CANON

Autre démonstration du théorème de Feuerbach

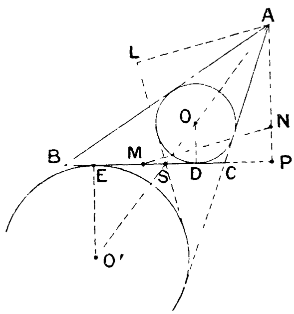
Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 2 (1902), p. 500-501
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__500_1>

[K2c]

AUTRE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE FEUERBACH;

PAR M. CANON.

Les points A, O, S, O′ forment une division harmonique, par suite aussi les points P, D, S, E qui en



sont les projections. Le point M étant le milieu de ED, on a

$$\overline{ME}^2 = \overline{MD}^2 = MS \times MP.$$

Faisons une inversion en prenant M pour pôle et $\overline{ME}^2$ pour puissance.

Les cercles O, O′ se transforment en eux-mêmes et leur tangente intérieure SL devient un cercle passant par P, d'après ce qui précède, et par M, qui est aussi le milieu de BC. Ce cercle a pour diamètre MN perpendiculaire à SL; mais AL, menée perpendiculairement à SL, est symétrique de AP, par rapport à la bissectrice AS, et appartient au diamètre du cercle ABC en A, donc MN, parallèle à AL, est le diamètre du cercle des neuf points du triangle ABC. Ainsi le transformé de SL est le cercle des neufs points; celui-ci est tangent à O, O′ puisque SL est une tangente commune à ces cercles, qui sont à eux-mêmes leurs transformés.