

Certificats de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 3
(1903), p. 281-283

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3_281_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Un plan mobile P passe par un axe vertical fixe Ox et tourne autour de cet axe avec une vitesse angulaire constante ω . Une barre pesante AB de longueur $2a$ et de masse M est assujettie à rester dans le plan P, sur lequel elle peut glisser sans frottement; en outre le centre C de la barre est rattaché à un point fixe O de l'axe par un fil inextensible et sans masse, de longueur l.*

Trouver le mouvement relatif de la barre par rapport au plan P.

On prendra comme axes, dans le plan P, l'axe fixe Ox suivant la verticale descendante et un axe perpendiculaire Oy.

On appellera θ l'angle du fil OC avec Ox et φ l'angle de la barre AB avec Ox.

On supposera qu'à l'instant initial $t = 0$, θ et φ partent de valeurs données θ_0 et φ_0 , et que le système parte du repos relatif.

On cherchera en particulier les positions d'équilibre relatif du système.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *La Terre est regardée comme une sphère homogène fixe, dont une circonférence de grand cercle a une longueur de $40\,000\,000^m$ et dont l'attraction sur un point de masse m et situé sur sa surface est mg , g étant exprimé par le nombre 9,8, quand on prend comme*

unité de longueur le mètre et comme unité de temps la seconde.

Calculer, d'après la loi de l'attraction universelle, la vitesse avec laquelle arriverait à la surface de la Terre un point matériel pesant abandonné sans vitesse :

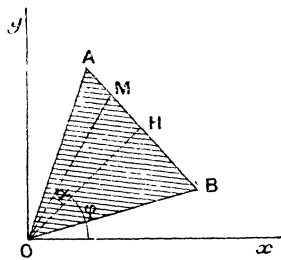
1° A une distance du centre de la Terre égale à deux rayons terrestres ;

2° A une distance du centre de la Terre égale à soixante rayons terrestres.

Que deviendrait la vitesse d'arrivée, si la distance de la position initiale au centre augmentait indéfiniment ?

(Juillet 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Un triangle équilatéral matériel OAB pouvant glisser sur un plan horizontal fixe xOy est assu-



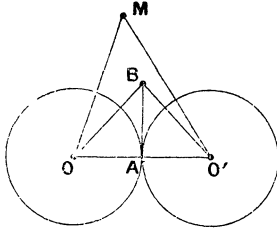
jetti à tourner autour de son sommet O qui est fixe. Un point matériel M de masse 1 est assujéti à glisser sur le côté AB et est attaché au sommet O par un fil élastique et sans masse OM dont la longueur à l'état naturel (quand il n'est pas allongé) est égale à la hauteur OH = a du triangle. On admet que la tension de ce fil est proportionnelle à son allongement à partir de l'état naturel a, de telle sorte que, quand le fil a une longueur $OM = r$, sa tension a pour expression $2k(r - a)$, k désignant une constante positive.

Trouver le mouvement du système, en supposant les liaisons réalisées sans frottements.

NOTATIONS ET CONDITIONS INITIALES. — On appellera r la distance OM, α l'angle HOM ; φ l'angle xOH, I le moment

d'inertie du triangle par rapport au point O, et l'on remarquera que $\cos \alpha = \frac{a}{r}$. On prendra comme paramètres indépendants r et φ et l'on admettra qu'à l'instant initial le système part du repos, le mobile M étant en A.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En employant le système d'unités C. G. S., on considère deux sphères matérielles, homogènes identiques, tangentes entre elles au point A, ayant*



pour rayon commun r et possédant une densité ρ telle que l'attraction newtonienne de chacune d'elles sur un point de masse 1 placé sur sa surface soit égale à une dyne.

1° Calculer l'attraction newtonienne de l'ensemble des deux sphères, d'abord sur un point de masse 1 placé en B à égale distance des centres O et O' des deux sphères,

$$OB = O'B = \frac{4}{3}r;$$

puis sur un point de masse 1 placé au centre O d'une des sphères;

2° En appelant r et r' les distances d'un point quelconque M aux centres O et O' des deux sphères, former l'équation des surfaces de niveau d'abord à l'extérieur des deux sphères, puis dans l'intérieur de l'une d'elles.

Étudier en particulier celle des surfaces de niveau qui passe par le point B. (Octobre 1902.)