axiome se borne à la constatation du phénomène de divergence dans sa généralité. La loi de variation de la distance d'un point de l'une des droites à l'autre est inutile.

Cet axiome est la base d'une nouvelle théorie des droites parallèles. On en déduit immédiatement l'existence des droites parallèles, et l'on démontre ensuite sans difficulté que, par un point, l'on ne peut mener qu'une parallèle à une droite.

Ainsi, l'auteur évite le postulatum d'Euclide. Sans se refuser à admettre ce principe, il regrette de ne pas le voir se présenter à nous *sous ces apparences de simplicité et de clarté que nous confondons si volontiers avec l'évidence, et qui achèvent d'entraîner notre adhésion*.

6° Dans un plan, on peut tracer des lignes droites dans tous les sens.

Cet axiome fondamental du plan est encore reconnu par le témoignage des sens.

Le Chapitre est complété par quelques remarques sur les types élémentaires de la Géométrie.

La Géométrie ordinaire, qui prend pour types fondamentaux la droite et le plan, est en harmonie avec les faits naturels et avec nos propres concepts.

Une Geométrie *abstraite* basée sur d'autres éléments peut être susceptible d'un développement logique; mais elle est nécessairement artificielle et imparfaite.

Le dernier Chapitre a pour titre : *Du problème géométrique*.

On peut définir la Géométrie : l'étude des propriétés des figures. Elle fournit par voie de conséquence la mesure de certains éléments à la faveur des relations qui expriment ces propriétés.

L'auteur partage la Géométrie *concrète* en Géométrie ancienne ou spéciale et Géométrie moderne ou générale.

La première se borne à l'étude individuelle des types.

La Géométrie moderne prolonge et élargit la Géométrie ancienne, sans la remplacer. Elle fournit, pour l'étude des formes et des questions qu'elles soulèvent, une méthode plus sûre.

M. de Freycinet examine successivement la méthode de Descartes, qui permet de substituer la notion de groupes généraux à celle de spécimens particuliers, puis l'invention de Leibnitz, qui arriva à point pour suppléer à l'insuffisance du calcul purement algébrique.

La Géométrie moderne, qui a pris tant d'extension, ne diffère pas, malgré son caractère d'abstraction, de la Géométrie ancienne. Elle emprunte les mêmes notions expérimentales, et vit des matériaux que celle-ci a amassés et lui fournit libéralement.

Dans ce résumé du beau Livre de M. de Freycinet, nous avons, le plus souvent, reproduit exactement le texte de l'auteur. Ces quelques extraits suffiront peut-être à montrer que, suivant son habitude, M. de Freycinet sait rendre attrayants les sujets les plus abstraits, et que son impeccable logique n'est pas dépourvue d'agrément.

Les mathématiciens ne sont pas les seuls qui liront avec intérêt et profit cet Ouvrage sincère. H. Deroide.