R. GILBERT

Mouvement initial d'un solide invariable

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 2 (1902), p. 562-564

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__562_1>

[R8a]

MOUVEMENT INITIAL D'UN SOLIDE INVARIABLE;

PAR M. R. GILBERT.

Soit S un solide invariable soumis à des forces quelconques F_1, F_2, ..., F_n. En supposant ce corps primitivement au repos, quelle sera la nature de son mouvement initial ?

1° Les forces se réduisent à une seule, F, qui passe au centre de gravité, G, du solide. Cette force F agissant sur un corps de masse M peut se décomposer en forces, f, appliquées aux différents points, de masse m, du corps solide.

L'accélération, γ, du point m, due à la force f est

$$\gamma = \frac{f}{m} = \frac{F}{M} \text{ const.}$$

Le mouvement élémentaire est donc une translation parallèle à F, et, si dv est la vitesse élémentaire de translation,

(1) $$dv = \frac{F}{M} dt.$$

2° Les forces se réduisent à une seule, F, qui ne passe pas au centre de gravité. On peut ajouter au système les forces F_1, $-F_1$ égales à F appliquées en G. L'action de F_1 est une translation élémentaire parallèle à F. L'action du couple $(F, -F_1)$ est une rotation élémentaire $d\omega$, autour d'un axe passant en G, perpendiculaire au plan, H, du couple. La translation et la rotation étant normales peuvent se composer pour donner une rotation instantanée normale au plan H. Soit O le point où l'axe instantané coupe ce plan, et x la distance OG : les points O et G sont sur une perpendiculaire à F puisque le déplacement initial de G est parallèle à F et le point O et la force F sont de part et d'autre de G.

D'ailleurs, O étant fixe à un infiniment petit du second ordre près, on a

(2) $$dv = x\, d\omega.$$

Désignons par δ la distance du point G à la force F, par K le rayon de giration autour d'un axe passant par G et normal à H. Le théorème des moments des quantités de mouvement dans le mouvement relatif autour du centre de gravité donne

(3) $$MK^2 \frac{d\omega}{dt} = F\delta.$$

Des équations (1), (2), (3) on tire

$$x = \frac{K^2}{\delta};$$

l'axe instantané est indépendant de la grandeur de F.

3° Le système des forces est quelconque. Il peut être ramené à un système équivalent de deux forces orthogonales F_1, F_2, la première passant en G. Si F_1 ou F_2 sont nulles, on est ramené à un cas précédent. Sinon la rotation élémentaire due à F_2 et la translation élémentaire due à F_1 ne se composent pas en une rotation ou une translation uniques. Le mouvement élémentaire est hélicoïdal.

La force F_2 donne comme ci-dessus (2°) l'axe du mouvement, et la force F_1 la translation élémentaire parallèle.

On peut, comme exemple, trouver l'axe initial de virage d'un bateau donné.